MANUALE

PER LA

MISURA DELLE FABBRICHE.

MANUALE

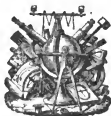
PER LA

MISURA DELLE FABBRICHE

DELL'ARCHITETTO

VINCENZO ANTONIO ROSSI

SOCIO RESIDENTE DELLA SOCIETA' PONTANIANA, DELLA SOCIETA' ECONOMICA DI TERRA DI LAVORO, INGEGNERE DEL CORPO DI ACQUE E STRADE, E PROFESSORE DELLE COSTRUZIONI E DELL'ARTE DI PROGETTARE ALLA SCUOLA DI APPLICAZIONE DEL CORPO STESSO.

SECONDA EDIZIONE.

NAPOLI
DALLA STAMPERIA E CARTIERE DEL FIBRENO
Strada Trinità Maggiore N.° 26

1842.

PROEMIO

(PUBBLICATO COME MANIFESTO IN FEBBRAIO 1837.)

Uno dei principali requisiti di qualunque opera architettonica è la economia, la quale consiste in questo principalmente che la spesa sia bilanciata colla utilità. Per calcolare la qual cosa è necessario innanzi che l'opera si faccia, cioè nel progettarla; determinarne la spesa, che dipende da due elementi; dalla quantità del lavoro, e dal prezzo di una porzione di esso assunta per unità. Il che obbliga l'architetto a misurare la detta quantità di lavoro, calcolando o i volumi, o le superficie, od ambe le cose dei diversi solidi che costituiscono l'opera da eseguirsi. Or la necessità di misurare tali solidi, spesso coll'aiuto delle più alte teoriche della Geometria e dell'Analisi, obbliga gli artisti a risolvere problemi non ovvii delle matematiche pure; il che quantunque sia facile alla maggior parte di essi, pure deve toglier loro moltissimo tempo; e quel che è più, non permette di affidare tali operazioni a persone meno esperte nelle cose matematiche, quando eglino stessi non possan farlo per la moltiplicità delle faccende. Perciò il Dottore Giuseppe Rosati nei suoi Elementi per la edificazione, ed il Lamberti colla sua Voltometria, si sforzarono di dare le norme per la misura di alcuni dei più comuni di tali solidi. Ma della insufficienza di esse e degli errori che vi si trovavano ne diede prova il desiderio di tutt'i più abili Ingegneri ed Architetti, perchè si pubblicasse un libro che deffinisse con esattezza la misura di quei solidi: non già che non potessero farlo essi medesimi, per mancanza d'ingegno o di sapere, ma sì perchè loro dispiaceva grandemente di spendere in ciò moltissimo tempo.

Stimolato da tal desiderio, e volentieroso di presentare ai suoi allievi esempii di applicazione del Calcolo sublime, e dell'Analisi alle

tre dimensioni, il Chiarissimo Professore Francesco Paolo Tucci pubblicò nel 1832 il suo egregio Trattato della misura delle Volte rette ed oblique, nel quale, come erasi prefisso, elegantemente dimostra e trova le formole algebriche necessarie per la misura di quei solidi. Ma colla sua opera nuovi desiderii nacquero; perocchè tra noi quell' ordine di persone che si addicono specialmente a misurare si compone di coloro i quali sono addottrinati nei soli elementi, e spesso poco o nulla nelle cose algebriche; e l' opera del Tucci se da una parte presentava un esempio di utili applicazioni agli Architetti ed Ingegneri istruiti, col risolvere quei problemi che essi avrebbero dovuto; dall' altra parte quel legame che costituisce un lavoro veramente scientifico, lo rendevano non acconcio a coloro, i quali sono poco versati nelle Matematiche. E cotali misure dovendosi rifare dopo eseguito il lavoro, prendendone i *dati* dal vero e non dai disegni, spesso avveniva, che misuravansi parti non necessarie pel calcolo delle riportate formole, o trascuravasi di misurarne altre di che era uopo; dappoichè il Tucci non indicava esplicitamente le cose che era mestieri misurarsi. Onde e per questo riguardo, e pel poco intendersi da molti le formole algebriche e le sostituzioni sì letterali che numeriche, le quali per l' uso di quelle abbisognano; loro diveniva inutile l' opera del Tucci; ed ei si vedevano obbligati ad abbandonare le sue regole ed a seguire le già usate ed erronee. A tutto ciò un più grande danno sopravveniva, da che, usando la più parte degli Architetti che vanno sotto il nome di Misuratori, regole erronee nel misurare, ancora i più dotti, per non incorrere in frequenti contraddizioni, delle medesime false regole venivan costretti a valersi. Quindi è che un' opera di utilità somma ed elaboratissima, quale si è quella del Tucci, restò, direi quasi, dimenticata da coloro pei quali in ispecieltà fu scritta: e parve che rimaner dovesse solo come monumento della scienza.

Non pertanto tutti gli amici del Tucci pregavanlo, che secondando il voto dell' universale, cavasse da quel suo libro una raccolta di regole pratiche di cui ogni Misuratore potesse giovarsi, mal soffrendo che una tanta opera andasse perduta, perchè non adatta al comune uso. Ma egli stimando meglio darsi tutto al santissimo uffizio che professa d' istruire la gioventù, eludeva le sollecitudini che gli venivan fatte, spronando me suo allievo ad intraprendere un tal lavoro, quando io aveva testè pubblicato quello sulla *Conoidale del Wallis* (*): e comecchè in sulle prime io esitassi, pure,

(*) Questo lavoro fu pubblicato in sul finire del 1835, col titolo di *Considerazioni intorno ad una Inferriata riguardata come Superficie*, perchè una inferriata veduta per avventura ne fu cagione. Nel fatto è un trattato completo della Conoidale del Wallis e delle sue Sezioni Piane; e puossi avere come un' applicazione delle Teoriche che apprendonsi nella Geometria a due ed a tre coordinate, nell' Algebra, nel Calcolo Sublime e nella Geometria Descrittiva: e perciò devesi stimare importante del pari agli amatori delle scienze matematiche, non che agli studiosi di esse.

per le istanze fattemi da parecchi Architetti ed Ingegneri che mi onorano della loro stimabile amicizia, poi volentieri vi diedi mano, sperando di fare cosa utile altrui e non fatta innanzi per avventura da altri. Che se la debolezza del mio ingegno, sarà cagione che non corrisponda l'opera all'aspettazione, io mi affido alla benignità de' lettori, i quali se vorranno in me considerare la buona volontà di non starmi ozioso, lungi dall'ambizione di trattar difficili e sublimi dottrine, non potranno essere meno avari di compatimento.

All' intrapreso lavoro mi è paruto di dare il titolo di *Manuale per la Misura delle Fabbriche:* e suo scopo principalissimo è di offrire le *Regole* per la misura dei volumi e delle superficie di quei solidi che possono adoperarsi in una bene intesa opera architettonica, accomodate alle consuetudini del paese, senza mancare alla più scrupulosa esattezza matematica, ed in modo da poter servire anche ai meno istruiti in esse; cioè a coloro i quali conoscono la sola Aritmetica, ed i primi rudimenti della Geometria elementare, senza neppure aver ricorso alle Trigonometrie, ed ai Logaritmi. E per soddisfare alle qualità che tale libro aver deve; ho mirato particolarmente a quattro cose; cioè

1.° Che ogni regola fosse indipendente da tutte le altre;

2.° Che ogni una di esse contenesse in un modo bene distinto due parti, l'una da eseguirsi sopra il luogo del lavoro, e l'altra da compirsi nella propria stanza;

3.° Che quelle Parti da misurarsi in atto, e che così numericamente rappresentate debbono poi sottomettersi al calcolo, fossero ad un tempo tali da render questi più brevi e le operazioni sul luogo più facili;

4.° Per ultimo che a semplice oculare ispezione si rendesse nota la regola da applicare, ed ove trovarla.

Per quest' ultimo oggetto gioveranno la distribuzione della materia ed un indice messo in fine del libro. Il Manuale è diviso in due Parti: l'una cioè riguarda i Volumi, l' altra riguarda le Superficie. La prima contiene tre Capi; e sono, misura dei Muri, misura delle Volte propriamente dette, misura delle Scale; ed ogni Capo è diviso in Articoli e talora anche in paragrafi, secondo che i muri sono pieni o traforati, le volte di un genere più tosto che dell'altro, e così pure per le scale, dando regole eziandio pel calcolo dei così detti *Magisteri.* Ed analoga è la distribuzione data alla Seconda Parte.

Per rendere poi intelligibile ad ognuno il libro, come ho già detto, dopo l'enunciazione di ogni regola è aggiunto un esempio, che accompagnato dal disegno della cosa da misurarsi dà a vedere come debbasi eseguire in atto sopra il luogo del lavoro la misura, e come notare i *dati* e descrivere nello *squarcio* la cosa misurata; finalmente come eseguire di poi i calcoli: la qual ultima parte serve non solo a dichiarare la data regola, ma insegna a distribuire i calcoli numerici per modo che ne riesca facile la revisione. E poichè

spesso occorre di dover misurare le lunghezze di archi circolari, la qual cosa o impegnerebbe in lunghissimi calcoli o richiederebbe l'uso delle Tavole dei seni e coseni, la conoscenza delle quali potrebbe non avere il lettore, e che d'altronde non ne danno la lunghezza effettiva ma solo la graduazione, così ho costrutta una Tavola che dà la lunghezza assoluta dell' arco corrispondente ad una data corda. Ed ho registrato in un' altra Tavola il risultamento di alcuni calcoli da eseguirsi su certe quantità, e che sarebbero pure laboriosi ed assai lunghi. Tali Tavole trovansi nelle ultime pagine del manuale; e del loro uso, come pure di alcune altre cose, parlerò in un articolo preliminare.

MANUALE

PER

LA MISURA DELLE FABBRICHE.

ARTICOLO PRELIMINARE.

§ 1.

In che consiste la misura di una fabbrica.

MISURARE una fabbrica altro non vuol dire, che misurare i volumi e le superficie dei diversi solidi che la compongono.

È noto che per unità dei volumi assumesi il cubo, ed il quadrato per unità delle superficie; ma non essendo possibile in atto il riportare il cubo nel volume del solido od il quadrato sulla sua superficie, per vedere quante volte vi si contengono, per averne cioè la misura, i matematici han pensato farla dipendere da quella delle linee: e vi sono tanto felicemente riusciti, che misuratene alcune e così rappresentatele in numeri, sottoponendo questi a determinate operazioni, si ha la misura effettiva della superficie o del volume: anzi hanno ridotto il tutto alla misura di sole linee rette. Così negli Elementi si ha la misura della circonferenza del circolo misurandone il diametro che è una retta, il volume del parallelepipedo misurandone i suoi tre lati, la superficie del cono misurandone un lato ed il raggio della base, e via discorrendo.

Quindi è che ad altro non si riduce la misura delle fabbriche, ossia dei volumi e delle superficie dei solidi che le compongono, che 1.° alla misura effettiva di certe rette, 2.° a calcoli da farsi sulle quantità numeriche che le rappresentano.

§ 2.

Del Palmo e delle sue divisioni.

Misurasi una retta assumendone per unità un'altra di determinata lunghezza, e riportando questa su quella per quante volte è possibile. Presso noi si è assunta per unità delle rette una lunghezza chiamata *Palmo*, che riportandosi su quella da misurarsi, ne dà la misura col numero che esprime appunto le quante volte: così se vi si può riportare quattro volte, la sua misura è quattro, e la retta dicesi di quattro palmi, se mille volte la sua misura è mille e dicesi di mille palmi.

Ma due casi possono darsi, cioè o che l'unità palmo si possa riportare un numero esatto di volte sulla retta da misurarsi, o che non si possa. Nel primo caso se ne avrà la giusta misura, nel secondo resterà a misurare quel suo residuo che è minore di un palmo: però era uopo assumere per questo residuo un'altra unità minore del palmo, ma che avesse avuto un rapporto con esso. Egli è perciò che il palmo si è diviso in dieci decimi, ciascuna di queste parti in dieci centesimi; essendosi così diviso il palmo in cento parti. La quale divisione fù sanzionata dalla legge del 6 aprile 1840.

Per l'innanzi il palmo dividevasi eziandio in dodici parti dette once, e ciascuna di queste in cinque dette minuti: costando così di sessanta minuti.

Però, comunque in forza della suddetta legge non siavi più chi usi, così nelle misure, come nei calcoli, della divisione in once dodici e minuti, pure perciocchè spesso avviene doversi rivedere misure o verificarsi, nelle quali, perchè di data anteriore a quella legge, fu fatto uso delle divisioni in dodici once, e di un oncia in cinque minuti, noi riportiamo le due regole seguenti per passare da una divisione del palmo nell'altra.

1.

Dato li antichi minuti di un palmo, trovare i centesimi che vi corrispondono.

REGOLA.

Il numero dei minuti si moltiplichi per 10 e si divida per 6.

Esempio.

Misurata una retta col palmo diviso in once e minuti, siasi trovata lunga 24 palmi 9 once e 3 minuti: e vogliasi questa misura espressa in decimi e centesimi di palmo.

Il numero 24 resterà lo stesso: dovrà trovarsi il numero corrispondente ai minuti: perciò si ridurranno prima le 9°, 3′ a soli minuti col seguente

CALCOLO.

once	9°
molt. per	5
prod.	45′
più	3′
somma	48′

Ora che le 9° 3′ si sono ridotte a minuti, cioè 48′, si applicherà la data regola.

n.° dato 9° 3′, ossia	48′		
molt. per	10		
prod.	480	div. per.	6
		quoz.	80

Dunque le 9° 3′ equivalgono a 80 centesimi. Dunque la retta che misurata col palmo diviso in once e minuti fù trovata di lunghezza 24 9° 3′, se si misurasse con quello diviso in decimi e centesimi risulterebbe di palmi 24,80.

4.

Dato i centesimi di palmo, trovare i minuti antichi corrispondenti.

REGOLA.

Il numero dei centesimi si moltiplichi per 6, e si divida per 10.

Esempio.

Misurata una retta col palmo diviso in decimi e centesimi siasi trovata di lunghezza pal. 24,80: e vogliasi questa misura espressa in palmi, once, e minuti

L'intero 24 resterà lo stesso: dovrà sottoporsi alla regola il numero 80 centesimi, per lo che il seguente

CALCOLO.

n.° dei centesimi 80
molt. per 6
prod. 480 div. per { 10
quoz. { 48

Dunque gli 80 centesimi equivalgono a 48′, ossia, dividendo per 5, a 9° 3′. Dunque la retta che misurata col palmo diviso in decimi e centesimi è di lunghezza pal. 24,80, se si misurasse col palmo diviso in once e minuti risulterebbe di pal. 24 9° 3′.

§. 3.

Dei multiplici del palmo, ossia del Passetto, della Canna, e della Catena.

Abbiamo detto che l'unità palmo debbesi riportare sulla retta da misurarsi tante volte per quant'è possibile; epperò se questa è di notevole lunghezza la misura ne sarà incommoda e richiederà molto tempo: per lo che ognuu vede quanto sarebbe vantaggioso il riguardare invece come unità un multiplo del palmo. Così dovendosi misurare una retta, sarebbe più breve il riportarvi un suo multiplo: a cagion d'esempio cento volte una lunghezza di dieci palmi, o venti volte una di cinquanta.

I multipli tra noi usati, in grazia di questa brevità sono il Passetto, la Canna, e la Catena. Il Passetto (*fig. 1.*) è lungo palmi cinque, e per renderlo portatile si è composto di dieci verghe unite a cerniera, ciascuna lunga mezzo palmo e divisa in cinque parti, ed ognuna di queste in altre dieci. La Canna (*fig. 3.*) è lunga dieci palmi: si rappresenta con una verga rigida divisa in due parti con una stella nel mezzo,

ed ogni una di queste in cinque, essendo così tutta divisa nei dieci palmi che la compongono: ogni uno de' quali è diviso in decimi e centesimi. La Catena è una catena di ferro con maglie a verghe ogni una delle quali è di lunghezza un palmo: ciascuna di esse non ha divisioni, ed il loro numero è comunemente o di venticinque o cinquanta: così dicendosi quaranta catene, a cagion d'esempio, non si esprime una lunghezza determinata, se non avvertesi di quanti palmi essa catena sia.

La legge del 6 Aprile 1840 (che ha stabilita la uniformità di pesi e misure per tutto il Regno) vuole che il multiplo legale del palmo sia la Canna, ma l'uso delli altri due multipli detti di sopra non si oppone al disposto della legge; perciocchè il passetto e la catena non sono che per facilità di operare e per comodità di trasportare: il passetto essendo pieghevole può commodamente portarsi in tasca; e due di essi equiparono una canna; e se si volesse fare una canna similmente con verghe unite a cerniera ciascuna di mezzo palmo, come è nel passetto, ve ne vorrebbero venti, e non avrebbesi la piccolezza del volume, nè potrebbonsi tutte da un solo uomo stendere in linea retta: la Catena se di venticinque palmi è pari a due canne e mezzo, se di palmi cinquanta a canne cinque, laonde è come se si portasse una verga rappresentante una lunghezza di canne due e mezzo o di cinque, ma la quale non si potrebbe, per la lunghezza, facilmente trasportare e maneggiarsi, come è la catena.

Innanzi la pubblicazione della detta legge del 6 Aprile 1840, quella che ora dicesi Canna era detta Pertica, e chiamavasi invece Canna una lunghezza di otto palmi (*fig.* 2.). Epperò potendovi essere misure di fabbriche fatte prima della pubblicazione della detta legge, le quali potrebbero rivedersi o verificarsi, può occorrere talora ridurre le antiche canne di otto palmi alle legali di dieci, e viceversa; per lo che valgono le due regole seguenti.

1.

Dato un numero di Canne antiche, trovare il numero di Canne legali, che vi corrisponde.

REGOLA.

Il numero delle canne antiche si moltiplichi per 4, e si divida per 5.

Esempio.

Misurata una retta coll'antica canna di pal. otto siasi trovata di lungh. pal. 85: e vogliasi questa misura espressa in canne legali.

Fò il seguente

CALCOLO.

n.° dato 85
molt. per 4
prod. 340 div. per 5
quoz. 68

Dunque le 85 canne antiche equivalgono a 68 canne legali: cioè la retta che misurata coll'antica canna risultò di canne 85, se si misurasse colla canna legale risulterebbe di canne legali 68.

2.

Dato un numero di canne legali, trovare il numero di canne antiche che vi corrisponde.

REGOLA.

Il numero delle canne legali si moltiplichi per 5, ed il prodotto si divida per 4.

Esempio.

Misurata una retta colla canna legale, si trovi di pal. 68: e vogliasi questa misura espressa in canne antiche.

Fò il segnente

CALCOLO.

n.° dato 68
molt. per 5
prod. 340 div. per { 4
quoz. { 85

Dunque le 68 canne legali, equivalgono a 85 canne antiche; ossia la lunghezza che misurata colla canna legale risulta di canne 68, se si fosse misurata colla canna antica ch'era di pal. otto, sarebbe risultata di canne 85.

§. 4.

Del Nastro Graduato.

Il passetto essendo troppo breve, quando trattasi di misurare lunghezze più tosto grandi, e la canna, e la catena essendo poco commode a trasportarsi, gli architetti immaginarono di misurare le rette con cordelle la di cui lunghezza stabilivano ad arbitrio, e che misuravano prima o dopo averne fatto uso: così non erano obbligati a portar altro con loro che il passetto ed una cordella flessibile. Ma ognun vede gli inconvenienti che ne venivano; sì perchè la cordella si distende e si accorta troppo facilmente al variare dello stato atmosferico, e sì perchè mancando di nna graduazione, cioè divisione in palmi e parti di esso, oltre ad una prima misura per determinarne la lunghezza totale, doveva poi rimisurarsi iu parte ogni qual volta le rette di cui volevasi con essa la lunghezza n'erano minori, od essendone maggiori non ne erano un multiplo esatto. Per ovviare a tale inconveniente, s'immaginò un *Nastro Graduato*, cioè diviso in palmi e nelle sue parti, e coll'indicazione in

cifre del numero di essi. Si avvolge attorno ad un manubrietto e riponesi nella cavità di una scatola circolare ove il mauubrio e'fisso serveudogli come asse di rotazione; dalla quale si cava secondo il bisogno, e per quella lunghezza che si vuole, traendolo per un anello attaccato all'uno dei suoi estremi, essendone l'altro fisso nel manubrio (*fig.* 4.).

§. 8.

Del Filo a piombo e della Squadra.

Tra le rette da misurarsi, onde poi sottoponendone al calcolo i numeri che le rappresentano si ha la misura dei volumi o delle superficie dei solidi che compongono le fabbriche, ve ne sono di quelle che non giacciono su di essi, o che non vi sono tracciate. Quindi è che per misurare si debbe innanzi tutto determinarne la posizione; per la qual cosa sono necessarii due piccoli istrumenti, cioè il *Filo a piombo* e la *Squadra*.

Consiste il primo (*fig.* 5.) in un cono rovescio colla base comune a quella di un cilindro soprappostogli, che è sospeso ad un filo che passa pel suo asse: il vertice del cono suol essere di acciaio, il rimanente di ottone o di piombo; ed è questo che col suo peso tende il filo quando è sostenuto per l'altro estremo, ed il pone iu posizione verticale.

La squadra (*fig.* 6.) si compone di due verghe parallelepipede uguali in lunghezza, ed unite ad angolo retto, costituenti i due cateti di un triangolo rettangolo, il di cui terzo lato connesso con essi serve a tenerli fissi; e del quale n'è indicato il punto di mezzo. Duplice è l'uso della squadra. Messone un lato a contatto con una retta, l'altro ne segna una seconda ad essa perpendicolare, e perciò serve per trovare la posizione di questa, o di una retta che dii la distanza di un punto da un'altra. Se al vertice dell'angolo retto della squadra si sospenda il filo a piombo, e diasi ad essa tale posizione che il filo passi pel punto medio del lato opposto all'angolo retto, una verga che si appoggi agli estremi dei due cateti, o *coste* della squadra, starà orizzontale, essendo il filo a piombo verticale: onde la squadra serve ancora per fissare la posizione di rette orizzontali.

Abbiasi per esempio una volta a botte il di cui profilo è rappresentato dalla fig. 7, e debbasi misurare la corda AB e la freccia CD del suo *arco estradosso* ADB. Se il prospetto dell'edifizio che essa covre ne lascia vedere il profilo, la cosa è assai facile; imperocchè svolgendo il Nastro Graduato e ponendone l'estremo mobile in B, il punto di divisione del nastro, traeudolo secondo BA, che cade in A darà la misura della corda AB; in oltre appoggiando il filo a piombo nel vertice D in modo ohe passi pel punto di divisione medio C del nastro, punto che facilmente conoscesi sapendosi il numero che segna in A, si ha nella lunghezza del filo intercetta tra i puuti D, C la lunghezza della freccia CD dell'arco ADB. Per tal modo coll'aiuto del Filo a piombo e del Nastro Graduato determinasi e la posizione e la misura delle due rette AB, CD che non esistono sulla volta a botte, che quì è il solido da misurarsi. Se il detto prospetto non mostrasse il profilo della volta, ma lo nascondesse, allora non sarebbe possibile procedere

come si è detto. Sulla sommità D dell'estradosso si appoggi una verga DE, e si ponga in posizione orizzontale per mezzo della squadra H: dopo ciò il filo a piombo si metta in tale posizione che si appoggi alla verga, e passi pel punto B estremo dell'arco ADB. Così si avranno di posizione le rette DE, EB che non sono sul solido, e se ne hanno le lunghezze misurandole col passetto o col nastro graduato; delle quali DE uguaglia la metà BC della corda AB, e BE uguaglia la freccia CD (*).

§. 6.

Delle Tavole numeriche messe in fine del Manuale, e del modo da servirsene.

Abbiamo detto più sopra che i matematici hanno trovato modo da sostituire alla misura effettiva dei volumi e delle superficie quella di linee rette, per mezzo di operazioni da eseguirsi sui numeri che le rappresentano. Le quali operazioni essendo talora complicate e laboriosissime, pensarono essi di costruire delle *Tavole*, che avessero offerto i risultamenti di quelle che più frequentemente sarebbe stato bisogno eseguire, onde poi sottometterli ad ulteriori calcoli più semplici e meno complicati. Ma se furono fatte per abbreviare quelle operazioni che frequentemente abbisognano, nol furono per quelli che non sono istruiti nelle teoriche dalle quali dipendono. Però, per lo scopo che ci siamo prefissi, quì presentiamo quelle medesime Tavole sotto altra forma, accomodate per l'uso cui ora vogliamo più specialmente destinarle.

DELLA TAVOLA (A).

Questa serve per avere la lunghezza assoluta di un arco, misurata che ne sia la corda e la freccia.

Pegli elementi è noto che per tre punti non può passare che una sola circonferenza: dunque data la corda e la freccia (*fig. 8.*) AB, CD, risultando dati i tre punti A, B, D, estremi di esse, non potrà corrispondervi che il solo arco ADB; e però il raggio del circolo di cui esso è parte sarà determinato. Viceversa dunque se sarà dato un tal raggio, basterà la sola corda AB per dare il punto D, e per determinare l'arco ADB. La Tavola (A) offre le lunghezze degli archi del circolo di raggio mille; perciò in essa non compariscono le freccie, ma le sole corde. Per la qual cosa l'uso della Tavola (A) richiede due operazioni distinte: l'una consiste nel trovare l'arco corrispondente alle corde scritte in essa, cioè alle corde del circolo di raggio mille, l'altra a trovare la lunghezza di un'arco, dato che ne sia la corda e la freccia corrispondente.

(*) Ognun vede che quando si ha grandissimo esercizio e non vuolsi somma esattezza, il solo Nastro Graduato e senza la squadra, ma forte traendolo, può situarsi in posizione orizzontale secondo DE.

1.

Data una corda della Tavola, trovare la lunghezza dell'arco corrispondente.

REGOLA.

1.° Caso (*Quando la corda è scritta nella Tavola.*)

Sotto la rubrica *Corde* si trovi scritta la corda data: dal sito ove è si proceda da destra a sinistra orizzontalmente, finchè si giunga alla colonna *Archi*, e da sotto in sopra verticalmente, finchè si giunga al primo rigo a destra della parola *Archi*. I due numeri che così s'incontrano si sommino, e la somma sarà la lunghezza dell'arco corrispondente alla data corda.

2.° Caso (*Quando la corda data non trovasi scritta nella Tavola.*)

Sotto la rubrica *Corde* si trovi il numero prossimamente minore alla data corda; e si trovi, come nel caso precedente, l'arco che vi corrisponde. Dalla data corda si sottragga la prossimamente minore trovata scritta nella Tavola; ed al piede di questa si trovi l'ottenuta differenza, si legga l'arco messo a destra che vi corrisponde, e si sommi coll'arco già trovato, che corrisponde alla corda prossimamente minore alla data. La somma sarà la richiesta lunghezza dell'arco corrispondente alla data corda. — Se la differenza ha una frazione, questa si divida pel numero messo nella piccola colonna a destra, che è l'ultima, al fianco della corda trovata prossimamente minore alla data, ed il quoziente si multiplichi per 0,29: ciò che si ottiene si aggiunga all'arco precedentemente trovato.

1.° *Esempio.*

(1.° Caso.)

Sia data la corda 1183, di quelle della Tavola: e vogliasi la lunghezza dell'arco corrispondente.

Trovo la data corda che è nella quarta colonna *Corde*: e dal sito dove è scritta procedo da destra a sinistra orizzontalmente finchè giungo alla colonna *Archi* che è la prima, e scrivo il numero che v'incontro, cioè 1256,64

e dal medesimo sito ove è scritta la corda data 1183, procedo da sotto in sopra, cioè nella stessa colonna, finchè giungo al primo rigo a destra della parola *Archi* e scrivo il numero che v'incontro, cioè 8,73

Sommo i due numeri così incontrati, ed ottengo.......... 1265,37

Dunque la corda 1183 della tavola sottende l'arco di lunghezza. 1265,37

Queste operazioni possono notarsi così nel seguente

CALCOLO.

cor. tav. 1183. arc. tav. corrisp.	1256,64
	8,73
lungh. arco richiesto.	1265,37

2.° *Esempio.*

(2.° Caso.)

Sia data la corda 1184, di quelle della tavola: e vogliasi la lunghezza dell'arco ch'essa sottende.

Nella Tavola nelle colonne *Corde* cerco la data 1184; e non essendovi, prendo il numero prossimamente minore 1183, e, come nell'esempio precedente trovo l'arco corrispondente, che è..... 1265,37.
In oltre dall'arco dato............................ 1184
sottraggo l'arco prossimamente minore............... 1183
ottengo la differenza............................. 1
ed al piede della tavola cerco l'arco che vi risponde,
che è.. 0,87
Sommando questo numero coll'arco già trovato 1265,37,
e che risponde alla corda 1183, ottengo................. 1266,24
che è la richiesta lunghezza dell'arco corrispondente alla data corda 1184
di quelle della Tavola

Avvertimento. — In questo esempio (come avverrebbe in tutti i casi simili) si è prima sommato 1256,64 con 8,73 (*Vedi es. preced.*), e dopo, la loro somma 1265,37 con 0,87. Ora può farsi ammeno della prima di tali somme, disponendo nel modo seguente tutto il

CALCOLO.

cor. data 1184	
cor. min. 1183 arc. corris.	1256,64
	8,73
diff. 1 arc. corris.	0,87
lungh. arc. richiesto	1266,24

3.° *Esempio.*

2.° Caso (*quando la differenza contiene decimali*).

Sia data la corda 1184,69 di quelle della Tavola: e vogliasi la lunghezza dell'arco ch'essa sottende.

Cerco prima la lunghezza dell'arco corrispondente alla parte intera della corda, cioè a 1184, come nell'esempio precedente: e scrivo l'arco

che vi risponde, cioè.................................... 1266,24
Prendendo la differenza tra la data corda......... 1184,69
e la corda prossimamente minore scritta nella tavola 1183

ottengo.. 1,69
cioè oltre al numero intero 1 la frazione 0,69. Debbo dunque tener conto pure di questa, giusta il detto nell'ultima parte della Regola. Perciò vedo a fianco della corda 1183 prossimamente minore scritta nella Tavola, nella piccola colonna a destra, che è l'ultima, qual numero vi è messo; e questo essendo 0,23, divido la parte frazionaria della differenza 1,69 cioè................................ 0,69 per 0,23
ottengo per qnoziente........................... { 3,
il quale và moltiplicato per...................... { 0,29
Eseguita la moltiplicazione ottengo................. 0,87 0,87
frazione che aggiunta al numero 1266,24 precedentemente ottenuto si ha.. 1267,11
Che è la richiesta lunghezza dell'arco corrispondente alla data corda 1184,69. — E può disporsi brevemente come segue tutto il

CALCOLO.

cor. data.	1184,69			
cor. min.	1183,	arco corrispondente.		{ 1256,64
diff.	1,69			{ 8,73
	1	risp. arco................		0,87
	0,69	div. per diff. tav.	{ 0,23	
		quoz...........	{ 3	
		molt. per......	0,29	
		prod..........	0,87	0,87
		lungh. richiesta......		1267,11

2.

Dato un arco di circolo, trovarne la lunghezza.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell' arco.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia, si sommino, e la somma si divida per due volte la freccia. La corda presa 1000 volte si divida per l' ottenuto quoziente; e ciò che risulta si consideri come una corda della Tavola (A). Si trovi per la regola precedente la lunghezza dell' arco corrispondente ad una tal corda; ed il numero esprimente una tale lunghezza si moltiplichi per l' ottenuto primo quoziente, e si divida per 1000.

1.° *Esempio.*

Sia dato (*fig. 8.*) l'arco *ADB*; e se ne voglia la lunghezza assoluta.

Misuro la corda *AB*, e la freccia *CD*: e sia la corda *AB* di palmi 24, e la freccia *CD* di pal. 5.

Fo il quadrato della semicorda 12
12
———
24
12
———
metà della corda 24, ed ottengo 144
Similmente fo il quadrato della freccia 5
5
———
ed ottengo 25 25
i quadrati 144, e 25 li sommo, ed ho 169

Dunque 169 è la somma dei quadrati della semicorda e della freccia, che perciò dovrò dividere 169 per la doppia freccia, cioè per due volte 5, ossia per 10. Or dunque dividendo .... 169 per { 10
ottengo il .... 1.° quoz. { 16,9

Pel quale quoziente divido la corda 24 presa 1000 volte, divido cioè .... 24000 per { 16,9
e risulta il quoziente 1420,11, che considero come una corda della Tavola (A). 169 quoz. { 1420,11
710
676
———
340
338
———
200
169
———
310

Dopo ciò determino colla Regola precedente la lunghezza dell'arco corrispondente ad essa corda 1420,11 della Tavola (A), ottengo per una tale lunghezza (*Reg. pag. 16*) 1579,68
Moltiplico questo numero pel trovato 1.° quoziente, cioè per 16,9
———
1421 71
9478 08
15796 8
———
risulta 26696,59
che diviso per 1000 porge 26,70

Dunque la lunghezza del dato arco, di corda palmi 24, e di freccia palmi 5, è di palmi 26,70.

Tutte le fatte operazioni, insieme con quelle relative alla ricerca nella Tavola (A) dell'arco corrispondente alla corda 1420,11, di quelle di essa Tavola, ordinatamente sono indicate tutte nel seguente

CALCOLO.

semic. data 12
12
24
frecc. data 5 12
5 suo quadr. 144 frecc. 5
suo quad. 25. . . . . 25 2
somma 169 div. per { 10
1. quoz. { 16,9

mille volte cor. 24000 div. per 1. quoz. { 16,9
169 cor. tav. { 1420,11
710 cor. min. 1420 cor. corrispond. { 1570,80
676 diff. 0,11 diff. tav. { 0,20 { 8,73
340 quoz. { 0,5
338 molt. arc. 0,29
200 prod. 0,145. . . 0,15
169 arc. corrisp. alla cor. 1579,68
310 molt. pel 1. quoz. 16,9
1421 71
9478 08
15796 8
prod. 26696,59
div. per mille si ha lungh. rich. 26,70

Avvertimento — In questo quadro delle operazioni da farsi sono indicati ed eseguiti partitamente tutti i prodotti e le divisioni; ma per non esser lunghi inutilmente, nei diversi esempii che riporteremo non indicheremo che i risultamenti soltanto delle moltiplicazioni e delle divisioni: così il calcolo precedente l'indicheremo, come segue

semic. data 12 suo quadr. 144
frec. data 5 suo quadr. 25
somma 169 div. per dop. frec. { 10
1. quoz. { 16,9
mille vol. cor. 24000 div. per 1. quoz. { 16,9
cór. tav. { 1420,11
cor. min. 1420 arc. corrispond. { 1570,80
{ 8,73
diff. 0,11 diff. tav. { 0,20
quoz. { 0,5
molt. per arc. 0,29
prod. 0,145 0,15
arc. corrisp. alla cor. 1579,68
molt. pel 1. quoz. 16,9
prod. 26696,59
div. per mille 26,70

2.° *Esempio.*

Sia dato (*fig. 8*) l'arco *ADB*; e se ne voglia la lunghezza assoluta. Misuro la corda *AB*, e la freccia *CD*: e sia la corda *AB* di palmi 63,4; e la freccia *CD* di palmi 11,3.

CALCOLO.

semic. data 31,7 suo quadr. 1004,89
frec. data 11,3 suo quadr. 127,69
somma 1132,58 div. per dop. frec. 22,6
1. quoz. 50,11
mille volte corda 63400 div. per 1, quoz. 50,11
cor. tav. 1265,22
cor. min. 1265 arc. corris. 1361,36
8,73
diff. 0,22 arc. corris. 0,29
arc. corris. alla cor. 1370,38
molt. 1. qooz. 50,11
prod. 68669,7418
lungh. richiesta 68,67

Dunque il dato arco di corda palmi 63,4, e di freccia palmi 11,3; è lungo palmi 68,67.

Avvertimento — Quando la semicorda dell'arco dato non è assai ampia rispetto alla sua freccia, ciò che nella misura delle fabbriche ha quasi sempre luogo, può farsi ammeno di spingere le divisioni, e soprattutto la seconda, sino ai decimali: che anzi può farsene sempre ammeno quante volte non è necessario una grandissima approssimazione. Per lo che i calcoli anche più breve riescono, come il mostrano i due esempii seguenti; ai quali potrà aversi ricorso in tutti i casi detti di sopra.

3.° *Esempio.*

Sia dato (*fig. 8.*) l'arco *ADB*; e se ne voglia la lunghezza assoluta. Misuro la corda *AB* e la freccia *CD*: e sia la corda *AB* di palmi 14, e la freccia *CD* di palmi 1,50.

CALCOLO.

semic. data 7 suo quadr. 49
frec. data 1,5 suo quadr. 2,25
somma 51,25 div. per dop. frec. 3
1. quoz. 17,08
mille volte cor. 14000, div. per 1. quoz. 17,08
cor. tav. 820
cor. min. 819 arc. corrispond. 837,76
5,82
diff. 1 arc. corrispond. 0,87
arc. corris. alla cor. 844,45
molt. 1. quoz. 17,08
prod. 14423,21
lugh. rich. 14,42

Dunque il dato arco del circolo di corda palmi 14 e di freccia palmi 1,5 è di lunghezza assoluta palmi 14,42.

4.° *Esempio.*

Sia un dato arco di circolo, e se ne voglia la lunghezza assoluta.

Ne misuro la corda e la freccia: e sia la corda di palmi 32, e la freccia di palmi 9. Quindi fo il seguente

CALCOLO.

semic. data	16	suo quadr.	256				
frec. data	9	suo quadr.	81				
		somma	337	div. per dop. frec.	18		
				1. quoz.	18,72		
mille volte cor.	32000	div. per 1. quoz.	18,72				
		cor. tav.	1709				
		cor. min.	1708	arc. corrisp.	2042,04		
					5,82		
		diff.	1	arc. corrisp.	0,87		
				arc. corrisp. cor.	2048,73		
				molt. 1. quoz.	18,72		
				prod.	38352,23		
				lungh. richiesta	38,35		

Dunque il dato arco di circolo di corda palmi 32 e freccia palmi 9 è di lunghezza assoluta palmi 38,35.

DELLA TAVOLA (B).

Questa offre i risultamenti di alcuni calcoli da eseguirsi su certe quantità numeriche, che sono notate nella prima colonna verticale della Tavola sotto la rubrica *quantità date;* i risultamenti dei calcoli eseguiti su di esse sono nella seconda colonna sotto la rubrica *risultamenti:* e la terza colonna contiene i rapporti delle differenze di due risultamenti consecutivi tra loro, a quelle delle due quantità date alle quali essi corrispondono. Or due casi possono darsi: o che il numero dato sia uno di quelli notati nella Tavola, o che sia compreso tra due di essi. In ambi i casi è assai facile trovare il risultato che gli corrisponde; per lo che valgono rispettivamente ciascuna delle due regole seguenti.

1.

Dato uno dei numeri notati nella Tavola (B), trovare il risultamento delle operazioni che dovrebbero eseguirsi su di esso.

REGOLA.

Si trovi nella prima colonna della Tavola, intitolata *quantità date*, il dato numero, e leggasi nello stesso rigo e nella seconda colonna, ossia

in quella notata *risultamenti*, il numero che vi è scritto. Questo è il chiesto risultamento delle operazioni che avrebbero dovuto eseguirsi sul dato numero.

Esempio.

Sia dato il numero 0,52992: e vogliasi il risultamento delle operazioni da eseguirsi su di esso, conformemente a quelle per cui è costrutta la Tavola (B), di cui parliamo.

Nella prima colonna *quantità date* cerco il dato numero 0,52992 e nello stesso rigo e nella seconda colonna, cioè in quella notata *risultamenti*, leggo il numero 1,45391. Sarà questo il chiesto risultamento delle operazioni che avrebbero dovuto eseguirsi sul numero dato 0,52992,

2.

Dato un numero compreso tra due di quelli notati nella Tavola (B), trovare il risultamento delle operazioni che dovrebbero eseguirsi su di esso.

REGOLA.

Si trovi nella prima colonna della tavola, intitolata *quantità date*, il numero prossimamente minore; e si noti il risultamento che gli corrisponde, come nella regola precedente (pag. 21.). Dal numero dato si sottragga il trovato numero prossimamente ad esso minore; e la differenza si moltiplichi pel numero scritto nello stesso rigo e nella terza colonna, cioè in quella notata *Rapp. Diff.*: il prodotto si sottragga dal notato risultamento che corrisponde al numero prossimamente minore del dato

1.° Esempio.

Sia dato il numero 0,53987: e vogliasi il risultamento delle operazioni da eseguirsi su di esso, conformemente a quelle per cui è costrutta la Tavola (B).

Nella prima colonna della Tavola, cioè sotto la rubrica *quantità date* cerco il dato numero; e non essendovi, prendo il prossimamente minore 0,52992, e noto il risultamento che gli corrisponde (come per la regola precedente), che è il numero 1,45391

Dal numero dato	0,53987	
sottraggo il trovato numero prossimamente ad esso minore..............................	0,52992	
ed ottengo la differenza......................	0,00995	
che moltiplico pel numero scritto nello stesso rigo e nella terza colonna, che è...............	0,48	
	7960	
	3980	
e fatta la moltiplicazione ottengo.	0,0047760	0,00478
Che sottratto dal risultamento già notato, che corrisponde al numero prossimamente minore al dato, porge.........		1,44913

che è il chiesto risultamento delle operazioni da farsi sul dato numero 0,53987, conformemente a quelle per cui è costrutta la Tavola (B).

Il precedente calcolo, può disporsi brevemente così:

CALCOLO.

n. dato	0,53987		
n. pross. min.	0,52992	risult. corrisp.	1,45391
diff.	0,00995		
rap. diff.	0,48		
prod. (*)	0,004776	....	0,00478
		risult. richiesto	1,44913

2.° *Esempio.*

Sia dato il numero 0,28764; e vogliasi il risultamento delle operazioni da eseguirsi su di esso, conformemente a quelle per cui è costrutta la Tavola (B).

CALCOLO.

n. dato	0,28764		
n. pross. min.	0,27564	risult. corrisp.	1,54052
diff.	0,01200		
rapp. diff.	0,23		
prod.	0,00276	....	0,00276
		risult. richiesto	1,53776

Dunque il risultamento delle operazioni che dovrebbero eseguirsi sul dato numero 0,28764, conformemente a quelle per cui è costrutta la Tavola (B), è 1,53776.

§ 7.

Dell'unità di prezzo, e dei Magisteri.

Si misurano le fabbriche per determinarne la spesa, la quale dipende da due elementi: dalla quantità del lavoro, e dal prezzo di una porzione di esso assunta per unità. La quale porzione di lavoro il di cui prezzo assumesi per unità è ora, (dopo la pubblicazione della legge del 6 Aprile 1840 intorno al sistema di misure, pesi, e monete del Regno) se trattisi di un lavoro lineare la canna legale di palmi dieci, se di un lavoro superficiale la canna legale quadrata, che è di cento palmi quadrati, se di un lavoro cubico la canna legale cubica che è di mille pal. cubici: od anche se trattisi di lavori di grandissima spesa, rispettivamente il palmo lineare, quadrato o cubico, ch'è la primaria unità legale, e di cui la canna è solo multiplo legale.

Innanzi alla pubblicazione della legge del 6 Aprile 1840, in quanto

(*) Qui si sottintendono i prodotti parziali, giusta l'avvertimento messo a pag. 20.

alla porzione di lavoro il di cui prezzo assumevasi per unità, diversi erano gli usi invalsi: che gioverà dire per la intelligenza di misure di fabbriche fatte innanzi la pubblicazione della detta legge; epperò in conformità di cotali usi o norme.

Quanto alla superficie prendevasi per unità di prezzo quello di un palmo quadrato, se il lavoro era di grande spesa; e se non lo era la antica canna quadrata che era di 64 palmi quadri, o la pertica quadrata che era di palmi 100 quadri, pari all'attuale canna legale quadrata.

Quanto ai volumi (più particolarmente nella Città di Napoli e sue adiacenze) assumevasi per unità il prezzo di una *Canna di Costumanza.* Il Corpo degli Ingegneri Militari assumeva quello di una *Canna Cubica,* che costava di 512 pal. cubici ed era questa più generalmente adottata in tutto il Regno. Il Corpo degli Ingegneri di Acque e Strade assumeva per unità il prezzo di una *Pertica cubica* che costava di 1000 pal. cubici pari all'attuale canna cubica legale.

Se s'immagini (*fig.* 9.) un parallelepipedo $ABCD$ il di cui lato AB della base sia di palmi 8, il lato minore AC palmi 2, e l'altezza CD palmi 8; il volume di esso chiamavasi *Canna di Costumanza:* volume che, come è noto, uguaglia il prodotto dei tre lati 8, 2, ed 8, del parallelepipedo $ABCD$, e che perciò è di palmi cubici 128.

L'uso di prendere il prezzo di una tal quantità di lavoro per unità, pare che debbe ripetersi dalla natura dei materiali di che tra noi si compone d'ordinario il muramento, e dalla grossezza che spesso si dà ai muri, ammeno nella maggior parte delle fabbriche le più comuni. Usasi tra noi il *Tufo,* ed i pezzi che comunemente traggonsi dalle cave sono di tali dimensioni, da costituirne due la grossezza di due palmi; talchè spianandone una faccia soltanto, cioè quella di paramento, possono senza altro lavoro porsi in opera così, come vedesi nella figura 10. Una tal disposizione non offre nessun legame tra le due facce di paramento, oltre quello che le dà la malta; onde sarebbe da proscriversi se le nostre malte ed il Tufo di che facciamo uso non fossero di tal natura da fare ottima presa. Di quì vedesi d'onde deriva l'uso di fare il muro due palmi grosso, e la ragione per cui invalse il costume di assumere per unità del prezzo del muramento quello di una canna di costumanza.

La Canna Cubica era usata dagli Ingegneri Militari, come quelli che debbono costruire in ogni parte del regno, e di ogni sorta di materiali. Una tale unità di prezzo consisteva nel prezzo della fabbrica costituente un cubo di lato palmi otto, ossia nel prezzo di 512 palmi cubici di fabbrica.

La Pertica Cubica per ultimo, di cui si valevano gli Ingegneri del Corpo di Acque e Strade, essendo un cubo avente palmi dieci di lato, per equiparare 1000 palmi cubici, offriva nei calcoli quella facilità che porge il sistema decimale; ed in oltre per essere sufficientemente grande, riesciva accomodatissima pei grandi lavori.

Daremo adunque le regole come trovare quanti palmi cubici comprende il volume dei diversi solidi di che si compongono le fabbriche; perciocchè sarà sempre facile determinarne la spesa sia che abbiasi stabilito per unità il prezzo di una canna legale lineare, quadrata, cubica, o di un palmo lineare, quadrato, o cubico, consentaneamente alla legge promul-

gata suddetta; sia che per antichi contratti esistenti, o per qualunque altra siasi cagione si trovasse stabilito per unità di prezzo ciascuna delle quantità di lavoro dette di sopra, secondo le antiche consuetudini. E di fatto divise tre cifre a destra del numero esprimente i pal. cubici si avranno le canne cubiche legali esprimenti il volume della data fabbrica, che moltiplicate pel prezzo di una canna cuba legale ne determinerà la spesa: e sarebbe parimente determinata se diviso il numero di pal. cubici per 128, o per 512, o per 1000, se ne moltiplicasse il quoziente, che esprimerebbe il numero di canne di costumanza, canne cube, o pertiche cube, pel prezzo di una canna di costumanza, canna cuba, o pertica cubica, quando il prezzo di una cotal quantità di lavoro si trovasse assunta per unità di prezzo. Però nella Prima Parte, ove trattasi della misura dei Volumi dei diversi solidi che compongono una bene intesa opera architettonica, daremo le Regole per esprimerli in palmi cubici, per conoscere cioè le quante volte si potrebbe, ove fosse possibile, riportare il palmo cubico in quel Volume. Imperocchè sarà poi sempre facile pel lettore, ove il voglia, nel modo anzidetto, esprimerlo in canne cubiche legali, od anche in canne di costumanza, canne cube, o pertiche cube.

Ma qualunque sia l'unità del prezzo, per stabilirsi questo, bisogna aver riguardo a molte cose, che possono ridursi a due principalmente: cioè ai materiali di che componesi l'opera, ed al *magistero* necessario per lavorarli e metterli in opera. Quindi è che in una medesima fabbrica tutta fatta cogli stessi materiali, una eguale porzione di lavoro nei diversi solidi che la compongono può avere diverso prezzo: imperciocchè la lavoratura di una medesima pietra, a cagion di esempio, puol essere diversa nei diversi solidi. Così un muro di pietra tufo grosso due palmi si costruisce, come abbiam detto, soltanto perfettamente spianando di ciascuna pietra quella faccia che far deve da paramento, laddove se un tal muro è di grossezza minore di due palmi deve la medesima faccia di ciascuna pietra non solo perfettamente spianarsi, ma anche tagliarsi: e se in vece di un muro si volesse costruire una volta, le pietre si dovrebbero lavorare a cuneo, e perciò non una faccia dovrebbesi tagliare, come nei muri di grossezza minore di due palmi, ma più d'una o tutte ed in un modo più tosto che in un altro secondo che varia la natura della volta. Onde per questo diverso *magistero*, e pel *calo* diverso cui vanno soggette le pietre, si vede che una medesima quantità di lavoro, per esempio una canna cubica legale, avrà prezzo diverso nei diversi solidi che compongono la fabbrica: diverso prezzo cioè in un muro di due palmi, in uno di grossezza minore, in una volta a botte, in una a crociera, e via discorrendo.

Epperò chi non vede quanto sarebbe incommodo, stando a tal rigorosa precisione, il dover calcolare la spesa di una fabbrica che fosse composta di solidi di forme e dimensioni assai diverse, come spesso avviene? Immaginarono perciò gli architetti di non stare a questo stretto rigore; e convennero di dare lo stesso prezzo a tutti i lavori di fabbrica di una stessa opera architettonica costrutti con materiale della stessa natura; ma pagando poi da parte quel maggior magistero necessario pei diversi lavori di che è uopo per comporre i diversi solidi che costituiscono le fabbriche. Così per un muro di grossezza minore di due palmi (muro di pietra tufo) si paga un *magistero per la minore grossezza*,

per quel dover tagliare in vece di spianare soltanto di ciascuna pietra la faccia che deve servire di paramento; similmente si paga un *Magistero* per le diverse volte; per le due facce laterali di un pilastro, facce che non ha un muro tutto continuato, e così via discorrendo.

Questi magisteri si misurano calcolando in parte od in tutto i volumi e le superficie di quei solidi per comporre i quali son necessarii.

Ed ora detto di qual natura essi sono, daremo poi, ogni qual volta è necessario, le Regole per tenerne conto. In tali casi, porremo appresso alla Regola che impara a misurare il quantitativo della fabbrica, quella che impara a tener conto di quel lavorio di più, detto *magistero*, necessario per dare una forma più tosto che un' altra al muramento di che componesi una fabbrica, onde possa considerarsi il tutto di egual prezzo.

MANUALE

PER

LA MISURA DELLE FABBRICHE.

PARTE PRIMA

MISURA DEI VOLUMI.

CAPO PRIMO

DELLA MISURA DEI MURI.

I MURI in ordine alla loro misura possono andare distinti in due classi: cioè in Muri pieni e Muri traforati. I Muri pieni sono quelli che formano un masso continuato senza interruzione di sorta, o per vani di arcate che vi fossero praticate, o per porte, finestre ed altre aperture: tali sono, a cagion di esempio, i muri di cinta, quegli di rivestimento e la più parte dei muri di fondazione. I Muri traforati sono quelli che non formano masso continuato, ma che ànno invece delle interruzioni per porte, finestre, od altri vani. Noi adunque diremo prima come misurare i muri pieni, e poi come misurare i traforati.

ARTICOLO I.

DELLA MISURA DEI MURI PIENI.

1.

Muro in tela.

REGOLA.

Si misuri la lunghezza, l'altezza, e la grossezza del muro.
Si moltiplichi la lunghezza, per l'altezza e la grossezza.

1.° Esempio.

Vogliasi la misura di un dato muro in tela.

Misuro la sua lungh., l'alt. e la sua gross. E sia lungh. pal. 60, alt. pal. 24, gross. pal: 2. Il qual muro colle dette dimensioni così noto nello squarcio. Muro in tela, (e qui dicesi di quali materiali è composto) di lungh. pal. 60, alt. pal. 24, gross. pal. 2.

Con questi dati fo al tavolino il seguente

CALCOLO.

lungh.	60
alt.	24
prod.	1440
gross.	2
prod.	2880

Dunque il volume del dato muro è di pal. cubici 2880, ossia di canne cube legali 2,88. E moltiplicando questo numero pel prezzo di una canna legale si avrà l'importo del dato muro.

Avvertimento — Che se in questo caso, ed in tutti i simili, cioè, ogni qual volta il muro è due pal. grosso, si volesse conoscere quante canne di costumanze costituisce il dato muro, basta moltiplicare la lungh. per l'alt. e poi dividere per 64. Ma ciò può farsi soltanto quando trattasi di misurare uno di tali muri isolatamente; imperocchè, vale meglio il calcolare il tutto in pal. cubici, e dopo aver sommati tutti quelli che misurano i volumi dei diversi solidi, come a dire di tutti i muri, delle diverse volte, ec. ridurre a canne di costumanza affine di trascurare il minor numero di frazioni possibili.

2.° Esempio.

Abbiasi un muro in tela di lungh. pal. 60, alt. pal. 24, gross. pal. 3, e si voglia la misura del suo volume.

Misuro le dette dimensioni, e scrivo nello squarcio. Muro in tela (qui si dice di quali materiali è costrutto) di lungh. pal. 60, alt. pal. 24, gross. pal. 3.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

lungh. pal.	60
alt.	24
prod.	1440
gross.	3
prod.	4320

Dunque il muro proposto è di pal. cubi 4320, ossia canne legali 4,32.

Quindi moltiplicando questo numero pel prezzo di una canna di costumanza si avrà il costo del dato muro.

3.° *Esempio.*

Eseguita la misura di un muro in tela, sia descritto. Muro in tela di lungh. pal. 60, alt. 24, gross. pal. 1,75.
Il calcolo sarà il seguente

CALCOLO.

lungh. pal.	60
alt.	24
prod.	1440
gross.	1,75
prod.	2520

Dunque il dato muro è di palmi cubici 2520, ossia canne cubiche legali 2,52.

Avvertimento — In questo caso, il muro è minore di due palmi. Moltiplicando il numero 2,52 delle canne cubiche pel prezzo di una canna di fabbrica, non si avrà; come nei due esempii precedenti, l'importo totale del muro; imperocchè, come si è già premesso nell'articolo preliminare, il lavorìo ed il calo in un muro di minore grossezza di 2 palmi è maggiore che in questo, o che in uno di grossezza maggiore; ed è perciò che va computato a parte. Questo maggior lavorìo detto *magistero per la minore grossezza* misurasi colla regola seguente.

2.

Magistero per la minore grossezza nei muri in tela.

REGOLA.

Si misuri la lunghezza, l'altezza, e la grossezza del muro.
La grossezza si sottragga da 2, la differenza si multiplichi per l'altezza e per la lunghezza.

Esempio.

(*continua il precedente*).

Le cose da misurarsi già si conoscono, imperciocchè si sono misurate per calcolarsi il volume: e ciò à sempre luogo, non calcolandosi mai il magistero se non si è già calcolato il volume del muro. Però tutto ciò che è da farsi è lavoro da tavolino, e consiste nel seguente

CALCOLO.

n. cost.	2
gross.	1,75
diff.	0,25
alt.	24
prod.	6
lungh.	60
prod.	360

Dunque il magistero per la minore grossezza del dato muro è di pal. cubici 360, ovvero canne cubiche 0,36. Moltiplicando questo numero pel prezzo di una canna cubica di magistero per la minore grossezza (*) si ha il costo di quello necessario pel dato muro. Questo costo va aggiunto a quello trovato per l'es. precedente.

3.

Muro in tela con Contrafforti di pianta rettangolare ed a fianchi verticali.

REGOLA.

Si misuri la lunghezza, l'altezza, e la grossezza del muro; e l'altezza, lo sporto, e la larghezza di un contrafforte.

Si multiplichi l'altezza del contrafforte pel suo sporto, e per la larghezza, il prodotto si ripeta tante volte per quanti essi sono, e se ne prenda la metà; questa si aggiunga al prodotto della lunghezza del muro, per la sua altezza e per la sua grossezza.

Avvertimento — Si suppone che i contrafforti siano tutti eguali tra loro, come si pratica nelle buone costruzioni. Quando non fossero eguali si misurerà separatamente, il muro colla regola 1.ª (pag. 29), ed il confrafforte come un muro a scarpa colla regola 22.

Esempio.

Abbiasi il muro in tela con contrafforti come è rappresentato dalla fig. 11: e se ne voglia la misura.

Misuro la lungh. EF del muro e sia di pal. 68, l'alt. HG sia di pal. 18, e la gross. BG che sia di pal. 2. In oltre misuro l'alt. AB di un contrafforte e sia di pal. 15, il suo sporto DB e sia di pal. 3, e la sua largh. BC che sia di pal. 4. E sopra luogo descrivo. — Muro in tela di lung. pal. 68, alt. pal. 18, e gross. pal. 2; con numero 5 contrafforti ciascuno di alt. pal. 15., sporto pal. 3, e largh. pal. 4. — Quindi fò il seguente

(*) Ordinariamente il prezzo di una canna di magistero per la minore grossezza suol essere di ducati 3,13.

CALCOLO.

contraff. alt. pal.	15	muro lungh. pal.	68
spor.	3	alt.	18
prod.	45		544
largh.	4		68
prod.	180	prod.	1224
n. dei contraff.	5	gross.	2
prod.	900	prod.	2448
metà	450	....	450
		somma	2898

Dunque il volume del dato muro coi suoi contrafforti è di pal. cubici 2898, ossia, canne cube legali 2,898.

Avvertimento — Se questo numero esprimesse il volume di un muro in tela senza contrafforti, basterebbe moltiplicarlo pel prezzo di una canna di costumanza per averne il costo. Ma nel caso attuale ciò non basta. Di fatto nei muri in tela le due facce di paramento del muro, che sono lavorate, sono eguali tra loro, e quì non lo sono a cagione delle facce laterali dei contrafforti, come la ABD. E però a ciò che si ottiene moltiplicando il prezzo di una canna cuba legale pel numero 2,898, debbesi aggiungere il costo della lavoratura dei detti laterali, la quale dicesi dai pratici *magistero per la terza e quarta faccia:* e se ne calcola l' importo assumendo per unità di prezzo, quello di una canna quadrata, ossia di 100 pal. quadrati (*). Un tal magistero calcolasi come segue.

4.

Magistero per la terza e quarta faccia, nei muri in tela con contrafforti di pianta rettangolare ed a fianchi verticali.

REGOLA.

Si misuri l' altezza e lo sporto di un contrafforte.

Si moltiplichi l' altezza per lo sporto; ed il prodotto si ripeta tante volte per quanti sono i contrafforti.

Esempio.

Vogliasi la misura del magistero per la terza e quarta faccia nel muro in tela con contrafforti rappresentato dalla fig. 11.

Misuro l' alt. AB e sia di pal. 15, e lo sporto BD che sia di pal. 3. E sopra luogo descrivo — Magistero per la terza e quarta faccia di cinque contrafforti di pianta rettangolare ed a fianchi verticali, ciascuno di alt. pal. 15, e di sporto pal. 3.

(*) A parlare rigorosamente la faccia anteriore ABC del contrafforte, non è equivalente all' area del muro che esso covre; ma i pratici così la considerano.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

alt. del contraff. pal.	15
sporto	3
prod.	45
n. dei contraff.	5
prod.	225

Dunque il magistero per le terze e quarte facce è di pal. quadri 225, ossia canne quadre legali 2,25. Quindi moltiplicando questo numero pel prezzo del magistero di una canna quadrata si ha il costo del Magistero richiesto.

Avvertimento. — Quando il detto magistero devesi computare insieme col volume della fabbrica, come sempre avviene, l' alt. e lo sporto di un contrafforte trovansi già misurati, e trovasi in parte già fatto il calcolo pel magistero. — Trovato l' importo del magistero si aggiunge a quello della fabbrica considerata come se tutta costituisse un muro in tela, e si ha l' importo totale del dato muramento.

6.

Muro in tela con contrafforti di pianta trapezia.

REGOLA.

Si misuri la lunghezza, l' altezza, e la grossezza del muro; ed in oltre di un contrafforte si misurino le due larghezze al piede e quella alla cima, l' altezza, e lo sporto.

Si faccia la somma delle tre larghezze del contrafforte, e se ne prenda la sesta parte; il quoziente si moltiplichi per l' altezza, per lo sporto e pel numero dei contrafforti: e ciò che risulta si aggiunga al prodotto della lunghezza del muro per la sua altezza e per la sua grossezza.

Avvertimento. — Si suppone che i contrafforti fossero tutti eguali tra loro, come debb' essere nella buona architettura.

Esempio.

Abbiasi il muro in tela con contrafforti di pianta trapezia, come è rappresentato nella fig. 12; e se ne voglia la misura.

Misuro la lungh. EF del muro, e sia di pal. 40, la sua alt. HG e sia di pal. 15, e la gross. Bi che sia di pal. 2; in oltre misuro di un contrafforte le sue due largh. al piede BC, cb, e sia la prima di pal. 5, la seconda di pal. 3, la largh. AP alla cima e sia di pal. 4, l' alt. Ba che sia di pal. 12, e lo sporto Bb, che sia di pal. 3. Il qual muro e sue dimensioni lo descrivo nel modo seguente. — Muro in tela di lungh. pal. 40, alt. pal. 15, gross. pal. 2; con n.° 4. contrafforti di pianta trapezia, ciascuno di largh. al piede interna pal. 5, esterna pal. 3, di largh. alla cima pal. 4, di alt. pal. 12, e di sporto pal. 3.

Quindi al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

Di un Contrafforte.		*Del Muro.*	
largh. al piede interna	5	lungh. pal.	40
esterna	3	alt.	15
alla cima	4	prod.	600
somma	12	gross.	2
sesta par.	2	prod.	1200
alt.	12		
prod.	24		
sporto	3		
prod.	72		
n. dei contrafforti	4		
prod.	288	....	288
		somma	1488

Dunque il dato muro con contrafforti di pianta trapezia è di misura pal. cubici 1488, ossia, canne cubiche legali 1,488.

Avvertimento — Se questo numero esprimesse la misura di un muro in tela senza contrafforti, basterebbe moltiplicarlo pel prezzo di una canna cuba legale per averne il costo. Ma nel caso attuale ciò non basta. Di fatto nei muri in tela le facce di paramento che sono lavorate sono eguali tra loro, e qui in una di essa, cioè nella *EmnF*, *CcbBFH* vi sono le facce laterali dei contrafforti, come la *aBb*, *ABb*, che pure sono lavorate. Egli è perciò che bisogna, a ciò che si ottiene moltiplicando il prezzo di una canna cubica legale pel numero 1,488 aggiungere quello della lavoratura dei detti laterali, la quale è detta dai pratici *magistero per la terza e quarta faccia:* e di cui si calcola l'importo assumendo per unità di prezzo quello di una canna quadrata, ossia di 100 pal. quadrati. Per la misura di un tal magistero vale la regola seguente.

6.

Magistero per le terze e quarte facce nei muri in tela con contrafforti di pianta trapezia.

REGOLA.

Dell'uno dei due fianchi di un contrafforte si misuri il lato saliente, e la sua distanza dal vertice dell'angolo ad esso opposto.

Il lato saliente si moltiplichi per la sua distanza dal vertice dell'angolo opposto, ed il prodotto si moltiplichi pel numero dei contrafforti.

Avvertimento. — Si suppone come già si è avvertito più sopra, che i contrafforti fossero tutti eguali tra loro, appunto come si pratica nelle buone costruzioni.

Esempio.

Abbiasi un muro in tela con contrafforti di pianta trapezia, come è rappresentato dalla fig. 12; e vogliasi la misura del magistero per la terza e quarta faccia.

Del fianco *ABb* in prospetto, ed *aBb* in sezione, di un contrafforte, misuro il lato saliente *Ab* in prospetto, *ab* in sezione, e sia di pal. 12,03, e la sua distanza *Be* dal vertice *B* dell'angolo opposto sia di pal. 3,16 — E sopra luogo descrivo — Magistero per la terza e quarta faccia dei quattro contrafforti (*), ciascuna di lato saliente pal. 12,03 distante dal vertice dell'angolo opposto per pal. 3,16.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

lato saliente	12,03
sua dist. dal vert. opp.	3,16
prod.	38,0148
n. contraff.	4
prod.	152,0592

Dunque il magistero per le terze e quarte facce è di pal. quadrati, 152,06, ossia di canne quadrate legali 1,52. Quindi moltiplicando questo numero pel prezzo del magistero di una canna quadrata, si ha quello del magistero per le terze e quarte facce del dato muro con contrafforti. Aggiungendo questo prezzo a quello della fabbrica considerata come costituente un muro in tela, si avrà il costo totale del dato muro con contrafforti, rappresentato dalla fig. 12.

7.

Muro in tela con contrafforti di pianta triangolore.

REGOLA.

Si misuri la lunghezza, l'altezza e la grossezza del muro; e l'altezza, la larghezza e lo sporto di un contrafforte.

L'altezza di un contrafforte si moltiplichi per la sua larghezza, pel suo sporto, e pel numero di essi; del prodotto finale si prenda il sesto, e questo si aggiunga al prodotto della lunghezza del muro per la sua altezza e per la sua grossezza.

Avvertimento. — Qui si suppone che i contrafforti sieno tutti di uguali dimensioni, come sempre si pratica nelle buone costruzioni.

(*) Ordinariamente il muro ed i contrafforti si trovano sempre già descritti, come nell' es. precedente.

Esempio.

Abbiasi un muro con contrafforti di pianta triangolare, come è rappresentato nella fig. 13, e se ne voglia la misura del volume.

Misuro la lungh. *HG* del muro, e sia di pal. 40, la sua alt. *IK*, sia di palmi 15, e la gross. *IL* che sia di pal. 2; in oltre misuro l'alt. *BA'* del contrafforte, e sia di pal. 12, la sua largh. *BD* che sia di pal. 6, lo sporto *Db* che sia di pal. 4. Il qual muro lo descrivo nel modo seguente — Muro in tela di (qui và detto il nome dei materiali di che è fatto) lungh. pal. 40, alt. pal. 15, gross. pal. 2, con numero quattro contrafforti di pianta triangolare, ciascuno di alt. pal. 12, largh. pal. 6, e sporto pal. 4.

Quindi al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

Di un controfforte.		*Del Muro.*	
alt.	12	lungh.	40
largh.	6	alt.	15
prod.	72	prod.	600
sport.	4	gross.	2
prod.	288	prod.	1200
n. contr.	4		
prod.	1152		
sesta parte	192	....	192
		somma	1392

Dunque il dato muro con contrafforti di pianta triangolare è di pal. cubici 1392, ossia di canne cubiche legali 1,392.

Avvertimento. — Fissato il prezzo di una canna cubica, se si moltiplichi per 1,392 si avrà quello del dato muro; ma come se fosse muro in tela senza contrafforti. Imperciocchè nel fissare il detto prezzo si suppone che le due facce di paramento del muro siano parallele, e perciò uguali tra loro, laddove quì la faccia anteriore, è occupata in parte dai contrafforti il di cui paramento è maggiore del corrispondente nella faccia posteriore, essendochè in luogo della sola faccia triangolare *DAB* vi sono le due *BAC*, *DAC*. Però a voler calcolare il prezzo del dato muro, bisogna tener conto del magistero maggiore che richiedono le due facce laterali *BAC*, *DAC*, in vece della porzione triangolare *BAD* ch' esse covrono. Magistero di cui calcolasi l'importo assumendo per unità di prezzo quello di una canna quadrata, ossia, di 100 pal. quadrati: e misurasi per la regola seguente.

8.

Magistero pel paramento maggiore, nei muri in tela con contrafforti di pianta triangolare.

REGOLA.

Di un contrafforte si misuri l' altezza e la larghezza, il suo lato saliente, e la distanza di questo dal vertice dell' angolo opposto.

Il lato saliente si moltiplichi per la sua distanza dal vertice dell' angolo opposto, dal prodotto si sottragga il prodotto dell' altezza per la semilarghezza, e la differenza si moltiplichi pel numero dei contrafforti.

Avvertimento. — Quando già si son prese le misure per calcolare il volume del muro di cui si tratta (come quasi sempre avviene); basta pel magistero misurare soltanto il lato saliente e la sua distanza dal vertice dell' angolo opposto; trovandosene già misurata l' altezza e la larghezza.

Esempio.

Dato il muro rappresentato dalla fig. 13, vogliasene calcolare il magistero pel paramento maggiore dei contrafforti.

Misuro l' alt. BA' e la largh. BD di un contrafforte, e sia BA' di pal. 12, BD pal. 6. (linee che ordinariamente trovansi già misurate), il lato saliente AC e la sua distanza dal vertice B dell' angolo opposto: e sia AC pal. 12,37, e ID pal. 5. — Quindi noto nello squarcio.

Magistero pel paramento maggiore pei quattro contrafforti, ciascuno di alt. pal. 12, largh. pal. 6, (queste due dimensioni possono sopprimersi quando il muro è stato già descritto come nell' es. precedente), di lato saliente pal. 12,37, e la sua distanza dal vertice dell' angolo opposto pal. 5. — Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

		lato saliente	12,37
		sua dist. vert. opp.	5
		prod.	61,85
alt.	12		
semilarg.	3		
prod.	36	.... meno	36
		diff.	25,85
		n. contraff.	4
		prod.	103,40

Dunque il magistero pel paramento maggiore, nel dato muro con contrafforti a base triangolare, è di pal. quadrati 103,40, ossia di canne quadre legali 1,03: onde moltiplicando questo numero pel prezzo del magistero di una canna, si ha ciò che bisogna aggiungere al prezzo del

medesimo muro niun conto tenendo del lavorio maggiore pei contrafforti, ed avere così il prezzo totale del dato muro.

9.

Muro in tela con contrafforti o senza, e con arcate cieche.

REGOLA.

Si misuri, per le regole precedenti, come se fosse costrutto a corsie orizzontali, cioè come se non vi fossero arcate; ed indi si tenga conto del magistero maggiore necessario per la struttura di esse: per lo che le regole seguenti.

Avvertimento. — Questa sorte di magistero si calcola misurando il volume dell'archivolto di ciascun'arcata.

10.

Magistero pegli archivolti nei muri in tela con contrafforti o senza, ad arcate cieche di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri la corda del sesto, la grossezza dell'archivolto, e la grossezza del muro.

Alla corda dell'archivolto si aggiunga la sua grossezza, e la somma si moltiplichi per essa grossezza, per quella del muro, pel n.° costante 1,57, e pel numero delle arcate.

1.° Avvertimento — La grossezza del muro ordinariamente trovasi già misurata, nel doversi calcolare il volume di tutto il muro (*reg. 9*).

2.° Avvertimento. — In ogni bene intesa costruzione, gli archivolti delle arcate cieche in un medesimo muro sono di uguali dimensioni; e così suppone la regola. Che se fossero dissuguali si applicherà la regola partitamente per quelli che sono uguali, moltiplicando in fine non pel numero di tutti gli archivolti, ma pel numero di quegli che hanno uguali dimensioni.

Esempio.

Abbiasi un muro in tela, come rappresentato nella fig. 21 ad arcate cieche e di tutto sesto: vogliasene la misura.

Misuro prima il volume del muro, niun conto tenendo delle arcate (reg. 9.); quindi calcolo il magistero per l'archivolto di esse.

Perciò misuro la corda AB del sesto di una delle arcate; la grossezza DE dell'archivolto, e la gross. FG del muro; e sia AB pal. 13, DE pal. 3, FG pal. 3, e noto nello squarcio (dopo aver descritto il muro non tenendo conto delle arcate 1. Reg., 2.° es., pag. 30). — Magistero per n.° sei arcate cieche e di tutto sesto di corda pal. 13, gross. dell'archivolto pal. 3, gross. del muro pal. 3. Dopo ciò al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

cor archiv.	13
gross. archiv.	3
somma	16
gross. archiv.	3
prod.	48
gross. muro	3
prod.	144
n. cost.	1,57
prod.	226,08
n. arcate	6
prod.	1356,48

Dunque il magistero per li archivolti delle sei arcate cieche, nel muro di cui si tratta è di pal. cubici 1356,48, ossia di canne cube legali 1,356 Onde poi moltiplicando 1,356 pel prezzo del magistero per una canna, si ha quello per la struttura di detti archivolti; che aggiunto al prezzo del muro come se essi non vi fossero, dà il prezzo totale del muro di cui si tratta.

11.

Magistero pegli archivolti nei muri in tela con contrafforti o senza, ad arcate cieche e di sesto scemo.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia del sesto, la grossezza dell'arco, e la grossezza del muro.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia, e si sommino. La freccia si moltiplichi per la grossezza dell'arco, ed il prodotto aggiunto alla ottenuta somma si divida per essa somma. Il quoziente si moltiplichi per la lunghezza dell'arco intradosso, per la grossezza dell'arco e per la grossezza del muro. Ciò che si ottiene si ripeta tante volte per quante sono le arcate.

1.° Avvertimento — La gross. del muro ordinariamente trovasi già misurata nel doversi calcolare il volume di tutto il muro (*reg. 9*).

2.° Avvertimento. — Nelle buone costruzioni gli archivolti delle arcate cieche in un medesimo muro sono di uguali dimensioni; e così suppone la reg. Chè se fossero dissuguali si applicherebbe parzialmente a quelle che sono uguali, moltiplicando in fine non pel numero di tutti gli archivolti, ma pel numero di quegli che hanno uguali dimensioni.

Esempio.

Abbiasi un muro in tela, come rappresentato nella fig. 22 ad arcate cieche e di sesto scemo: e vogliasi calcolare il magistero per la struttura degli archivolti.

Misuro la corda *AB*, e la freccia *EF* del sesto, la gross. *FG* dell'archivolto, e quella *CD* del muro: e sia *AB* pal. 13, *EF* pal. 4, *FG* pal. 3, *CD* pal. 3; e noto nello squarcio (dopo di aver detto delle dimensioni del muro, senza parlare delle arcate) — Magistero per li archivolti delle sei arcate cieche e di sesto scemo; ciascuna di corda pal. 13 e freccia pal. 4, gross. pal. 3; essendo la gross. del muro pal. 3. (Quest'ultima misura ordinariamente già trovasi detta nel descrivere le dimensioni del muro).

Con questi dati al tavolino fo il seguente calcolo; cominciando prima dal computare la lungh. dell'arco intradosso *AFB* per mezzo della Tav. (A) (*V. art. preliminare pag. 18*): lungh. che la regola suppone già conoscersi.

CALCOLO.

Determinazione della lungh. dell'arco intradosso.

semicor. 6,5	suo quadr.	42,25			
frec. 4	suo quadr.	16			
	somma	58,25	div. per dop. frec.	8	
			1. quoz.	7,28	
mille vol. cor. 13000 dlv. per 1. quoz.		7,28			
	cor. tav.	1786	arc. corrisp.	2199,11	
				8,73	
			somma	2207,84	
			molt. 1, quoz.	7,28	
			prod.	16073,07	
			lungh. arc. intrad.	16,07	

Dunque la lunghezza dell'arco intradosso *AFB* dell'archivolto è di pal. 16,07.

Applicazione della Regola

semicor.	6,5	suo quadr.	42,25		
freccia	4	suo quadr.	16		
gross. arc.	3	somma	58,25		
prod.	12	....	12		
		somma	70,25	div. per somma quadr.	58,25
				quoz.	1,21
				lungh. arc. intr.	16,07
				prod.	19,44
				gross. arc.	3
				prod.	58,32
				gross. muro	3
				prod.	174,96
				n. arcate	6
				prod.	1049,76

Dunque il magistero per la struttura dei sei archivolti delle arcate cie-

che di sesto scemo del dato muro, è di pal. cubi 1049,76; ossia di canne cubiche legali 1,050.

12.

Muro diritto di pianta circolare.

REGOLA.

Si misuri il diametro del circolo interno della pianta del muro, la sua grossezza e l'altezza di esso.

Si sommi il diametro colla grossezza del muro, e ciò che si ottiene si moltiplichi per essa grossezza e per l'altezza; il prodotto si moltiplichi pel numero costante 3,142.

Esempio.

Abbiasi un pozzo di pianta circolare, come è rappresentato nella fig. 16 e vogliasi la misura della sua canna *abceda*.

Misuro il diametro AB del circolo interno della pianta e sia di pal. 8, la gross. BC del muro e sia di pal. 3, e la sua alt. *cb* che sia di pal. 24. E sopra luogo così scrivo — Muro (e qui dicesi di quali materiali è composto) formante la canna di un pozzo circolare, di diametro pal. 8, gross. pal. 3, alt. pal. 24.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

diam. int.	8
gross. del muro	3
somma	11
gross.	3
prod.	33
alt.	24
prod.	792
n. cost.	3,142
prod.	2488,464

Dunque il muro formante la canna del dato pozzo è di pal. cubici 2488,46, ossia di canne cubiche legali 2,488. Quindi moltiplicando questo numero pel prezzo di una canna di costumanza si avrà il costo del dato muro.

Avvertimento — Il prezzo di una canna cubica legale della fabbrica ora presa a misurare, debb'essere alcun poco più grande del prezzo di una canna di fabbrica costituente un muro di pianta retta; imperocchè nel caso di cui si tratta il muro essendo curvo le pietre debbono essere lavorate a cuneo, e perciò debb'esserne maggiore la mano d'opera necessaria, ed il calo. Ma quando un pezzo circolare facesse parte di una fabbrica più vasta, allora si paga la fabbrica curva allo stesso prezzo della retta, pagandosi in oltre un *magistero per la curvatura* per lo che la reg. seguente.

13.

Magistero per la curvatura di un muro diritto di pianta circolare.

REGOLA.

Si misuri il volume di tutto il muro (*Reg. preced.*).

14.

Muro diritto di pianta semicircolare.

REGOLA.

Si misuri il diametro del semicircolo pianta del paramento concavo, l'altezza del muro, e la sua grossezza.
Si sommi il diametro colla grossezza del muro, e ciò che si ottiene si moltiplichi per essa grossezza e per l'altezza; il prodotto si moltiplichi pel numero costante 1,5708.

Esempio.

Abbiasi una *Cona* di pianta semicircolare, come è rappresentata nella fig. 17: e vogliasi il volume del muro che ne costituisce la parete.
Misuro il diametro *AC* del semicircolo *ABC* pianta del paramento concavo e sia di pal. 19,8, ne misuro l'alt. *ET* e sia di pal. 28, e la gross. *BF* che sia di pal. 3. E sul luogo del lavoro scrivo — Muro (e qui dicesi di quali materiali è costrutto) che costituisce la parete della Cona di pianta semicircolare, del diametro di pal. 19,8, di gross. pal. 3, e di alt. pal. 28 — Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

diam. pal.	19,8
gross.	3
somma	22,8
gross.	3
prod.	68,4
alt.	28
prod.	1915,2
n. cost.	1,5708
prod.	3008,396

Dunque il dato muro, che sostiene la volta della Cona, è di pal. cubi 3008,396, ossia di canne cubiche legali 3,008. Quindi moltiplicando questo numero pel prezzo di una canna si ha il costo del dato muro.
Avvertimento — Il prezzo di una canna della fabbrica ora presa a

misurare debb'essere alcun poco più grande del prezzo di una canna di fabbrica costituente un muro di pianta retta; imperocchè nel caso di cui si tratta il muro essendo curvo le pietre debbono essere lavorate a cuneo, e perciò debb'esserne maggiore la mano d'opera necessaria, ed il calo. Ma quando un pezzo curvo facesse parte di una fabbrica più vasta, allora si paga la fabbrica curva allo stesso prezzo della retta, pagandosi in oltre un *magistero per la curvatura*: per lo che la reg. seguente.

15.

Magistero per la curvatura di un muro diritto di pianta semicircolare.

REGOLA.

Si misuri il volume di tutto il muro (*Reg. preced.*).

16.

Muro diritto di pianta ad arco di circolo.

REPOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell'arco pianta del paramento concavo, la grossezza del muro, e la sua altezza.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia, e si sommino. La freccia si moltiplichi per la grossezza del muro, ed il prodotto aggiunto alla ottenuta somma si divida per essa somma. Il quoziente si moltiplichi per la lunghezza dell'arco pianta del paramento concavo, per la grossezza del muro e per la sua altezza.

Avvertimento — Questa regola (fig. 20) dà la misura del muro $a\alpha C\beta Bbca$ compreso tra i piani $D\alpha$, $D\beta$ condotti pel centro D dell'arco acb: per la qual cosa nel misurare i muri AM, BN laterali al nicchione, è uopo tener conto dei prismi di base $aA\alpha, bB\beta, \alpha no, \beta ie$ che si misurano facilmente, moltiplicando αn per no ed $A\alpha$ per Aa e quindi la somma dei prodotti per l'alt. del muro. — Il tenere ad un tempo conto di tali porzioni implicherebbe in lunghissimi calcoli.

Esempio.

Abbiasi un nicchione di pianta $ACBbca$; e vogliasi la misura del muro che ne costituisce la parete.

Misuro la corda ab e la freccia dc dell'arco acb, pianta del paramento concavo, e sia ab pal. 14, dc pal. 5; misuro la gross. cC del muro che sia di pal. 3, e l'alt. della parete del nicchione che sia pal. 20. E descrivo nel registro — Muro (e quì dicesi di quali materiali è composto) diritto di pianta ad arco di circolo di corda pal. 14. e freccia pal. 5, formante la parete del nicchione di gross. pal. 3, alt. pal. 20.

Con questi dati fo al tavolino il seguente calcolo; cominciando prima dal computare la lungh. dell'arco acb pianta del paramento concavo

per mezzo della Tav. (A) (*V. art. preliminare pag. 18.*): lungh. che la regola suppone conoscersi.

CALCOLO.

Determinazione della lungh. dell'arco pianta pel paramento concavo.

semic.	7	suo quadr.	49		
frec.	5	suo quadr.	25		
		somma	74	div. per dop. frec.	10
				1. quoz.	7,4
mille volte cor.	14000	div. per 1. quoz.	7,4		
		cor. tav.	1892	arc. corris.	2478,37
					2,91
				somma	2481,28
				molt. 1. quoz.	7,4
				prod.	18361,472
				lungh. arc.	18,36

Dunque la lungh. dell' arco *abc* pianta del paramento concavo è di pal. 18,36.

Applicazione della Reg.

semic.	7	suo quadr.	49		
freccia	5	suo quadr.	25		
gross. muro	3	somma	74		
prod.	15	....	15		
		somma	89	div. per somma quadr.	74
				quoz.	1,26
				lungh. arc. param. conc.	18,36
				prod.	22,032
				gross. muro	3
				prod.	66,096
				alt. muro	20
				prod.	1321,92

Dunque il muro che costituisce la parete *ACBbca* del dato nicchione è di pal. cubi 1321,92 ossia, canne cubiche legali 1,322: numero che moltiplicato pel prezzo di una canna, dà il prezzo del dato muro.

Avvertimento — Il prezzo di una canna della fabbrica ora presa a misurare, debb' essere alcun poco più grande del prezzo di una canna di fabbrica costituente un muro di pianta retta; imperocchè nel caso di cui si tratta il muro essendo curvo le pietre debbono essere lavorate a cuneo, e perciò debb' esserne maggiore la mano d' opera necessaria; ed il calo. Ma quando un pezzo curvo facesse parte di una fabbrica più vasta, allora si paga la fabbrica curva allo stesso prezzo della retta, pagandosi in oltre un *magistero per la curvatura:* per lo che la reg. seguente.

17.

Magistero per la curvatura di un muro diritto di pianta ad arco di circolo.

REGOLA.

Si misuri il volume di tutto il muro. (*Reg. preced.*).

18.

Muro diritto di pianta ellittica.

REGOLA.

Si misurino i due assi dell'ellisse pianta del paramento concavo, la grossezza del muro e la sua altezza.
I due assi si sommino tra loro e colla doppia grossezza del muro, e la somma si moltiplichi per la grossezza del muro, per la sua altezza, e pel numero costante 1,5708.

Esempio.

Abbiasi una sala ellittica; e vogliasi la misura del muro che ne costituisce la parete.
Misuro l'asse maggiore *AB* (fig. 14) ed il minore *CD* dell'ellisse *ADBC* pianta del paramento concavo del muro, e sia *AB* pal. 44, *CD* pal. 24; misuro la gross. *CE* del muro, che sia di pal. 4, e la sua alt. che sia pal. 20. E sopra luogo descrivo — Muro diritto (e qui dicesi di quali materiali è composto) di gross. pal. 4, ed alt. pal. 20, costituente le pareti della sala ellittica di asse maggiore pal. 44, ed asse minore pal. 24.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

asse magg.	44
asse min.	24
doppia gross.	8
somma	76
gross.	4
prod.	304
alt.	20
prod.	6080
n. cost.	1,5708
prod.	9550,4640

Dunque il dato muro diritto di pianta ellittica è di pal. cubici 9550,464, ossia, di canne cubiche legali 9,55: moltiplicando il qual numero pel prezzo di una canna, si ha quello del muro.

Avvertimento — Il prezzo di una canna della fabbrica ora presa a misurare, debb' essere alcun poco più grande del prezzo di una canna cubica di fabbrica costituente un muro di pianta retta; imperocchè nel caso di cui si tratta il muro essendo curvo le pietre debbono essere lavorate a cuneo, e perciò debb' esserne maggiore la mano d' opera necessaria ed il calo. Ma quando un pezzo curvo facesse parte di una fabbrica più vasta, allora si paga la fabbrica curva allo stesso prezzo della retta, pagandosi in oltre un *magistero per la curvatura:* per lo che la reg. seguente.

19.

Magistero per la curvatura di un muro diritto di pianta ellittica.

REGOLA.

Si misuri il volume di tutto il muro (*Reg. preced.*).

20.

Muro diritto di pianta semiellittica.

REGOLA.

Si misurino la corda e la freccia dell' arco pianta del paramento concavo, la grossezza del muro, e la sua altezza.

La semicorda si sommi colla freccia e colla grossezza del muro, e ciò che risulta si moltiplichi per la grossezza del muro, per la sua altezza, e pel numero costante 1,5708.

Esempio.

Abbiasi un portico semiellittico la di cui icnografia è data dalla fig. 15; e vogliasi la misura del muro $ACEB$ che ne costituisce la parete continuata.

Misuro la corda AB e la freccia DC dell' arco ACB pianta del paramento concavo, la gross. CE del muro, e la sua alt.: e sia AB pal. 44, DC pal. 12. CE pal. 4, e l' alt. di pal. 20. E descrivo nello squarcio — Muro diritto (e qui dicesi di quali materiali è la fabbrica) di gross. pal. 4. ed alt. pal. 20, costituente la parete semiellittica del portito, la quale è di corda pal. 44, freccia pal. 12.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

semicor. pal.	22
frec.	12
gross. muro	4
somma	38
gross. muro	4
prod.	152
alt.	20
prod.	3040
n. cost.	1,5708
prod.	4775,2320

Dunque il muro $AECB$, che costituisce la parete continuata del portico, è di pal. cubici 4775,232, ossia di canne cubiche legali 4,775. Quindi moltiplicando un tal numero pel prezzo di una canna, si ha il prezzo di esso muro.

Avvertimento — Il prezzo di una canna della fabbrica ora presa a misurare, debb'essere alcun poco più grande del prezzo di una canna cubica di fabbrica costituente un muro di pianta retta; imperocchè nel caso di cui si tratta il muro essendo curvo le pietre debbono essere lavorate a cuneo, e perciò debb'esserne maggiore la mano d'opera necessaria, ed il calo. Ma quando un pezzo curvo facesse parte di una fabbrica più vasta, allora si paga la fabbrica curva allo stesso prezzo della retta, pagandosi in oltre un *magistero per la curvatura;* per lo che la reg. seguente.

21.

Magistero per la curvatura di un muro diritto di pianta semiellittica.

REGOLA.

Si misuri il volume di tutto il muro. (*reg. preced.*).

22.

Muro a scarpa di pianta retta.

Del muro si misurino le due grossezze al piede ed alla cima, l'altezza e la lunghezza.

Si sommino le due grossezze, la loro somma si moltiplichi per l'altezza e per la lunghezza, e del prodotto si prenda la metà.

Esempio.

Abbiasi un muro a scarpa, e se ne voglia la misura.

Misuro le due gross. al piede ed alla cima: e sia (fig. 18) quella al

piede AB pal 6, e l'altra DB' alla cima pal. 3; misuro l'alt. BB' e sia pal. 12, in ultimo la lungh. e sia di pal. 24. E sopra luogo scrivo — Muro a scarpa (e quì dicesi di quali materiali è costrutto) di gross. al piede pal. 6 ed alla cima pal. 3, di alt. pal. 12, e di lungh. pal. 24.
Quindi al tavolino fo il segnente

CALCOLO.

gross. alla cima	3
gross. al piede	6
somma	9
alt.	12
prod.	108
lungh.	24
prod.	2592
metà	1296

Dunque il dato muro è di pal. cubici 1296, ossia canne cubiche legali 1,296. Quindi moltiplicando questo numero pel prezzo di una canna di costumanza si avrà il costo del muro.

23.

Muro a scarpa di pianta circolare.

REGOLA.

Si misnri la grossezza del muro al piede ed alla cima, la sua altezza, ed il raggio del circolo pianta del paramento concavo.
Si facciano i quadrati di ciascuna delle due grossezze, ed il prodotto di esse; un tal prodotto ed i fatti quadrati si sommino, e della somma si prenda la terza parte; a ciò che si ottiene si aggiunga il prodotto del raggio per la somma delle due grossezze; e la somma che ne risulta si moltiplichi per l'altezza e per 3,14159.

Esempio.

Vogliasi la misura del piede di una torretta; e sia qual è rappresentato nella fig. 19.
Misuro la gross. CB al piede, e sia di pal. 9, l'altra $C'B'$ alla cima, e sia pal. 4; ne misuro l'alt. CC' e sia di pal. 18; e per ultimo il raggio AC del circolo pianta del paramento concavo, e sia di pal. 10. E scrivo sul luogo — Muro (e qui dicesi di quali materiali è costrutto) a scarpa di pianta circolare, formante piede della torretta, di gross. al piede pal. 9, alla cima pal. 4, di alt. pal. 18 e di raggio pal. 10.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

gross. al piede	9	suo quadr.	81
gross. alla cima	4	suo quadr.	16
prod.	36	....	36
		somma	133
		terza parte	44,33
somma delle due gross.	13		
ragg. param. concav.	10		
prod.	130	....	130
		somma	174,33
		alt. del muro	18
		prod.	3137,94
		π. cost.	3,14159
		prod.	9858,1209

Dunque il muro a scarpa di pianta circolare dato a misurarsi è di pal. cubici 9858,12, ossia di canne cubiche legali 9,858. Quindi moltiplicando il prezzo di una canna per questo numero si avrà il costo della data fabbrica.

AVVERTIMENTO — Il prezzo di una canna della fabbrica ora presa a misurare, debb' essere alcun poco più grande del prezzo di una canna di fabbrica costituente un muro di pianta retta; imperocchè nel caso di cui si tratta il muro essendo curvo le pietre debbono essere lavorate a cuneo, e perciò debb' esserne maggiore la mano d' opera necessaria, ed il calo. Ma quando un pezzo circolare facesse parte di una fabbrica più vasta, allora si paga la fabbrica curva allo stesso prezzo della retta, pagandosi in oltre un *magistero per la curvatura* per lo che la regola seguente.

24.

Magistero per un muro a scarpa di pianta circolare.

REGOLA.

Si misuri il volume di tutto il muro (*Reg. preced.*).

ARTICOLO II.

DELLA MISURA DEI MURI TRAFORATI.

I muri traforati, cioè quelli che non formano un masso dappertutto continuato, ma che in vece hanno delle interruzioni per arcate, porte, finestre, od altri vani, si misurano come i pieni, supponendoli tali, e poi se ne sottraggono gli spazii vuoti o *vani*. Per modo che il tutto riducesi (posto il già detto nell'articolo precedente) ad imparare come misurare cotali spazii vuoti o *vani*.

Ma quantunque misurando prima i muri come se fossero pieni, ed indi sottraendone la misura dei vani (fatta come insegneremo), si abbia la vera misura dei muri di cui si tratta, pure ridottane l'ottenuta cubatura a canne cubiche legali, od anche (volendo stare all'antica consuetudine) a canne cubiche o *canne di costumanza*, non se ne ha il giusto valore moltiplicando il prezzo di una canna cubica legale, o canna di costumanza, canna cuba, pel numero di esse: e soprattutto tra noi nel caso delle più ordinarie costrutture.

Come già abbiam detto nell'articolo preliminare (§. 7. *pag.* 24. *e segu.*) comunemente tra noi delle pietre si lavora una sola faccia; ed è quella che fa paramento. Ora quando il muro ha dei vani, come a cagion d'esempio (*fig.* 23) la porta *ABCD*, oltre alle facce di paramento rappresentate in pianta da *EADF*, *eadf*, sono pure lavorate le facce *Aa*, *Dd*, od in sezione *ABba*, *ABba*, del vano: della lavorazione delle quali non si tiene conto, quando misurato prima il muro come pieno se ne toglie poi il vano. E per questo lavoro, che pur debbesi pagare, non era giusto, come testè dicevamo, il prezzo che colle dette operazioni calcolavasi pel muro. Ed oltre a questo anche per un'altra cagione non ne risulta giusto il prezzo. Ed è, che le pietre costituenti il muramento immediatamente superiore ad un vano, vanno tagliate a cuneo, e perciò debbono lavorarsene tutte le facce, e non una sola, e ne è maggiore il calo. Però è uopo nel calcolare il prezzo di un muro tenere pur conto di questo secondo *Magistero*.

Egli è perciò che dopo ogni regola che impara a misurare lo spazio vuoto, ossia il vano, faremo succederne altre due; l'una relativa al magistero pel paramento, l'altra relativa al magistero per la piattabanda od archivolto che covre superiormente il vano.

Pertanto per li muri traforati vale la seguente regola generale.

1.

Regola generale per computare il prezzo di un muro traforato, dato che siena le unità di prezzo

REGOLA.

Si misuri il muro come se fosse pieno, e se ne misurino i vani; dalla prima misura se ne sottragga la seconda, ed il numero che ne risulta

ridotto a canne cube, si moltiplichi pel prezzo di una canna. In oltre per ciascun vano si misuri il magistero pel paramento e quello per la sua piattabanda od archivolto, e se ne calcoli il prezzo. Questo si addizioni con quello già trovato di sopra, e la somma sarà il prezzo del dato muro traforato.

2.

Vano nei muri in tela, di porta o balcone rettangolare, a fianchi paralleli.

REGOLA.

Si misuri l' altezza e la larghezza del vano, e la grossezza del muro.
Si moltiplichi l'altezza del vano per la sua larghezza e per la grossezza del muro

AVVERTIMENTO — Dovendosi misurare i vani per dedurli dalla misura del muro considerato come pieno, la sua grossezza trovasi già misurata.

Esempio.

Vogliasi misurare il vano rappresentato dalla figura 23.
Misuro l'alt. AB del vano, la sua largh. AD, e sia l'alt. di pal. 12, e la largh. di pal. 6: in oltre misuro la gross. Aa del muro e sia di pal. 3. Nel registro scrivo — Da dedursi dal muro grosso pal. 3 vano di porta di alt. pal. 12, e largh. pal. 6.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt. del vano	12
largh. del vano	6
prod.	72
gross. del muro	3
prod.	216

Dunque dalla misura del muro ove è il vano debbono dedursi pal. cubici 216.

3.

Magistero pel paramento in un vano di porta o balcone rettangolare a fianchi parallelli, in un muro in tela.

REGOLA.

Si misuri l'altezza e la larghezza di un fianco del vano.
L'altezza si moltiplichi per la larghezza, e del prodotto si prenda il doppio.

Avvertimento — Il magistero misurandosi sempre quando misurasi il vano, trovasi già misurata l'alt.: e quando non è sbiego, trovasi eziandio misurata la largh. del fianco.

Esempio.

Misurato il vano rappresentato dalla fig. 23 vogliasi misurare il magistero pel paramento.

Misuro l'alt. *AB* che è di pal. 12 e la largh. *Aa* di un fianco; e scrivo — Magistero pel paramento dei fianchi di alt. pal. 12, e di largh. pal. 3.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

alt. pal.	12
larg.	3
prod.	36
doppio	72

Dunque il magistero pel vano di cui si tratta è di pal. quadrati 72.

4.

Magistero per la piattabanda di un vano rettangolare a fianchi paralleli, in un muro in tela.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro, la larghezza inferiore e superiore della piattabanda, e la sua grossezza.

Le due larghezze si sommino, la somma si moltiplichi per la grossezza del muro e della piattabanda, e del prodotto si prenda la metà.

Avvertimento — La misura di questo magistero, accompagnando sempre quella del volume del vano, la grossezza del muro trovasi già misurata.

Esempio.

Misurato il vano rappresentato dalla fig. 23 vogliasi misurare il magistero per la sua piattabanda.

Misuro la gross. del muro che è di pal. 3, la largh. inferiore *BC* della piattabanda, e sia di pal. 6, la superiore *EF*, che sia di pal. 8, e la sua gross. *CG* che sia di pal. 2. E nel registro scrivo — Magistero per la piattabanda del vano di largh. inferiore pal. 6, superiore pal. 8, e di gross. pal. 2, essendo quella del muro di pal. 3.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

larg. infer.	6
larg. super.	8
somma	14
gross. muro	3
prod.	42
gross. piatt.	2
prod.	84
metà	42

Dunque il magistero per la piattabanda del dato vano è di pal. cubici 42.

5.

Vano, nei muri in tela, di porta o balcone rettangolare, con squarci ai fianchi.

REGOLA.

Si misurino la larghezza interna ed esterna del vano, la sua altezza, e la grossezza del muro.

La somma delle due larghezze si moltiplichi per la grossezza del muro, e per l'altezza del vano, e del prodotto finale si prenda la metà.

Esempio.

Vogliasi misurare il vano di balcone rettangolare con squarcio ai fianchi rappresentato dalla fig. 24.

Misuro la largh. interna *AD* e sia di pal. 8, la esterna *ad* e sia di pal. 6, l'alt. *AB* e sia di pal. 15 e la gross. *Ee* del muro che sia di pal. 3. E scrivo nel registro — Da dedursi dal detto muro grosso pal. 3 vano di balcone con squarcio ai fianchi, di largh. interna pal. 8, esterna pal. 6, ed alto pal. 15.

Quindi al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

largh. inter.	8
larg. est.	6
somma	14
gross. del muro	3
prod.	42
alt. del vano	15
prod.	630
metà	315

Dunque il vano da dedursi è di misura pal. cubici 315.

6.

Magistero pel paramento di un vano di porta o balcone rettangolare con squarci ai fianchi, praticato in un muro in tela.

REGOLA.

Si misuri l'altezza e la larghezza di uno dei squarci del vano.
L'altezza si moltiplichi per la larghezza, ed il prodotto si raddoppii.

Esempio.

Misurato il vano rappresentato dalla fig. 24. vogliasi misurare il magistero pel paramento dei suoi squarci. Misuro l'alt. *AB* che è di pal. 15, e la largh. *Aa* di uno squarcio, che sia di pal. 3,16. E nel registro scrivo — Magistero pei squarci del detto vano, ciascuno di alt. pal. 15, e di largh. pal. 3,26.
Quindi fo il seguente

CALCOLO.

alt.	15
largh.	3,16
prod.	47,40
doppio	94,80

Dunque il magistero per li squarci del dato vano di balcone è di pal quadrati 94,80.

7.

Magistero per la piattabanda di un vano in un muro diritto, di porta o balcone rettangolare con squarci ai fianchi.

REGOLA.

Si misurino le due larghezze, esterna del vano e la superiore interna della piattabanda, la grossezza di essa e quella del muro.
La larghezza esterna del vano si sommi colla larghezza superiore interna della piattabanda, e la somma si moltiplichi per la grossezza della piattabanda e per quella del muro.

Esempio.

Abbiasi il vano di porta rappresentato dalla fig. 24; e vogliasi la misura del magistero per la sua piattabanda *BbgGFfdD*.
Misuro le largh. esterna *ad* del vano, la superiore interna *GF* della piattabanda, la sua gross. *ci* e la gross. *Ee* del muro. E sopra luogo

scrivo — Magistero per la piattabanda del vano rettangolare con squarci laterali, di largh. esterna pal. 6: piattabanda di largh. superiore interna pal. 8,7 e di gross. pal. 2, essendo la gross. del muro pal. 3.
Quindi con questi dati fo al tavolino il seguente

CALCOLO.

largh. est. vano	6
largh. inter. piatt.	8,7
somma	14,7
gross. piatt.	2
prod.	29,4
gross. muro	3
prod.	88,2

Dunque il magistero della piattabanda del dato vano è di misura pal. cubici 88,20.

8.

Vano di luce rettangolare nei muri in tela, con squarcio nella sola parte inferiore.

REGOLA.

Si misurino le due altezze interna ed esterna del vano, la sua larghezza e la grossezza del muro.
La somma delle due altezze si moltiplichi per la larghezza e per la grossezza del muro, e del prodotto finale si prenda la metà.

Esempio.

In un muro in tela (*fig.* 25.) abbiasi una finestra *ABCD* con squarcio nella sola parte inferiore, rappresentato in elevato in *ADda* ed in sezione in *Aa*; e se ne voglia la misura.
Misuro l'alt. interna *AB* del vano, e sia di pal. 6, la esterna *ab* sia di pal. 4; misuro la sua largh. *AD* sia di pal. 6, e la gross. *Bb* del muro, che sia di pal. 3. E sopra luogo scrivo nel registro. Da dedursi dal detto muro di gross. pal. 3, vano di finestra con squarcio nella sola parte inferiore, di alt. interna pal. 6, alt. esterna pal. 4. e largh. pal. 6.

Quindi al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

alt. inter.	6
alt. ester.	4
somma	10
largh.	6
prod.	60
gross. muro	3
prod.	180
metà	90

Dunque il dato vano da dedursi è di pal. cubici 90.

9.

Magistero pel paramento di un vano di luce rettangolare nei muri in tela, con squarcio nella sola parte inferiore.

REGOLA.

Si misurino le due altezze di un fianco e la sua larghezza, la larghezza del vano e dello squarcio.

Le due altezze del fianco si sommino, la somma si moltiplichi per la sua larghezza; ed il prodotto si aggiunga all'altro che si ottiene moltiplicando la larghezza del vano per quella dello squarcio.

Avvertimento — La misura del magistero pel paramento andando sempre connessa con quella del vano, trovansi già misurate le dimensioni dette in questa regola, meno che la sola larghezza dello squarcio.

Esempio.

Misurato il vano rappresentato dalla fig. 25, vogliasi misurare il suo magistero pel paramento.

Misuro le due alt. *AB*, *ab* di un fianco e sia *AB* pal. 6, *ab* pal. 4; la sua largh. *Bb* che sia di pal. 3; e la largh. *AD* del vano, ed *Aa* dello squarcio, e sia *AD* pal. 6 ed *Aa* pal. 3,60: e nel registro scrivo — Magistero pel paramento, pei fianchi ciascuno di alt. pal. 6 e 4, e largo pal 3, e per lo squarcio di pal. 6 quanto la largh. del vano per 3,60 largh. dello squarcio.

Quindi al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

alt.	6	largh. vano	6
alt.	4	largh. equ.	3,6
somma	10	prod.	21,6
largh.	3		
prod.	30	....	30
		somma	51,6

Dunque il magistero pel paramento del vano di cui si tratta è di pal. quadri 51,60.

10.

Magistero per la piattabanda di un vano nei muri in tela, con squarcio nella sola parte inferiore.

REGOLA.

(*Come la regola n. 4. pag.* 53.

11.

Vano nei muri in tela, di luce rettangolare con squarcio nei fianchi e nella parte inferiore.

REGOLA.

Si misurino del vano le due larghezze e le due altezze, e si misuri la grossezza del muro.

Si faccia la somma della semilarghezza interna colla larghezza esterna e si moltiplichi per l'altezza esterna; facciasi la somma della semilarghezza esterna colla larghezza interna e si moltiplichi per l'altezza interna; i due prodotti si addizionino, la somma si moltiplichi per la grossezza del muro, e del prodotto si prenda la terza parte.

Esempio.

Abbiasi un muro in tela con vano di luce rettangolare con squarci a fianchi e nella parte inferiore; e se ne voglia la misura

Misuro (fig. 26. *Tav.* 2.) le due largh. *AD, ad* del vano, e sia la interna *AD* pal. 6, e la esterna *ad* pal. 4: misuro le due alt. e sia la interna *AB* pal. 7, la esterna *ab* pal. 5, e misuro la gross. del muro che sia pal. 4. E sopra luogo scrivo nel registro — Da dedursi dal muro in tela di gross. pal. 4, vano rettangolare con squarci ai fianchi ed al piede, di largh. interna pal. 6, esterna pal. 4, di alt. interna pal. 7 ed esterna pal. 5.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

semilargh. inter.	3		
largh. ester.	4		
somma	7		
alt. ester.	5		
prod.	35	....	35
semilargh. est.	2		
largh. inter.	6		
somma	8		
alt. inter.	7		
prod.	56	....	56
		somma	91
		gross. muro	4
		prod.	364
		terza par.	121,33

Dunque il vano da dedursi è di pal. cubici 121.33.

12.

Magistero pel paramento di un vano di luce rettangolare, nei muri in tela, con squarci nei fianchi e nella parte inferiore.

REGOLA.

Si misurino del vano le due larghezze e le due altezze, e si misurino la larghezza di uno dei squarci laterali, e quella dello inferiore. Si sommino le due larghezze del vano, e la somma si moltiplichi per la semilarghezza dello squarcio inferiore; le due altezze si sommino e la somma si moltiplichi per la larghezza di uno dei squarci laterali: i due prodotti così ottenuti si sommino.

Avvertimento — La misura del magistero pel paramento del vano di cui si tratta ordinariamente andando insieme con quella del vano, trovansi già misurate le due sue larghezze ed altezze; per lo che è necessario misurare soltanto le larghezze di uno dei squarci laterali, e dello inferiore.

Esempio.

Vogliasi misurare il magistero pel paramento del vano rappresentato dalla fig. 26.(*Tav.* 2.)

Misuro le due largh. *ad*, *AD* del vano, e sia *ad* pal. 4, ed *AD* pal. 6, le due alt. *ab*, *AB*; e sia *ab* pal. 5 ed *AB* pal. 7, e le largh. dello squarcio inferiore *ADda* che sia di pal. 5, e del laterale *ABba* che sia di pal. 4,5•. E sopra luogo scrivo nello squarcio — Magistero per li squarci, l'inferiore cioè quanto è largo il vano,

cioè largh. ester. pal. 4 ed interna pal. 6, e di largh. propria pal. 5, ed i laterali ciascuno di alt. ester. pal. 5 ed inter. pal. 7, e di largh. propria pal. 4,50.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

largh. ester.	4	
largh. inter.	6	
somma	10	
semilargh. squ. inf.	2,5	
prod.	25	25
alt. ester.	5	
alt. inter.	7	
somma	12	
largh. squ. lat.	4,5	
prod.	54	54
	somma	79

Dunque il magistero pel paramento del vano di cui si tratta è di pal. quadrati 79.

13.

Magistero per la piattabanda di un vano rettangolare in un muro in tela, con squarci nei fianchi e nella parte inferiore.

REGOLA.

(*Come la Regola n.° 7. pag. 55.*)

14.

Vano di luce semicircolare nei muri in tela.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro e il diametro del vano.

Il quadrato del diametro si moltiplichi per la grossezza del muro e pel numero costante 0,3927.

Avvertimento — Il vano di cui si tratta, misurandosi per dedurlo dal muro ove è praticato considerato come pieno, di questo già se ne ha la grossezza; onde non è uopo misurarla di nuovo.

Esempio.

Abbiasi in un muro in tela un vano di luce semicircolare, come è rappresentato dalla figura. 27. (*Tav.* 2).

Misuro la gross. aA del muro che sia di pal. 3, e il diametro CD del vano che sia di pal. 18. E sopra luogo descrivo — Da dedursi dal muro in tela grosso pal. 3 vano di luce semicircolare senza squarci del diametro di pal. 18.

Con questi dati, al tavolino, fo il seguente

CALCOLO.

diametro	18,	suo quadr.	324
		n. cost.	0,3927
		prod.	127,2348

Dunque il dato vano semicircolare da dedursi è di pal. cubici 127,23.

15.

Magistero per l'archivolto di un vano semicircolare senza squarcio in un muro in tela.

REGOLA.

Si misuri la grossezza dell'archivolto, il diametro del vano, e la grossezza del muro.

Il diametro del vano si addizioni colla grossezza dell'archivolto, e la somma si moltiplichi per la grossezza del muro, per quella dell'archivolto e pel numero costante 1,5708.

Avvertimento — La misura di questo magistero, ordinariamente accompagnando quella del vano, già conoscesi il diametro del vano e la gross. del muro: però non resta a misurare che la sola altezza o grossezza dell'archivolto.

Esempio.

Vogliasi il magistero per l'archivolto del vano semicircolare rappresentato nella fig. 27 (*Tav.* 2.) che è quello dell'es. della reg. precedente.

Misuro la gross. od alt. BE dell'archivolto che sia pal. 3, il diam. CD del vano e sia di pal. 18, e la gross. Aa del muro che sia di pal. 3. E sopra luogo scrivo nel registro — Magistero per l'archivolto alto pal. 3, del vano semicircolare di diametro pal. 18. praticato nel muro in tela grosso pal. 3.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

diam. vano	18
gross. archiv.	3
somma	21
gross. muro	3
prod.	63
gross. archiv.	3
prod.	189
n. cost.	1,5708
prod.	296,8812

Dunque il magistero per l'archivolto del dato vano è di pal. cubici 296,88.

16.

Vano di luce circolare nei muri in tela.

REGOLA.

Si misuri il diametro del vano e la grossezza del muro.
Il quadrato del diametro si moltiplichi per la grossezza del muro e pel numero costante 0,7854.

Esempio.

Abbiasi il piccol vano di luce circolare rappresentato (*Tav.* 2.) nella fig. 28, scolpito in un muro in tela: e se ne voglia la misura in pal. cubici, onde dedurli da quelli che misurano esso muro considerato come pieno.
Misuro il diametro del circolo, e sia di pal. 4, e la gross. del muro che sia di pal. 3. E sopra luogo scrivo nel registro — Da dedursi dal muro in tela di gross. pal. 3 vano di luce circolare del diametro di pal. 4.
Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

diam. vano pal.	4	suo quadr,	16
		gross. muro	3
		prod.	48
		n cost.	0,7854
		prod.	37,6992

Dunque il vano da dedursi è di pal. cubici 37,70.

17.

Magistero per l'anello circolare, di un vano di luce circolare in un muro in tela.

REGOLA.

Si misuri il diametro del vano, la grossezza dell'anello e quella del muro.

Il diametro del vano si addizioni colla grossezza dell'anello; e la somma si moltiplichi per la grossezza del muro, per quella dell'anello e pel numero costante 3,14159.

Avvertimento 1.° — Il volume dell'anello di cui si tratta, per averne il magistero, calcolandosi sempre insieme col volume del vano, trovasi già misurato il diametro del vano e la gross. del muro; onde nel fatto non debbe misurarsi che la sola gross. dell'anello.

Avvertimento 2.° — Talora il vano circolare non è circondato da un anello, ma invece ha soltanto un'archivolto nella parete superiore. Il non circondare il vano con un anello non è buona costruzione; e perciò abbiam riportata la reg. precedente; ma che se invece dell'anello vi fosse soltanto un archivolto, il magistero si misurerà come quello dell'archivolto per un vano semicircolare (*v. reg. n. 15. pag. 61*).

Esempio.

Abbiasi il vano di luce rappresentato nella fig. 28 (*Tav. 2.*) (che è quello dell'es. precedente): e vogliasi la misura del magistero per l'anello circolare *abcde*.

Misuro il diam. *de* del vano, la gross. *ad* dell'anello, e quella *fg* del muro. E sopra luogo scrivo — Magistero per l'anello circolare di gross. pal. 2, che circonda il suo vano di diametro pal. 4 praticato nel muro in tela di gross. pal. 3.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

diam. vano	4
gross. anello	2
somma	6
gross. muro	3
prod.	18
gross. anello	2
prod.	36
n. cost.	3,14159
prod.	113,09724

Dunque il magistero per l'anello del vano di cui si tratta è di pal. cubici 113,10.

18.

Vano semicircolare, nei muri in tela, con squarcio nel solo lato inferiore.

REGOLA.

Si misuri il diametro del semicircolo, la depressione da esso del labro infimo dello squarcio e la grossezza del muro.

Il diametro si moltiplichi pel numero costante 0,7854 ed al prodotto si aggiunga la depressione del labro dello squarcio da esso diametro; ciò che risulta si moltiplichi pel diametro e per la grossezza del muro; e del prodotto si prenda la metà.

Esempio.

In un muro in tela (*Tav.* 2) abbiasi uno speco semicircolare, così come è rappresentato nella figura 29; e se ne voglia la misura del vano.

Misuro il diametro *ae* che sia di pal. 11, e la depressione *DC* del labro *EA* dello squarcio dal diametro *ea*, ed una tal depressione sia di pal. 3, e misuro la gross. *bB* che sia di pal. 4. E sopra luogo descrivo — Da dedursi dal muro in tela grosso pal. 4 vano di uno speco semicircolare di diametro pal. 11, con squarcio nella parte inferiore, il di cui labbro infimo è depresso dal diametre per pal. 3.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

diam.	11
n. cost.	0,7854
prod.	8,6394
depress. labro squar.	3
somma	11,6394
diam.	11
prod.	128,0334
gross. del muro	4
prod.	512,1336
metà	256,0668

Dunque il vano dello speco da dedursi è di pal. cubici 256,07.

19.

Magistero pel paramento di un vano semicircolare con squarcio nel solo lato inferiore, nei muri in tela.

REGOLA.

Si misuri il diametro del semicircolo, la larghezza dello squarcio, la depressione del suo labro infimo dal diametro, e la grossezza del muro.
Il diametro del semicircolo si moltiplichi per la larghezza dello squarcio, e la depressione del labro infimo si moltiplichi per la grossezza del muro; ed i due prodotti si sommino.
Avvertimento — È evidente che quando la misura del paramento va insieme con quella del vano, come ordinariamente avviene, non fa uopo misurare altro che la largh. dello squarcio, tutte le altre cose trovandosi già misurate. (*reg. 18*).

Esempio.

Abbiasi lo speco rappresentato dalla fig. 29 (*tav. 2.*) (che è lo stesso che quello il di cui vano si è misurato nell' es. precedente); e vogliasi la misura del magistero pel suo paramento.
Misuro il diametro *ae* del semicircolo, la largh. *Ca* dello squarcio, la depressione *DC* del suo labro dal diametro, e la gross. *Da* del muro: e sia *ae* pal. 11, *Ca* pal. 5, *DC* pal. 3, e *Da* pal. 4. E sopra luogo scrivo — Magistero pel paramento del vano semicircolare di diam. pal. 11, praticato nel muro in tela di gross. pal. 4, e con squarcio nella parte inferiore, di largh. pal. 5, col labro inferiore depresso pal. 3 sotto il diametro.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

diam.	11		
larg. squar.	5		
prod.	55	....	55
depress. labro squar.	3		
gross. muro	4		
prod.	12	....	12
		somma	67

Dunque il magistero pel paramento del dato vano è di pal. quadri 67.

20.

Magistero per l' archivolto di un vano semicircolare con squarcio nella sola parte inferiore scolpito in un muro in tela.

REGOLA.

(*Come la Reg. numero 15. pag. 61*).

21.

Vano semicircolare nei muri in tela, con squarcio tutto intorno.

REGOLA.

Si misurino i due diametri, del semicircolo minore e del maggiore, la depressione del labro infimo dello squarcio dal superiore, e la grossezza del muro.

Si moltiplichino i due diametri, e si facciano i quadri di ciascuno di essi, il trovato prodotto e tali quadrati si sommino, e la somma si moltiplichi pel numero costante 0,7854, ed il prodotto si noti: si faccia la somma del diametro minore col doppio del maggiore, e si moltiplichi per la depressione del labro infimo dello squarcio dal superiore; il prodotto si aggiunga al precedentemente notato: della somma si prenda la sesta parte, e ciò che risulta si moltiplichi per la grossezza del muro.

Esempio.

Fatta la misura di un muro in tela considerato come pieno, vogliasi misurare il vano di uno speco semicircolare con squarci tutto intorno praticatovi, per farne la deduzione: e sia qual è rappresentato nella fig. 30 (*tav.* 2).

Misuro il diametro ae del semicircolo minore che sia di pal. 6, il diametro AE uguale $A'E'$ del semicircolo maggiore che sia di pal. 10, la depressione Cc del labro infimo AE dello squarcio dall' altro ae, e sia di pal. 3, ed in ultimo la gross. $a'c$ del muro che sia di pal. 4. E sopra luogo scrivo — Da dedursi dal muro in tela di gross. pal. 4, vano di speco semicircolare con squarci tutto intorno di diametro minore pal. 6 e maggiore pal. 10, col labro infimo dello squarcio inferiore depresso dall' altro per pal. 3.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

diam. min.	6	suo quadr.	36
diam. mag.	10	suo quadr.	100
prod.	60	....	60
		somma	196
		n. cost.	0,7854
		prod.	153,9384
diam. min.	6		
dopp. diam. magg.	20		
somma	26		
depress. labro squar.	3		
prod.	78	....	78
		somma	231,9384
		sesta parte	38,6564
		gross. muro	4
		prod.	154,6256

Dunque la deduzione da farsi pel vano del detto speco è di pal. cubici 154,63.

22.

Magistero pel paramento di un vano semicircolare con squarci tutto intorno scolpito in un muro in tela.

REGOLA.

Si misurino i due diametri del semicircolo minore e del maggiore, la larghezza dello squarcio inferiore, la depressione del suo labro infimo dal superiore, e la larghezza di uno dei squarci laterali.

I due diametri si sommino, la somma si moltiplichi per la semilarghezza dello squarcio inferiore, ed il prodotto si noti: la depressione del labro infimo dal superiore si moltiplichi per la larghezza dello squarcio laterale, ed il prodotto si aggiunga all' altro precedentemente notato.

Avvertimento — Il computo del magistero andando ordinariamente connesso colla misura del vano, trovansi già misurati i due diametri e la depressione del labro inferiore dal superiore (*reg.* 21).

Esempio.

Abbiasi lo speco semicircolare rappresentato dalla fig. 30 (*tav.* 2.) e vogliasi la misura del magistero pel suo paramento.

Misuro il diametro ae del semicircolo minore e l' altro AE uguale $A'E'$ del maggiore, la largh. $a'C$ dello squarcio inferiore, la depres-

sione Cc del suo labro infimo AE dal superiore ae e la largh. $A'a'$ di uno dei squarci laterali. E sopra luogo scrivo. — Magistero pel paramento dello speco semicircolare con squarcio tutto intorno di diam. minore di pal. 6, maggiore di pal. 10, con squarcio inferiore di largh. pal. 5, col labro infimo depresso dal superiore per pal. 3, e con squarci laterali ciascuno di largh. pal. 4,47.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

diam. min.	6		
diam. magg.	10		
somma	16		
semilargh. squar. infer.	2,5		
prod.	40,0	....	40
depress. labro infer.	3		
largh. squar. later.	4,47		
prod.	13,41	....	13,41
		somma	53,41

Dunque il magistero pel paramento del dato vano è di pal. quadri 53,41.

23.

Magistero per l'archivolto di un vano semicircolare con squarcio tutto intorno, scolpito nei muri in tela.

REGOLA.

Si misurino i diametri dei due semicircoli, la grossezza del muro, e quella dell'archivolto dalla parte dello squarcio.

Al diametro del semicircolo maggiore si aggiunga la doppia grossezza dell'archivolto dalla parte dello squarcio, e della somma si faccia il quadrato, che si noti: in oltre si moltiplichino i due diametri, e si facciano i quadrati di ciascuno di essi; il trovato prodotto e tali quadrati si sommino, della somma si prenda la terza parte, e questa si sottragga dal quadrato che si è detto notarsi: la differenza si moltiplichi per la grossezza del muro e pel numero costante 0,3927.

Avvertimento 1.° — In atto non debbe misurarsi che la sola gross. dell'archivolto dalla parte dello squarcio; imperocchè le altre cose già conosconsi per la misura del vano (reg. 21), colla quale quella del magistero di cui si tratta và quasi sempre connessa.

Avvertimento 2.° — Si è detto doversi misurare la gross. dell'archivolto dalla parte dello squarcio, perchè questo essendo ordinariamente verso l'interno della camera nella di cui parete è scolpito il vano, ne riesce sempre più facile la misura. Che se lo squarcio fosse al di fuori, allora potrà misurarsi la gross. dell'archivolto verso il semi-

circolo minore; ma in questo caso bisogna sommare il doppio di una tale gross. col diametro del semicircolo minore, e fare di questa somma il quadrato invece che farlo della somma della doppia gross. verso lo squarcio col diam. del semicircolo maggiore, come è detto nel principio della regola.

Esempio.

Abbiasi uno speco semicircolare come è rappresentato nella fig. 30. (*tav.* 2.) (che è lo stesso che quello dell'es. precedente); e vogliasi la misura del magistero pel suo archivolto.

Misuro il diam. *ae* del semicircolo minore, e sia di pal. 6, il diam. *AE* del maggiore, e sia di pal. 10, la gross. *a'c* del muro che sia di pal. 4, e la gross. *id* dell'archivolto dalla parte dello squarcio, e sia di pal. 2. E sopra luogo scrivo — Magistero per l'archivolto dello speco semicircolare, di diam. minore pal. 6, e maggiore pal. 10, scolpito nel muro in tela di gross. pal. 3, di gross. un tale archivolto verso lo squarcio di pal. 2. (*).

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

		diam. magg.	10		
		dopp. gross. archiv.	4		
		somma	14	suo quadr.	196
diam. min.	6	suo quadr.	36		
diam. magg.	10	suo quadr.	100		
prod.	60	....	60		
		somma	196		
		terza parte	65,33	....	65,33
				differ.	130,67
				gross. muro	4
				prod.	522,68
				n. cost.	0,3927
				prod.	205,2564

Dunque il magistero per l'archivolto del dato speco è di pal. cubici 205,26.

24.

Vano nei muri in tela di luce circolare, con squarcio tutto intorno.

REGOLA.

Si misurino i diametri del circolo minore e del maggiore e la grossezza del muro.

(*) Se lo squarcio fosse verso l'esterno della camera, si misurerà la grossezza dell'archiv. verso il semicircolo minore, giusta l'avvert. 2.°; e si dirà *di gross. un tale archiv. verso il semicircolo minore pal.* ec.

Si moltiplichino i due diametri, e si facciano i quadrati di ciascuno di essi; il trovato prodotto e tali quadrati si sommino, e la somma si moltiplichi per la grossezza del muro e pel numero costante 0,2618.

Esempio.

Fatta la misura di nu muro in tela considerato come pieno, vogliasi misurare il vano di luce circolare con squarcio tutto iotorno rappresentato nella fig. 31 (*tav.* 2).

Misuro il diametro *ae* del circolo minore, e quello *AE* del maggiore e la gross. *a'c* del muro e sia *ae* pal. 4, *AE* pal. 8, e *a'c* pal. 2. E sopra luogo descrivo. — Da dedursi dal muro in tela di gross. pal 2 vano di luce circolare con squarcio tutto intorno di diametro minore pal. 4, e maggiore pal. 8.

Con questi dati al tavolino fo il segueote

CALCOLO.

diam. min.	4	suo quadr.	16
diam. magg.	8	suo quadr.	64
prod.	32	....	32
		somma	112
		gross. muro	2
		prod.	224
		n. cost.	0,2618
		prod.	58,6432

Dunque pel dato vano debbono dedursi, dal muro in tela ove è scolpito misurato come pieno, pal. cubici 58,64.

25.

Magistero per l'anello lavorato a cunei che circonda un vano circolare con squarcio tatto intorno, scolpito in un muro in tela.

REGOLA.

Si misurino i diametri, del circolo minore e del maggiore, la grossezza del muro e quella dell'anello dalla parte dello squarcio.

Al diametro del circolo maggiore si aggiunga la doppia grossezza dell'anello dalla parte dello squarcio, e della somma si faccia il quadrato, che si noti; in oltre si moltiplichino i due diametri, e si facciano i quadrati di ciascuno di essi, il trovato prodotto e tali due quadrati si sommino, della somma si prenda il terzo, e questo si sottragga dal quadrato che abbiam detto notarsi: la differenza si moltiplichi per la grossezza del muro, e pel numero costante 0,7854.

Avvertimento 1.° — In atto non debbe misurarsi che la sola gross. dell'anello dalla parte del semicircolo maggiore; perciocchè le altre cose già conoscousi per la misura del vano, colla quale quella del magistero di cui si tratta va quasi sempre coonessa.

Avvertimento 2.° — Si è detto doversi misurare la gross. dell' anello dalla parte dello squarcio, perchè questo essendo ordinariamente verso l' interno della camera nella di cui parete è scolpito il vano, ne riesce sempre più facile la misura. Che se lo squarcio fosse al di fuori, allora potrà misurarsi la gross. dell' anello verso il circolo minore; ma in questo caso bisogna sommare il doppio di una tale gross. col diametro del circolo minore, e fare di questa somma il quadrato, invece di farlo della somma della doppia gross. verso lo squarcio col diam. del circolo maggiore come è detto nel principio della regola.

Esempio.

Abbiasi un vano di luce circolare con squarcio tutto intorno come è rappresentato nella fig. 31 (*tav.* 2) e vogliasi la misura del magistero per l'anello lavorato a cunei che lo circonda.

Misuro il diametro *ae* del circolo minore, e sia di pal. 4, il diam. *AE* del circolo maggiore che sia di pal. 8, la gross. *a'c* del muro che sia pal. 2 e la gross. dell'anello verso lo squarcio che sia pal. 2. E sopra luogo scrivo — Magistero per l'anello lavorato a cunei che circonda il vano circolare con squarcio tutto intorno, praticato nel muro in tela grosso pal. 2, di diam. minore pal. 4, maggiore pal. 8, il quale anello dalla parte dello squarcio è di gross. pal. 2 (*).

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

		diam. magg.	8		
		dopp. gross. anello	4		
		somma	12	suo quadrato	144
diam. min.	4	suo quadr.	16		
diam. magg.	8	suo quadr.	64		
prod.	32	....	32		
		somma	112		
		terza parte	37,33	........,.......	37,33
				diff.	106,67
				gross. muro	2
				prod.	213,34
				n. cost.	0,7854
				prod.	167,5572

Dunque il magistero per l'anello lavorato a cunei che circonda il dato vano di luce circolare con squarcio è di pal. cubici 167,56.

(*) Se lo squarcio fosse verso l'esterno della camera, si misurerà la grossezza dell' anello verso il semicircolo minore, giusta l' avvert. 2.° e si dirà *il quale anello verso il semicircolo minore è di gross. pal.* ec.

26.

Vano di figura semiellittica nei muri in tela.

REGOLA.

Si misuri la corda, la freccia, e la grossezza del muro.
Si moltiplichi la corda per la freccia, per la grossezza del muro e pel numero costante 0,7854.

Esempio.

Misurato un muro in tela traforato, considerato come pieno, debbasene dedurre (fig. 32. *tav.* 2.) un vano semiellittico ABC, e perciò se ne voglia la misura.
Misuro la corda AC, e sia di pal. 20, la freccia BD sia di pal. 6, e la gross. Bb del muro che sia di pal. 4. E sopra luogo descrivo — Da dedursi dal muro in tela grosso pal. 4, vano di luce di figura semiellittica di corda pal. 20 e freccia pal. 6.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

corda	20
frec.	6
prod.	120
gross. muro	4
prod.	480
n. cost.	0,7854
prod.	376,9920

Dunque il dato vano di luce di figura semiellittica è di pal. cubici 376,99 e questo numero va dedotto dal numero dei pal. cubici che misurano il muro in tela, ove esso vano è scolpito, considerato come pieno.

27.

Magistero per l' archivolto di un vano di figura semiellittica scolpito in un muro in tela.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell' arco semiellittico, la grossezza del muro e quella dell' archivolto.
La semicorda si sommi colla freccia e colla grossezza dell' archivolto, e la somma si moltiplichi per la grossezza del muro, per quella dell' archivolto e pel numero costante 1,5708.
Avvertimento — Ordinariamente la misura del magistero andando

insieme con quella del vano, non deve misurarsi in atto, pel calcolo del magistero, che la sola gross. dell'archivolto, già conoscendosi le altre cose per la misura del vano.

Esempio.

Abbiasi un vano di luce di figura semiellittica, come è rappresentato nella fig. 32. (*tav.* 2); e vogliasi la misura del magistero pel suo archivolto.

Misuro la corda AC e la freccia BD dell'arco ellittico ABC, e sia AC pal. 20 e BD pal. 6, la gross. Bb del muro che sia di pal. 4, e quella BF dell'archivolto che sia di pal. 3. E sopra luogo scrivo — Magistero per l'archivolto di gross. pal. 3, del vano semiellittico di corda pal. 20 e freccia pal. 6, scolpito nel muro in tela di gross. pal. 4.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

semic.	10
frec.	6
gross. archiv.	3
somma	19
gross. muro	4
prod.	76
gross. archiv.	3
prod.	228
n. cost.	1,5708
prod.	358,1424

Dunque la misura del magistero per l'archivolto di cui si tratta è di pal. cubici 358,14.

28.

Vano nei muri in tela, con fianchi verticali e paralleli, e terminato superiormente da un arco di circolo.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro, l'altezza del vano sino alla imposta, la corda e la freccia.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia, e si calcoli la differenza e la somma di essi; la differenza si moltiplichi per la semicorda e la somma per la metà della lunghezza dell'arco; il primo prodotto si sottragga dal secondo, la differenza si divida per la doppia freccia; ed al quoziente si aggiunga il prodotto della corda per l'altezza sino alla imposta: ciò che risulta si moltiplichi per la grossezza del muro.

Esempio.

Da un muro in tela traforato, considerato come pieno, e come tale misurato, debba dedursene fig. 33. (*tav.* 2) il vano di porta *ACeDB*; e perciò calcolarsi di quanti pal. cubici è un tal vano.

Misuro la gross. *aA* del muro, che sia di pal. 3: misuro l'alt. *AC* sino alla imposta *Cc*, la corda *CD*, e la freccia *Ee*; e sia *AC* pal. 21, *CD* pal. 14, *Ee* pal. 1,50. E sopra luogo descrivo — Da dedursi dal muro in tela di gross. pal. 3, vano di porta a fianchi verticali e paralleli terminato superiormente secondo un arco scemo di circolo, di misura, alt. sino alla imposta pal. 21, corda pal. 14, e frec. pal. 1,50.

Con questi dati al tavolino fo il seguente calcolo, cominciando dal calcolare la lungh. dell'arco *CeD* che la reg. suppone conoscersi, valendomi dalla *Tav.* (A). (V. art. preliminare pag. 18).

CALCOLO.

Determinazione della lungh. dell'arco CeD.

semicor. data 7 suo quadr. 49
frec. data 1,50 suo quadr. 2,25
somma 51,25 div. per dop. frec. 3
1. quoz. 17,08
mille volte cor. 14000 div. per 1. quoz. 17,08
cor. tav. 819 ...... arc. corrisp. 837,76
5,82
arc. corrisp. alla cor. 843,58
molt. 1. quoz. 17,08
prod. 14408,3464
lungh. richies. 14,41

Dunque la lungh. dell'arco *CeD* è di pal. 14,41. Quindi applico la regola.

Applicazione della Regola.

semic. 7 suo quadr. 49 49
frec. 1,50 suo quadr. 2,25 2,25
somma 51,25
diff. 46,75 metà arc. 7,20
semic. 7 prod. 369,00
prod. 327,25 327,25
diff. 41,75 div. per dopp. frec. 3
quoz. 13,92
cor. 14
alt. imp. 21
prod. 294 294
somma 307,92
gross. muro 3
prod. 923,76

Dunque il dato vano è di pal. cubici 923,76.

29.

Magistero pel paramento di un vano nei muri in tela con fianchi verticali e paralleli, e terminato superiormente da un arco di circolo.

REGOLA.

Si misuri la larghezza di un fianco, e l'altezza del vano sino alla imposta.

L'altezza si moltiplichi per la larghezza del fianco, ed il prodotto si raddoppii.

Esempio.

Dato il vano rappresentato dalla fig. 33. (*tav.* 2.) (che è quello dell'es. precedente) vogliasi la misura del magistero pel suo paramento.

Misuro la largh. *Aa* di uno dei suoi fianchi, e l'alt. *AC* sino alla imposta; e sia *Aa* di pal. 3 ed *AC* di pal. 21. E sopra luogo scrivo. — Magistero pel paramento del vano a fianchi verticali e paralleli, di larg. ciascuno pal. 3, ed alt. pal. 21.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt. sino all'imposta	21
largh. fianco	3
prod.	63
doppio	126

Dunque il Magistero pel paramento del dato vano è di palmi quadrati 126.

30.

Magistero per l'archivolto di un vano nei muri in tela con fianchi verticali e paralleli, e terminato superiormente da un arco di circolo.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia del sesto, la grossezza del muro e quella dell'archivolto.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia, e la freccia si moltiplichi per la grossezza dell'archivolto, questo prodotto ed i detti quadrati si sommino, e la somma si moltiplichi per la lunghezza dell'arco circolare del vano, per la grossezza dell'archivolto e per quella del muro. Ciò che risulta, si divida per la somma dei già notati quadrati della semicorda e della freccia.

Avvertimento — La misura del magistero di cui si tratta andando sempre insieme con quella del vano, trovasi già misurata la corda e

la freccia del sesto e la grossezza del muro, onde nel fatto non debbe misurarsi che la sola gross. dell' archivolto.

Esempio.

Abbiasi il vano di porta con fianchi verticali e paralleli, terminato superiormente da un arco circolare, come è rappresentato dalla fig. 33. (*tav.* 2.); e vogliasi la misura del magistero del suo archivolto.

Misuro la corda *CD* e la freccia *Ee* del sesto, la gross. *ei* dell' archivolto e quella *Cc* del muro: e sia *CD* pal. 14, *Ee* pal. 1,50, *ei* pal. 2, e *Cc* pal. 3. E sopra luogo scrivo — Magistero per l' archivolto del vano praticato nel muro grosso pal. 3, di corda pal. 14, freccia pal. 1,50, e di gross. pal. 2.

Con questi dati fo il seguente calcolo, cominciando dal calcolare la lungh. dell' arco circolare *CeD* del vano che la reg. suppone conoscersi, valendomi della *Tav.* (A).

CALCOLO.

Determinazione della lungh. dell' arco CeD.

(*Vedi la pag. 74 ove già è computata una tale lunghezza*).

Dunque la lungh. dell' arco *CeD* è di pal. 14,41, Quindi applico la Regola.

Applicazione della regola.

semic. data	7	suo quadr.	49		
frecc. data	1,50	suo quadr.	2,25		
gross. archiv.	2				
prod.	3,00	....	3		
		somma	54,25		
		lungh. arc.	14,41		
		prod.	781,7425		
		gross. archiv.	2		
		prod.	1563,4850	quadr. semic.	49
		gross. muro	3	quadr. frecc.	2,25
		prod.	4690,4550	div. per somma	51,25
				quoz.	91,52

Dunque il magistero per l'archivolto del dato vano è di pal. cubici 91,52.

31.

Vano nei muri in tela, con fianchi verticali, terminato superiormente da un arco circolare; e con squarci ai fianchi ed al di sopra.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dei due archi circolari del vano, cioè del maggiore e del minore, e la grossezza del muro, e l' altezza del vano sino alla imposta.

Si calcoli la semisomma delle due corde e quella delle due freccie, e si trovi per mezzo della *Tav.* (*A*) la lunghezza dell'arco corrispondente alla corda ed alla freccia rispettivamente uguali a quelle semisomme. Il quadrato della seconda semisomma si sottragga dal quadrato della metà della prima, e con esso si sommi, la loro differenza si moltiplichi per questa metà e la loro somma per la metà della trovata lunghezza dell'arco: il primo prodotto si sottragga dal secondo, e ciò che si ottiene si moltiplichi per la grossezza del muro e si divida pel doppio della seconda semisomma. Si avrà così un primo risultamento, al quale si aggiunga quello che si ottiene come segue: la semisomma delle due corde si moltiplichi per la grossezza del muro, e per l'altezza del vano sino all'imposta.

Avvertimento — Questa Regola è applicabile ai vani di ordinarie dimensioni; che se queste fossero assai grandi si dovrà fare il calcolo prescritto dall'altra regola che segue; il quale se da una parte dà la misura del vano colla massima esattezza, dall'altra obbliga a così lunghe operazioni, da far preferire la Regola riportata di sopra; ammeno che il vano non fosse di sterminata grandezza, od il muro di grandissimo prezzo.

Altra Regola — Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia dell'arco maggiore, e se ne calcoli la differenza e la somma; la differenza si moltiplichi per la semicorda, la somma per la semilunghezza dell'arco; il primo prodotto si sottragga dal secondo, e ciò che si ottiene si divida per la freccia: un calcolo perfettamente simile si faccia relativamente all'arco minore: dei due quozienti che così si ottengono si facciano i quadrati, che si moltiplichino, e del prodotto si estragga la radice quadrata; e questa si aggiunga alla somma dei due detti quozienti: ciò che si ottiene si moltiplichi per la grossezza del muro, e del prodotto si prenda la sesta parte. A questo primo risultamento si aggiunga quello che si ha per le operazioni seguenti: cioè si sommino le corde, e la somma si moltiplichi per la grossezza del muro e per l'altezza del vano sino alla imposta; e del prodotto si prenda la metà.

Esempio.

Abbiasi un muro in tela, ove è fatto il vano rappresentato dalla fig. 34. (*tav.* 2.) con fianchi verticali, terminato superiormente da un arco circolare; e con squarci ai fianchi ed al di sopra; e vogliasi la misura di un tal vano per dedurla da quella del muro considerato come pieno.

Misuro la corda *AB* e la freccia *FE* dell'arco maggiore *AEB* del vano, e la corda *CD* e la freccia *Fe* del minore *CeD*: e sia *AB* pal. 16. *FE* pal. 1,85, *CD* pal. 14 ed *Fe* pal. 1,50; misuro in oltre la gross. *GH* del muro che sia di pal. 3, e l'alt. *GB* del vano sino alla imposta che sia di pal. 21. E sul luogo descrivo — Da dedursi dal muro in tela di gross. pal. 3, vano di porta a fianchi verticali, con squarci tutto intorno e terminato superiormente ad archi di circolo; cioè il maggiore di corda pal. 16 e di freccia pal. 1,85, ed il minore di corda pal. 14 e di freccia pal. 1,50; di alt. fino alla imposta pal. 21.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

corda arc. mag.	16	frec. arc. mag.	1,85
corda arc. min.	14	frec. arc. min.	1,50
somma	30	somma	3,35
1. semisomma	15	2. semisomma	1,68

Quindi per mezzo della Tav. (A) calcolo la lungh. dell'arco di corda 15, e freccia 1,68 (V. art. preliminare pag. 18).

semic. data	7,50	suo quadr.	56,25		
frec. data	1,68	suo quadr.	2,82		
		somma	59,07	div. per dop. fr.	3,36
				1. quoz.	17,58

mille vol. cor. 15000 div. per 1. quoz.	17,58		
cor. tav.	853	arc. corrisp.	872,66
			8,73
		arc. corrisp. cor.	881,39
		molt. 1. quoz.	17,58
		prod.	15494,8362
		lungh. rich.	15,4948

Dunque la lungh. dell'arco di corda 15 e freccia 1,68 è di pal. 15,49 (*). E prosieguo.

metà 1. semisomma	7,50	suo quadr.	56,25	....	56,25	
2. semisomma	1,68	suo quadr.	2,82	....	2,82	
				somma	59,07	
		diff.	53,43	metà arc.	7,75	
		metà 1. semisomma	7,50	prod.	457,7925	
		prod.	400,725	....	400,7250	
				diff.	57,0675	
				gross. muro	3	
				prod.	171,2025	div. per
				dop. 2. semis.	3,36	
				1. risult. quoz.	50,95	
		1. semisomma	15			
		gross. muro	3			
		prod.	45			
		alt. impos.	21			
		prod.	945	....	945	
				somma	995,95	

Dunque il dato vano da dedursi è di pal. cubici 995,95.

(*) Qui abbiamo riportato il calcolo per la lungh. dell' arco; ma quando la frec. è assai piccola rispetto alla corda può calcolarsi indipendentemente dalla

32.

Magistero pel paramento di un vano nei muri in tela con fianchi verticali, terminato superiormente ad arco di circolo e con squarci nei fianchi ed al di sopra.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del vano sino alla imposta, e la larghezza di uno dei fianchi.
L'altezza si moltiplichi per la larghezza ed il prodotto si raddoppii.

Esempio.

Del vano rappresentato dalla fig. 34 (*tav.* 2) (che è lo stesso che quello dell'es. precedente) vogliasi misurare il magistero pel suo paramento.
Misuro l'alt. *BG* del vano sino alla imposta, e la largh. *HI* di un suo fianco: e sia *BG* di pal. 21 ed *HI* di pal. 3,16. E sopra luogo descrivo — Magistero pel paramento del vano a fianchi verticali terminato superiormente ad arco di circolo e con squarci ai fianchi ed al di sopra, di alt. sino alle imposte pal. 21, e largh. di ciascun fianco pal. 3,16.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt. impos.	21
largh. fianchi	3,16
prod.	66,36
dopp.	132,72

Dunque il Magistero pel paramento del dato vano è di pal. quadrati 132,72.

33.

Magistero per l' archivolto di un vano a fianchi verticali, terminato superiormente ad arco di circolo, e con squarci nei fianchi ed al disopra praticato in un muro in tela.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell'arco maggiore del vano e la grossezza dell'archivolto da questa parte; e la grossezza del muro.
La freccia si sommi colla grossezza dell' archivolto, e la corda si

Tav. (A), prendendo la radice quadrata della somma dei quadrati della semicor. e della frec. Nell'es. di cui si tratta seguendo questa norma l'arco risulta di pal. 15,09 coll'errore di 0,4.

sommi col suo doppio, e si calcoli la lunghezza dell'arco corrispondente alla freccia e la corda rispettivamente uguali a tali somme che diremo *prima somma* e *seconda somma*. Della metà della *seconda somma* si faccia il quadrato e si faccia il quadrato pure della *prima;* questo quadrato si sottragga dal precedente, e si addizionino ancora; la differenza si moltiplichi per la metà della *seconda somma*, e la somma dei quadrati per la metà della lunghezza del trovato arco; il primo prodotto si sottragga dal secondo; e la differenza si moltiplichi per la grossezza del muro e si divida pel doppio della *prima somma*. Da ciò che risulta si sottragga il primo risultamento che si ottiene misurando il vano (Regola 31. pag. 76).

AVVERTIMENTO 1.° — Questa regola dà per la misura richiesta un numero alcun poco più piccolo, ma l'errore va'oltre a' centesimi di pal. cubici, e perciò debbe aversi per nullo; essendo che il magistero di cui si tratta pagasi sempre a canne cubiche. L'errore stà in questo (*fig. 34*) che assumesi *EL* uguale *Bl*, mentre questa è alcun poco maggiore di quella, e nel tener conto del triangoletto *Bal* che non va tagliato a cunei. Ma questi due errori si compensano e l'evitarli implicherebbe in lunghissimi calcoli.

AVVERTIMENTO 2.° — Il magistero dell' archivolto, non misurandosi mai senza misurarsi il vano, si è creduto bene cavar profitto, per la misura di esso magistero, dei calcoli che si fanno per la misura del vano.

Esempio.

Del vano rappresentato dalla fig. 34. (*tav.* 2) (che è lo stesso che quello dell'es. precedente) vogliasi la misura del magistero pel suo archivolto.

Misuro la corda *AB* e la freccia *EF* dell'arco maggiore *AEB* del vano, e sia *AB* pal. 16, *FE* pal. 1,85, la gross. *EL* dell'archivolto dalla parte di esso arco maggiore *AEB* e la gross. *Bb* del muro, e sia *EL* pal. 2, e *Bb* pal. 3. E sopra luogo descrivo — Magistero per l'archivolto del detto vano praticato nel muro di grossezza pal. 3, di corda l'arco magg. di esso archivolto pal. 16, freccia pal. 1,85, e di gross. dalla sua parte pal. 2.

CALCOLO.

frec. archiv.	1,85	cor. archiv.	16
gross. archiv.	2	dop. gross. archiv.	4
1. somma	3,85	2. somma	20

Quindi determino la lunghezza dell'arco di corda 20 e di freccia 3,85, facendo uso della *Tav.* (A). (V. art. prelim. p. 18).

semic. data	10	suo quadr.	100		
frec. data	3,85	suo quadr.	14,82		
		somma	114,82	div. per dop. fr.	7,70
				1. quoz.	14,91

(*Continua il calcolo nella pag. seguente.*)

mille vol. cor. 20000 div. per 1. quoz. { 14,91
cor. tav. 1341 arc. cor. { 1466,08
cor. min. 1340 2,91
diff. 1 risp. arc. 0,87
arc. corrisp. cor. 1469,86
molt. 1. quoz. 14,91
prod. 21915,61
lungh. rich. 21,92

Dunque l' arco di corda pal. 20, e frec. pal. 3,85, è di lungh. pal. 21,92, quindi continuo ad applicare la Regola.

metà 2. somma 10 suo quadr. 100 100
1. somma 3,85 suo quadr. 14,82 14,82
somma 114,82
diff. 85,18 metà lungh. arc. 10,96
metà 2. somma 10 prod. 1258,43
prod. 851,80 851,80
diff. 406,63
gross. muro 3
prod. 1219,89 div. dop.
1. somma { 7,7
quoz. 158,42
1. risult. misurando il vano (pag. 78.) 50,95
diff. 107,47

Dunque il Magistero dell' archivolto del dato vano è di pal. cubici 107,47.

34.

Vano nei muri in tela, con fianchi verticali e paralleli, terminato superiormente da un semicircolo.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro, la larghezza del vano e la sua altezza sino alla imposta.

La larghezza si moltiplichi pel numero costante 0,3927, ed al prodotto si aggiunga l' altezza sino alla imposta; la somma si moltiplichi per la larghezza del vano e per la grossezza del muro.

Esempio.

Abbiasi in palmi cubici la misura di un muro in tela traforato, considerato come pieno; e se ne voglia dedurre il vano di portone rappresentato dalla figura 35 (*tav.* 2): però debbasi misurare il vano di un tal portone.

Misuro la gross. *Aa* del muro, la largh. *AB* del vano, e la sua alt. *AC* sino alla imposta *Cc*: e sia *Aa* pal. 3, *AB* di pal. 12. *AC* pal. 17. E

sopra luogo scrivo — Da dedursi dal muro in tela di gross. pal. 3, vano di portone di largh. pal. 12, alt. sino alla imposta pal. 17.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

largh. vano	12
n. cost.	0,3927
prod.	4,7124
alt. sino all'imp.	17
somma	21,7124
largh. vano	12
prod.	260,5488
gross. muro	3
prod.	781,6464

Dunque il dato vano di portone è di pal. cubici 781,65.

35.

Magistero pel paramento di un vano, nei muri in tela, con fianchi verticali e paralleli, terminato superiormente da un semicircolo.

REGOLA.

Si misuri la larghezza di un fianco, e la sua altezza sino alla imposta.

L'altezza si moltiplichi per la larghezza, ed il prodotto si raddoppi.

Esempio.

Abbiasi il vano di portone rappresentato dalla fig. 35. (*tav.* 2): e vogliasi la misura del magistero pel suo paramento.

Misuro la largh. *Aa* del suo fianco *AGca* e l'alt. *AG* di esso: e sia *Aa* pal. 3, ed *AG* pal. 17, e sopra luogo descrivo — Magistero pel paramento del vano di portone a fianchi paralleli, ciascuno di largh. pal. 3, ed alt. pal. 17: e terminato superiormente a semicircolo, scolpito in un muro in tela.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt.	17
largh.	3
prod.	51
suo doppio	102

Dunque il Magistero pel paramento del dato vano di portone è di pal. quadrati 102.

56.

Magistero per l'archivolto di un vano nei muri in tela con fianchi verticali e paralleli, e terminato superiormente da un semicircolo.

REGOLA.

Si misuri la larghezza del vano, la grossezza dell'archivolto e quella del muro.

Alla larghezza del vano si aggiunga la grossezza dell'archivolto, e la somma si moltiplichi per la stessa grossezza dell'archivolto, per la grossezza del muro e pel numero costante 1,57.

Avvertimento — Qui non debbe misurarsi effettivamente che la sola gross. dell'archivolto, giacchè quella del muro e la largh. del vano già si hanno per la misura di questo, cui và sempre connessa la misura del magistero di cui si tratta.

Esempio.

Abbiasi il vano di portone rappresentato dalla fig. 35 (*tav.* 2): e vogliasi la misura del magistero pel suo archivolto.

Misuro la largh. AB del vano, la gross. CD dell'archivolto, e quella Gc del muro: e sia AB pal. 12, CD pal. 3, e Gc pal. 3. E sopra luogo descrivo — Magistero per l'archivolto di gross. pal. 3, che corona il vano a fianchi verticali e paralleli, di largh. pal. 12. praticato nel muro in tela di gross. pal. 3.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

largh.	12
gross. archiv.	3
somma	15
gross. archiv.	3
prod.	45
gross. muro	3
prod.	135
n. cost.	1,57
prod.	211,95

Dunque il magistero per l'archivolto del dato vano di portone è di pal. cubici 211,95.

37.

Vano nei muri in tela, con fianchi verticali, terminato superiormente da un semicircolo, e con squarci ai fianchi soltanto.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro, la minore e la maggiore larghezza del vano, e la sua altezza sino all'imposta.

Si faccia la somma della minore e della maggiore larghezza del vano. La larghezza minore si moltiplichi pel numero costante 0,3927, ed al prodotto si aggiunga l'altezza sino all'imposta; questa somma si moltiplichi per l'altra già ottenuta delle due larghezze, ed il prodotto si moltiplichi per la metà della grossezza del muro.

Esempio.

Abbiasi in un muro in tela, una gran porta con fianchi verticali, terminata superiormente da un arco di circolo, e con squarci ai soli fianchi; e vogliasi la misura di un tal vano rappresentato nella fig. 1. (*tav. 3.*).

Misuro la gross. *FG* del muro, la largh. minore *ab* del vano, la maggiore *AB*, e la sua alt. *AC* sino alla imposta: e sia *FG* pal. 5, *ab* pal. 12, *AB* pal. 20, *AC* pal. 18. E sopra luogo descrivo — Da dedursi dal muro in tela di gross. pal. 5 vano di porta con fianchi verticali ed a squarci, terminato superiormente da un semicircolo; di largh. minore pal. 12, largh. maggiore pal. 20, ed alt. sino all'imposta pal. 18.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

		largh. min.	12
		n. cost.	0,3927
		prod.	4,7124
largh. min.	12	alt. imposta	18
largh. mag.	20	somma	22,7124
somma	32	....	32
		prod.	726,7968
		semigross. muro	2,5
		prod.	1816,9920

Dunque il vano della data porta è di pal. cubici 1816,99: ed un tal numero di pal. cubici va dedotto dal numero che misura il muro in tela nel quale esso vano è scolpito, considerato come pieno.

38.

Magistero pel paramento di un vano nei muri in tela, con fianchi verticali, terminato superiormente da un semicircolo, e con squarci ai fianchi.

REGOLA.

Si misuri di un fianco la larghezza e l'altezza sino all'imposta. L'altezza si moltiplichi per la larghezza, ed il prodotto si raddoppi.

Esempio.

Abbiasi il vano di porta rappresentato dalla fig. 1. (*tav. 3.*) e vogliasi il magistero pel suo paramento.

Misuro l'alt. *AC* sino all'imposta e la largh. *A'a* di uno dei fianchi: e sia *AC* pal. 18, ed *A'a* pal. 6,40. E sopra luogo scrivo — Magistero pel paramento del vano avente ciascun fianco alto sino all'imposta pal. 18, largo pal. 6,40.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt.	18
largh.	6,40
prod.	115,20
doppio	230,40

Dunque il magistero pel paramento del dato vano è di pal. cubici 230,40.

39.

Magistero per la volta di un vano nei muri in tela con fianchi verticali, terminato superiormente da un semicircolo, e con squarci ai fianchi soltanto.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro, la larghezza e l'altezza totale della volta, la minore e la maggiore larghezza del vano.

La somma delle due larghezze del vano si moltiplichi per la larghezza minore, e pel numero costante 0,1963; e la larghezza totale della volta per la sua altezza totale; il primo prodotto si sottragga dal secondo, e la differenza si moltiplichi per la grossezza del muro.

Avvertimento — La misura di questo magistero andando ordinariamente sempre insieme con quella del vano trovansi già misurate le due largh. del vano, e la gross. del muro; onde nei casi ordinarii non debbe misurarsi che la largh. e l'alt. totale della volta soltanto.

Esempio.

Abbiasi il vano rappresentato dalla fig. 1. (*tav.* 3.) e vogliasi la misura del magistero per la sua volta.

Misuro la largh. totale *DE* della volta, e la sua alt. totale *DF*, la minore largh. *ab* del vano e la sua maggiore largh. *AB*, e la gross. *FG* del muro; e sia *DE* pal. 23, *DF* pal. 8, *ab* pal. 12, *AB* pal. 20, e *FG* pal. 5. E sopra luogo scrivo — Magistero per la volta di largh. totale pal. 23 ed alt. totale pal. 8, del vano con fianchi verticali a squarci terminato superiormente da un semicircolo: della minore largh. di pal. 12, e della maggiore di pal. 20, scolpito nel muro in tela di gross. pal. 5.

Con questi dati al tavolino, fo il seguente

CALCOLO.

largh. min.	12	largh. tot. vol.	23
largh. mag.	20	alt. tot. vol.	8
somma	32	prod.	184
largh. min.	12		
prod.	384		
n. cost.	0,1963		
prod.	75,3792	....	75,3792
		diff.	108,6208
		gross. muro	5
		prod.	543,1040

Dunque il Magistero per la volta del vano di cui si tratta è di pal. cubici 543,10.

40.

Vano nei muri in tela con fianchi verticali, terminato superiormente da un semicircolo, con squarcio ai fianchi e nella parte superiore.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro, la minore è la maggiore larghezza del vano, e la sua altezza sino all'imposta.

Si faccia il prodotto delle due larghezze, ed il quadrato di ciascuna di esse; tali quadrati ed il fatto prodotto si sommino, e la somma si moltiplichi pel numero costante 0,5236; si faccia in oltre la somma delle due larghezze e si moltiplichi per l'altezza sino alla imposta; questo prodotto si sommi coll'ultimo già ottenuto, e la somma si moltiplichi per la semigrossezza del muro.

Esempio.

Abbiasi un muro in tela, con un vano di balcone a fianchi verticali, terminato superiormente secondo un semicircolo e con squarci ai fianchi

e nella parte superiore, e sia rappresentato dalla fig. 2. (*tav. 3*): e vogliasi la misura di un tal vano per farne deduzione dalla misura del muro in cui è praticato considerato come pieno.

Misuro la gross. *Dd* del muro che sia di pal. 5, la minore largh. *ab* del vano e la sua maggiore *AB*, e l'alt. *AC* sino all'imposta: e sia *ab* pal. 12, *AB* pal. 20, *AC* pal. 18. E sopra luogo descrivo — Da dedursi dal muro in tela di gross. pal. 5, vano di balcone a fianchi verticali terminato superiormente da un semicircolo, con squarci ai fianchi e nella parte superiore, di largh. minore pal. 12, largh. maggiore pal. 20, ed alt. sino alla imposta pal. 18.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

largh. min.	12	suo quadr.	144
largh. mag.	20	suo quadr.	400
prod.	240	....	240
		somma	784
		n. cost.	0,5236
		prod.	410,5024

largh. min.	12		
largh. magg.	20		
somma	32		
alt. imp.	18		
prod.	576	....	576
		somma	986,5024
		semigross. muro	2,5
		prod.	2466,256

Dunque il vano del dato balcone è di misura pal. cubici 2466,256 e questo numero và sottratto dai pal. cubici che misurano il muro in tela ove è praticato, considerato come pieno.

41.

Magistero pel puramento di un vano nei muri in tela, con fianchi verticali, terminato superiormente da un semicircolo, e con squarci ai fianchi e nella parte superiore.

REGOLA.

(*Come la Regola n.° 38, pag. 85.*)

42.

Magistero per l'archivolto di un vano con fianchi verticali, terminato superiormente da un semicircolo, e con squarci ai fianchi e nella parte superiore, praticato nei muri in tela.

REGOLA.

Si misuri la minore e la maggiore larghezza del vano, la grossezza dell'archivolto da questa parte e quella del muro.

Si faccia il prodotto delle due larghezze, ed il quadrato di ciascuna di esse; tali quadrati ed il fatto prodotto si sommino e della somma si prenda il terzo; in oltre la larghezza maggiore del vano si sommi col doppio della grossezza dell'archivolto dalla sua parte, della somma si faccia il quadrato, e da questo si sottragga l'ottenuto terzo; la differenza si moltiplichi per la grossezza del muro, e pel numero costante 0,7854.

Avvertimento — Questa Reg. è data supponendo che la misura del Magistero di cui si tratta, volesse farsi indipendentemente da quella del vano; che se andasse con essa connessa, come quasi sempre avviene, allora è chiaro doversi misurare in atto la sola grossezza dell'archivolto dalla parte della maggiore larghezza del vano; ed è chiaro pure che il prodotto delle due largh. del vano, i loro quadrati, e la somma di questi col detto prodotto trovasi già calcolata; onde breve riesce il calcolo per la misura del magistero di cui è parola.

Esempio.

Abbiasi il vano di balcone rappresentato dalla fig. 2 (*tav. 3*), e vogliasi la misura del magistero pel suo archivolto.

Misuro la minore larghezza *ab* e la maggiore *AB* del vano, la grossezza *CD* dell'archivolto da questa parte, cioè, dalla parte ove è la maggiore largh. del vano, e la gross. *Dd* del muro: e sia *ab* pal. 12, *AB* pal. 20, *CD* pal. 2, e *Dd* pal. 5. E sopra il luogo del lavoro scrivo — Magistero per l'archivolto di gross. pal. 2 verso la largh. maggiore del vano a fianchi verticali terminato superiormente a semicircolo, e con squarci ai fianchi e nella parte superiore, di largh. min. pal. 12 e largh. magg. pal. 20, praticato nel muro in tela di gross. pal. 5.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

largh. min.	12	suo quadr.	144	largh. magg.	20		
largh. mag.	20	suo quadr.	400	dop. gros. arch.	4		
prod.	240	....	240	somma	24	suo quadr.	676
		somma	784 (*)				
		terza parte	261,33	....			261,33
						diff.	314,67
						gross: muro	5
						prod.	1573,35
						n. cost.	0,7854
						prod.	1235,7090

Dunque il magistero per l'archivolto del vano di cui si tratta è di misura pal. cubici 1235,71.

43.

Vano nei muri in tela, con fianchi verticali, terminato superiormente da un semicircolo; e con squarci tutto intorno.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro, la minore e la maggiore larghezza del vano, la depressione del labbro infimo dello squarcio inferiore dal suo labbro più alto, e l'altezza minore del vano sino all'imposta.

Si moltiplichino le due larghezze, facciasi il quadrato di ciascuna di esse, ed i tre risultati si sommino; facciasi similmente la somma delle due larghezze; e di questa con un'altra volta la maggiore; delle tre somme ottenute, la prima si moltiplichi pel numero costante 0,5236, la seconda per l'altezza sino all'imposta, e la terza per la terza parte della depressione del labbro infimo dello squarcio inferiore: questi tre prodotti si sommino, e la somma si moltiplichi per la semigrossezza del muro.

Esempio.

Abbiasi un finestrone, come vedesi rappresentato nella fig. 3 (*tav. 3*); e se ne debba misurare il vano, cioè averne il volume per dedurlo da quello del muro in tela in cui è praticato considerato come pieno.

Misuro la grossezza FG del muro; e del vano la sua minore largh. ab, la maggiore AB, la sua alt. dC uguale ad ac sino all'imposta Cc, la depressione Ad del labbro infimo AB dello squarcio inferiore $AabB$ dal suo labbro più alto ab: e sia FG pal. 5, ab pal. 12, AB pal. 20, ac pal. 18, Ad pal. 6. E sopra luogo descrivo — Da dedursi dal muro in tela di

(*) Questo risultamento già trovasi calcolato, quando si è già misurato il vano, conformemente all'Avvertimento fatto di sopra.

gross. pal. 5, finestrone a fianchi verticali terminato superiormente a semicircolo, e con squarci tutto intorno, di largh. minore pal. 12, largh. maggiore pal. 20, alt. sino alla imposta pal. 18, depressione del labbro infimo dello squarcio inferiore dal suo labbro più alto pal. 6.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

largh. min.	12			suo quadrato	144
largh. mag.	20			suo quadrato	400
loro prod.					240
				1. somma	784
				n. cost.	0,5236
				1. prod.	410,5024
2. somma	32		32		
		alt. impos.	18		
		prod.	576	2. prod.	576
largh. mag.	20				
3. somma	52		52		
		terzo depress.	2		
		prod.	104	3. prod.	104
				somma prod.	1090,5024
				semigross. muro	2,5
				prod.	2726,256

Dunque il dato vano di finestrone, da dedursi dal muro in tela ove è praticato considerato come pieno, è di pal. cubici 2726,256.

44.

Magistero pel paramento di un vano a fianchi verticali, terminato superiormente da un semicircolo e con squarci tutto intorno, praticato nei muri in tela.

REGOLA.

Si misurino del vano la minore e la maggiore larghezza, e la minore e la maggiore altezza sino all'imposta; e si misurino la larghezza di uno dei squarci laterali, e quella dell'inferiore.

Si sommino le due larghezze del vano, e la somma si moltiplichi per la semilarghezza dello squarcio inferiore; le due altezze si sommino, e la somma si moltiplichi per la larghezza di uno dei squarci laterali: i due prodotti così ottenuti si sommino.

Avvertimento — La misura del magistero pel paramento del vano di cui si tratta, ordinariamente andando insieme con quella del vano, trovansi già misurate le due sue larghezze, l'altezza minore sino all'imposta ed implicitamente anche la maggiore altezza sino all'imposta, essendo questa uguale alla minore altezza più la depressione del labro

infimo dello squarcio inferiore dal suo labro più alto: però quando la misura del vano e quella del magistero pel suo paramento vanno insieme, basta misurare le sole larghezze di uno dei squarci laterali e dell' inferiore.

Esempio.

Abbiasi il finestrone rappresentato nella fig. 3 (*tav.* 3); e vogliasi la misura del magistero pel suo paramento.

Misuro la minore largh. ab del vano che sia di pal. 12, la maggiore AB che sia di pal. 20, la minore alt. ac e la maggiore AC sino all' imposta Cc, e sia ac pal. 18 ed AC pal. 24, la largh. $A'a$ di uno dei sqnarci laterali, e quella $A_,a$ dello inferiore; e sia $A'a$ di pal. 6,40 e $A_,a$ di pal. 7,80. E sopra luogo scrivo — Magistero pel paramento del vano a fianchi verticali di largh. minore pal. 12, e magg. pal. 20, e di alt. sino alla imposta minore pal. 18 e magg. pal. 24, con squarci tutto intorno, cioè ai fianchi di largh. pal. 6,40, e nella parte inferiore di pal. 7,80.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

largh. min.	12	alt. min.	18
largh, magg.	20	alt. magg.	24
		somma	42
somma	32	largh. squar. lat.	6,4
semilargh. squ. infer.	3,9	prod.	268,8
prod.	124,8	....	124,8
		somma	393,6

Dunque il magistero pel paramento del dato vano è di pal. quadrati 393,60.

45.

Magistero per l' archivolto di un vano a fianchi verticali, terminato superiormente da un semicircolo, e con squarci tutto intorno, praticato nei muri in tela.

REGOLA.

(*Come la Regola n.° 42. pag. 88*).

46.

Vano nei muri in tela, a fianchi verticali e paralleli, terminato superiormente da una semiellisse.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro, l'altezza del vano sino all'imposta, e la corda e la freccia dell'arco.

La freccia si moltiplichi pel numero costante 0,7854, ed al prodotto si aggiuuga l'altezza del vano sino alla imposta; la somma si moltiplichi per la corda dell' arco e per la grossezza del muro.

Esempio.

Abbiasi un muro in tela, e siavi praticata una grande porta a fianchi verticali e paralleli terminata superiormente da una semiellisse: e vogliasi la misura del vano di una tal porta per dedurla dalla misura del muro ove è praticata, considerato come pieno: ed il vano sia rappresentato dalla fig. 4 (*tav. 3*).

Misuro la gross. *Cc* del muro, del vano l'alt. *BC* sino all'imposta *Cc*, la corda *CD* e la freccia *EF* dell' arco *CFD*; e sia *Cc* pal. 5, *BC* pal. 18, *CD* pal. 13, *EF* pal. 4. E sopra luogo descrivo — Da dedursi dal muro in tela di gross. pal. 5, vano di porta a fianchi verticali e paralleli terminato superiormente da una semiellisse, di alt. fino all' imposta pal. 18, corda dell' arco semiellisse pal. 12 sua freccia pal. 4.

Cou questi dati al tavoliuo fo il segueute

CALCOLO.

frecc. arc.	4
n. cost.	0,7854
prod.	3,1416
alt. imp.	18
somma	21,1416
cor. semiell.	12
prod.	253,6992
gross. muro	5
prod.	1268,4960

Dunque il dato vano di porta è di pal. cubici 1268,50.

47.

Magistero pel paramento di un vano nei muri in tela a fianchi verticali e paralleli, terminato superiormente da una semiellisse.

REGOLA.

(*Come la Regola n.° 35. pag. 82.*)

48.

Magistero per l'archivolto di un vano nei muri in tela, a fianchi verticali e paralleli, terminato superiormente da una semiellisse.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell'arco semiellisse, la grossezza del muro e quella dell'archivolto.

La semicorda si sommi colla freccia e colla grossezza dell'archivolto, e la somma si moltiplichi per la grossezza del muro, per quella dell'archivolto e pel numero costante 1,5708.

Avvertimento — Ordinariamente la misura del magistero andando insieme con quella del vano, non deve misurarsi in atto, pel calcolo del magistero, che la sola gross. dell'archivolto, già conoscendosi le altre cose per la misura del vano.

Esempio.

In un muro in tela sia praticato il vano di porta a fianchi verticali e paralleli terminato superiormente da una semiellisse rappresentato dalla fig. 4. (*tav. 3*): e vogliasi la misura del magistero pel suo archivolto.

Misuro la corda CD e la freccia EF dell'arco semiellisse, la grossezza Cc del muro e quella CG dell'archivolto: e sia CD pal. 12, EF pal. 4, Cc pal. 5 e CG pal. 2. E scrivo nello squarcio — Magistero per l'archivolto semiellittico di corda pal. 12, freccia pal. 4, e gross. pal. 2, del vano a fianchi verticali e paralleli terminato superiormente da una semiellisse, praticato nel muro in tela di gross. pal. 5.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

semicor.	6
frec.	4
gross. archiv.	2
somma	12
gross. muro	5
prod.	60
gross. archiv.	2
prod.	120
n. cost.	1,5708
prod.	188,4960

Dunque il magistero per l'archivolto del vano di cui si tratta è di pal. cubici 188,496.

49.

Vano nei muri in tela, a fianchi verticali, terminato superiormente in forma di semiellisse, e con squarci ai lati e al di sopra.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro, la corda e la freccia di ciascuna delle due semiellissi minore e maggiore del vano, la sua altezza sino all' imposta.

Si facciano i due seguenti calcoli: 1.° si moltiplichino le corde e le freccie rispettive di ciascuna delle due semiellissi minore e maggiore del vano, tali prodotti si sommino e si moltiplichino, e del loro prodotto si estragga la radice quadrata, alla quale si aggiunga la loro somma; e ciò che risulta si moltiplichi per numero costante 0,5236: 2.° Le due corde si sommino, e la loro somma si moltiplichi per l'altezza del vano sino alla imposta. I risultamenti del detto 1.° e 2.° calcolo si sommino, la somma si moltiplichi per la grossezza del muro, e del prodotto si prenda la metà.

Esempio.

Abbiasi fig. 5. (*tav. 3.*) un muro in tela con un vano di balcone a fianchi verticali e terminato superiormente secondo una semiellisse, con squarci ai fianchi e nella parte superiore: e vogliasi la misura di un tal vano per farne deduzione dalla misura del muro ove è praticato considerato come pieno.

Misuro la gross. gG del muro, la corda cd e la freccia fe della semiellisse minore ced, e la corda CD e la freccia fE della semiellisse maggiore CED, e l'alt. AC del vano sino all' imposta. Sia Gg pal. 5, cd pal. 12, fe pal. 4, CD pal. 18, fE pal. 7, AC pal. 18. E sopra luogo scrivo — Da dedursi dal muro in tela grosso pal. 5 il vano a fianchi verticali terminato superiormente in forma di semiellisse, con squarci tutto intorno; con semiellisse min. di corda pal. 12, e freccia pal. 4, semiellisse magg. di corda pal. 18, e freccia pal. 7, e di alt. sino all' imposta pal. 18.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

		cor. mag.	18				
cor. min.	12	fr. mag.	7				
fr. min.	4	prod.	126	....	126		
prod.	48	....	48	....	48		
				prod.	6048	sua rad. quadr:	77,77
		somma	174	....	....	....	174
						somma	251,77
						n. cost.	0,5236
						prod. o 1. risult.	131,8268
				cor. min.	12		
				cor. mag.	18		
				somma	30		
				alt. imp.	18		
				prod.	540	...... 2. risult.	540
						somma	671,8268
						gross. muro	5
						prod.	3359,1340
						metà	1679,5670

Dunque la misura del dato vano è di pal. cubici 1679,57: e questo numero debbe dedursi dal numero dei pal. cubici che misura il muro ove è praticato il vano considerato come pieno.

50.

Magistero pel paramento di un vano nei muri in tela, a fianchi verticali, terminato superiormente in forma di semiellisse; e con squarci ai lati e al di sopra.

REGOLA.

(*Come la Reg. n.° 38. pag. 85.*)

51.

Magistero per l'archivolto di un vano nei muri in tela, a fianchi verticali, terminato superiormente in forma di semiellisse, e con squarci ai lati e al di sopra.

REGOLA.

Si misurino la corda e la freccia della maggiore delle semiellissi del vano, la grossezza dell'archivolto dalla parte sua, e quella del muro. Della semiellisse maggiore dell'archivolto, la freccia si sommi colla grossezza di esso, e la corda col doppio di tale grossezza; le due som-

me si moltiplichi tra loro e pel numero costante 1,5708; e dal prodotto finale si sottragga il risultamento del 1.° calcolo da farsi per la misura del vano (*Reg. n.° 49*): la differenza si moltiplichi per la grossezza del muro, e del prodotto si prenda la metà.

Esempio.

Abbiasi fig. 5. (*tav. 3.*) un muro in tela con un vano di balcone a fianchi verticali e terminato superiormente secondo una semiellisse, con squarci ai fianchi e nella parte superiore: e vogliasi la misura del magistero per l'archivolto di un tal vano.

Misuro la corda *CD* e la freccia *fE* della semiellisse *CED* del vano che è la maggiore, la grossezza *CH* dell'archivolto dalla parte di essa semiellisse maggiore *CED*, e la gross. *Gg* del muro; e sia *CD* pal. 18, *fE* pal. 7, *CH* pal. 2, *Gg* pal. 5. E sopra luogo descrivo — Magistero per l'archivolto di gross. pal. 2, del vano di balcone a fianchi verticali terminato superiormente in forma di semiellisse, la maggiore di corda pal. 18 e freccia pal. 7, scolpito nel muro in tela grosso pal. 5.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

		cor. semielliss. magg.	18
frec. semiellisse magg.	7	dopp. gross. archiv.	4
gross. archiv.	2	somma	22
somma	9	....	9
		prod.	198
		n. cost.	1,5708
		prod.	311,0184
		risult. 1. calc. mis. vano (pag. 95)	131,8268
		diff.	179,1916
		gross. muro	5
		prod.	895,9580
		metà	447,9790

Dunque il magistero per l'archivolto del dato vano di balcone è di pal. cubici 447,98.

52.

Vano rettangolare a fianchi verticali, nei muri diritti di pianta circolare, ad infilata col centro di questa.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del vano, e la corda e la freccia di ciascuno dei due archi della pianta di esso.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia dell'*arco ester-*

no (*), e di tali quadrati si calcoli la somma e la differenza; la somma si moltiplichi per la lunghezza dell'arco esterno, e la differenza per la corda dell'*arco interno*, si sommino tali prodotti, e la loro somma si divida pel quadruplo della freccia dell'*arco esterno*: i medesimi calcoli si facciano rispetto alla corda ed alla freccia dell'arco interno, e dal primo risultamento finale si sottragga il secondo. La differenza si moltiplichi per l'altezza del vano.

Avvertimento — Quando le frecce degli archi della pianta del vano fossero piccolissime rispetto alle loro corde, può riguardarsi (per non incorrere nei lunghissimi calcoli che richiede la Reg.) il vano come praticato in un muro in tela: e così può riguardarsi quando il vano fosse di forme diverse da quella rettangola.

Esempio.

Nel muro diritto, di cui la fig. 7. (*tav. 3*) rappresenti la pianta, sia praticato un vano rettangolare la di cui pianta è il quadrilatero mistilineo $DCEecd$, a fianchi Dd, Ee verticali, e tale che infili il centro G del circolo $ADCEB$ della pianta del muro.

Misuro l'alt. del vano che sia di pal. 15, la corda e la freccia di ciascuno dei due archi DCE,dce della sua pianta, cioè la corda DE e la freccia IC dell'*arco interno* DCE, e la corda de e la freccia ic dell'*arco esterno* dce; e sia DE pal. 8, IC pal. 0,9 de pal. 8, ic pal. 0,64. E sopra il luogo del lavoro scrivo — Da dedursi dal muro diritto di pianta semicircolare il vano di porta rettangolare di alt. pal. 15. e di pianta *arco interno* di corda pal. 8 e freccia pal. 0,90, ed *arco esterno* di corda pal. 8, e freccia 0,64,

Con questi dati fo il seguente calcolo, cominciando dal computare per mezzo della *Tav.* (A) la lungh. degli archi DCE, dce, che la regola suppone già conoscersi. (*art. prelim. pag. 19, 1.° es.*)

(*) Chiamo *arco esterno* quell' arco della pianta del vano situato verso il paramento convesso del muro, *ed arco interno* l' altro situato verso il suo paramento concavo.

Della lunghezza dell'arco esterno dce.

semic. data 4 suo quadr. 16
frec. data 0,64 suo quadr. 0,4096
somma 16,4096 div. per dop. frec. { 1,28
1. quoz. { 12,82
mille volte cor. 8000 div. per 1. quoz. { 12,82
cor. tav. { 624,02
cor. min. 624 arc. corrisp. { 628,32
{ 5,82
diff. 0,02 diff. tav. { 0,28
quoz. { 0,07
molt. per arc. 0,29
prod. 0,02 0,02
arc. corrisp. tav. 634,16
molt. 1. quoz. 12,82
prod. 8129,93
lungh. richies. 8,13

Dunque la lungh. dell'arco esterno *dce* è di pal. 8,13.

Della lnngh. dell' arco interno DCE.

semic. data 4 suo quadr. 16
frec. data 0,9 suo quadr. 0,81
somma 16,81 div. per dop. frec. { 1,80
1. quoz. { 9,34
mil. vol. cor. 8000 div. per 1. quoz. { 9,34
cor. tav. { 856,53
cor. min. 856 arc. corrisp. { 872,66
{ 11,64
diff. 0,53 diff. tav. { 0,27
quoz. { 1,96
molt. per arc. 0,29
prod. 0,57 0,57
arc. corrisp. tav. 884,87
molt. 1. quoz. 9,34
prod. 8264,6858
lungh. rich. 8,26

Dunque la lungh. dell'arco interno *DCE*, è di pal. 8,26.
Calcolate tali lunghezze, ora applico la regola.

Applicazione della Regola.

semic. arc. est. 4 suo quadr. 16 16
frec. arc. est. 0,64 suo quadr. 0,41 0,41
diff. 15,59
somma 16,41 cor. arc. int. 8
lungh. arc. est. 8,13 prod. 124,72
prod. 133,41 133,41
somma 258,13 div. quat.
frec. est. { 2,56
quoz. { 100,83 ... 100,83

semic. arc. int. 4 suo quadr. 16 16
frec. arc. int. 0,9 suo quadr. 0,81 0,81
diff. 15,19
somma 16,81 cor. arc. est. 8
lungh. arc. int. 8,26 prod. 121,52
prod. 138,85 138,85
somma 260,37 div. quat.
frec. int. { 3,6
quoz. { 72,33 ... 72,33
diff. 28,50
alt. vano 15
prod. 427,50

Dunque il vano di cui si tratta da dedursi dal muro diritto di pianta circolare è di pal. cubici 427,50.

Avvertimento — In questo esempio abbiamo supposto che i fianchi Dd, Ee del vano fossero paralleli. La regola sarebbe egualmente applicabile se nol fossero, essendo invece convergenti come Ee', Dd', ovvero come eE', dD'. Per ciascuno di questi casi si misurerebbero le corde DE, $d'e'$, e le frecce corrispondenti, o le corde $D'E'$, de degli archi $D'CE'$, dce e le loro frecce corrispondenti.

53.

Magistero pel paramento di un vano rettangolare a fianchi verticali, nei muri diritti di pianta circolare, ad infilata col centro di questa.

REGOLA.

Si misuri la larghezza di un fianco e l'altezza del vano.
L'altezza si moltiplichi per la larghezza ed il prodotto si raddoppi.

Esempio.

Abbiasi il vano la di cui pianta è rappresentata nella fig. 7. (*tav.* 3.) e vogliasi la misura del magistero pel suo paramento.
Misuro la largh. dD di un suo fianco, e sia di pal. 3,3 e l'alt. del

vano che sia di pal. 15. E sopra luogo scrivo — Magistero pel paramento del vano rettangolare praticato nel muro diritto di pianta circolare, di alt. pal. 15, ed a fianchi verticali ciascuno di largh. pal. 3,3.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt. vano	15
largh. fianco	3,3
prod.	49,5
dopp.	99,0

Dunque il paramento del dato vano per cui debbe pagarsi il magistero è di pal. quadrati 99.

54.

Magistero per la piattabanda di un vano rettangolare a fianchi verticali, nei muri diritti di pianta circolare, ad infilata col centro di questa.

REGOLA.

Si misuri la grossezza della piattabanda, la distanza orizzontale della cima del pulvinare dal suo piede, e la grossezza del muro.

La distanza orizzontale della cima del pulvinare dal suo piede si moltiplichi per la grossezza del muro, ed il prodotto si aggiunga all'ultima differenza (*) che si ottiene calcolando la misura del vano: ciò che risulta si moltiplichi per la grossezza della piattabanda.

Avvertimento — Questa regola si fa dipendere da quella pella misura del vano cui appartiene la piattabanda, sì perchè la misura del suo magistero va sempre insieme con quella del vano e sì per economia di calcoli, che non debbono profondersi senza necessità. La regola suppone fig. 8. (*tav. 3.*) divisa in tre parti tutta la piattabanda *sroqdbasptos;* delle quali la media *precntdbp* si suppone qual è, cioè terminata dagli archi circolari *pt*, *bd* messi sul piano *pbdt*, ed *ec*, *rn*, messi sull'altro *recn* parallelo al primo, e le altre due parti *sprebas*, *noqdcn* si suppongono invece come due prismi aventi l'uno per base i triangoli *spr*, *abe* e l'altro i triangoli *ont*, *dcq*, e per l'altezza comune la gross. *ta* del muro (**).

Esempio.

Vogliasi la misura della piattabanda denotata dalla fig. 8 (*tav. 3*) del vano rappresentato in pianta dalla fig. 7. Misuro la gross. *tn* della piattabanda,

(*) Questa è la differenza segnata ● nel calcolo pag. 99. dell'es alla reg. 52.

(**) A rigore i triangoli *srp*, *ont*, *dcq*, *aeb* sono porzioni di superficie cilindriche termioate da nna retta *nt*, dall'arco circolare *no*, e dall'arco ellittico *ot*. Per determinare con esattezza e ad uo tempo la misura di tutta la piattabanda, considerata coo rigore geometrico, bisognerebbe risolvere il seguente problema: *Dato lo spazio compreso tra due cilindri concentrici: determinare il volume di una sua parte compresa tra due piani normali al loro asse, e due altri piani che passando per uno stesso punto di esso asse, facessero cogli altri due piani angoli uguali.*

la distanza orizzontale *ip* uguale *sr* della cima *s* del pulvinare *sp* dal suo piede *p*, e la gross. *ta* uguale *PQ* del muro. E sopra luogo scrivo — Magistero per la piattabanda del detto vano, di dimensioni come sopra, di gross. pal. 2, di dist. orizzontale della cima del pulvinare dal suo piede di pal. 1,2, e di gross. quanto il muro di pal. 3,50.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

dist. oriz. cima pulv.	1,2
gross. muro	3,5
prod.	4,2
ult. diff. per misura vano ● (pag. 99.)	28,5
somma	32,7
gross. piatt.	2
prod.	65,4

Dunque il magistero per la data piattabanda è di pal. cubici 65,4.

55.

Vano rettangolare a fianchi paralleli nei muri a scarpa.

REGOLA.

Si misuri la larghezza e l'altezza del vano, e la grossezza del muro al piede ed alla cima di esso vano.
Si sommino le due grossezze del muro, e la somma si moltiplichi per l'altezza del vano e per la sua larghezza; e del prodotto finale si prenda la metà.

Esempio.

Abbiasi un vano di luce qual è rappresentato dalla figura 6. (*tav. 3*); e se ne voglia la misura, per poi dedurlo dalla misura del muro ov'è praticato considerato come pieno.
Misuro la largh. *IH* del vano e sia pal. 6, la sua alt. *Hh* e sia pal. 10,50, misuro in oltre la gross. del muro al piede ed alla cima di esso vano; e sia la gross. *EF* al piede pal. 6, e quella *AD* alla cima pal. 4,75. E sopra luogo scrivo. — Da dedursi da esso muro a scarpa, vano di luce rettangolare a fianchi verticali e paralleli di largh. pal. 6, alt. pal. 10,50, gross. al piede pal. 6, ed alla cima pal. 4,75.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

gross. al piede	6
gross. alla cima	4,75
somma	10,75
alt.	10,5
prod.	112,875
largh.	6
prod.	677,250
metà	338,625

Dunque il vano da dedursi è di pal. cubici 338,63.

56.

Magistero pel paramento di un vano rettangolare a fianchi paralleli nei muri a scarpa.

REGOLA.

Si misurino le due grossezze del muro al piede ed alla cima del vano e l'altezza di esso.
Le due grossezze si sommino, e la somma si moltiplichi per l'altezza del vano.

Esempio.

Abbiasi il vano di luce rettangolare a fianchi verticali e paralleli rappresentato dalla fig. 6. (*tav. 3*); e vogliasi la misura del suo paramento.
Misuro le gross. *EF,DA* del muro al piede ed alla cima del vano, e la sua alt. *AF*, e sia *EF* pal. 6, *AD* pal. 4,75, *AF* pal. 10,50. E sopra luogo scrivo. — Magistero pel paramento del vano rettangolare alto pal. 10,50 ed a fianchi verticali e paralleli ciascuno al piede di pal. 6, ed alla cima di pal. 4,75.
Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

gross. al piede	6
gross. alla cima	4,75
somma	10,75
alt.	10,50
prod.	112,875

Dunque il magistero pel paramento del dato vano è di pal. quadrati 112,88.
Avvertimento — È evidente che il prodotto 112,875, trovasi già

essersi ottenuto nel calcolare la misura del vano, onde quando la misura del magistero di cui si tratta va insieme con quella del vano, come quasi sempre avviene, non v'è uopo di nessun calcolo.

57.

Magistero per la piattabanda di un vano rettangolare a fianchi paralleli nei muri a scarpa.

REGOLA.

Si misuri la larghezza e l'altezza del vano, la grossezza del muro al piede ed alla cima di esso vano, la maggiore larghezza della piattabanda, e la sua grossezza.

Delle due grossezze del muro si prenda la differenza, e la larghezza del vano si sommi colla doppia larghezza della piattabanda, la somma si moltiplichi per l'ottenuta differenza e per la grossezza della piattabanda, ed il prodotto si sivida per l'altezza del vano. La larghezza del vano si addizioni con quella della piattabanda, e la somma si moltiplichi per la grossezza del muro alla cima del vano e per tre; il prodotto che ne risulta si aggiunga al quoziente ottenuto dalla fatta divisione, la somma si moltiplichi per la grossezza della piattabanda, e del prodotto si prenda il sesto.

Avvertimento — È palese che le misure da prendersi in atto si riducono a due soltanto, quando la misura del magistero va insieme con quella del vano, come quasi sempre avviene: cioè alla maggiore largh. ed alla gross. della piattabanda; perocchè le altre trovansi già prese nel misurare il vano.

Esempio.

In un muro a scarpa abbiasi il vano di luce rettangolare con fianchi verticali rappresentato dalla figura 6 (*tav. 3*); e vogliasi la misura del magistero per la sua piattabanda *ehmn*.

Misuro la largh. IH del vano e la sua alt. Hh, le gross. EF, AD del muro al piede ed alla cima del vano, la maggiore largh. mn della piattabanda, e la sua gross. hi; e sia IH pal. 6, Hh pal. 10,50, EF pal. 6, AD pal. 4,75, mn pal. 8,5, ed hi pal. 2. E sopra luogo descrivo. — Magistero per la piattabanda del vano rettangolare di largh. pal. 6 ed alt. pal. 10,50, praticato nel muro a scarpa di gross. al piede del vano pal. 6 ed alla sua cima pal. 4,75; la quale piattabanda è di maggiore largh. pal. 8,5, e di gross. pal. 2.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

		gross. muro al piede	6		
largh. vano	6	gross. muro alla cima	4,75		
dop. larg. piatt.	17	diff.	1,25		
somma	23	....	23		
		prod.	28,75		
		gross. piattab.	2		
		prod.	57,50	div. per alt. vano	10,50
				quoz.	5,476
		largh. vano	6		
		largh. piattab.	8,50		
		somma	14,50		
		gross. muro alla cima	4,75		
		prod.	68,875		
		per	3		
		prod.	206,625	....	206,625
				somma	212,101
				gross. piattab.	2
				prod.	424,202
				sesto	70,700

Dunque il magistero per la piattabanda del dato vano è di pal. cubici 70,7.

58.

Vano rettangolare nei muri a scarpa, con squarci ai fianchi verso l'interno.

REGOLA.

Si misurino le due larghezze interna ed esterna della pianta del vano, l'altezza di esso, e le grossezze del muro al piede ed alla cima del vano.

Le due grossezze del muro si innalzino al quadrato e si moltiplichino, il prodotto che se ne ottiene ed i due quadrati si sommino, e si sommi pure la doppia larghezza esterna colla interna, le due somme si moltiplichino, ed il prodotto si noti. Il quadrato della grossezza del muro alla cima si tripli, e questo si moltiplichi per la larghezza esterna, il prodotto si sottragga dall'altro precedentemente notato. La differenza si moltiplichi per l'altezza del vano, e si divida per sei volte la grossezza del muro al piede del vano.

Esempio.

Abbiasi un vano di luce fig. 9 (*tav. 3*) in un muro a scarpa, con squarci ai fianchi verso l'interno: e se ne voglia la misura, per dedurla da quella del muro già misurato come pieno.

Misuro le due largh. interna bb' ed esterna aa' della pianta $BB'AA'$ del vano, l'alt. af, ossia BC di esso, e le due gross. del muro AB al piede e DC alla cima; e sia bb' pal. 9, aa' pal. 4, af pal. 7, AB pal. 4,5, DC pal. 4. E sopra luogo scrivo — Da dedursi vano di luce rettangolare, con squarci ai fianchi verso l'interno, alla pianta di largh. inter. pal. 9, largh. ester. pal. 4, e di alt. pal. 7, scolpito nel muro di gross. al piede di esso pal. 4,5 ed alla sua cima pal. 4.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

gross. al piede	4,5	suo quadr.	20,25	dopp. largh. est.	8	
gross. alla cima	4	suo quadr.	16	largh. int.	9	
prod.	18,0	....	18	somma	17	
		somma	54,25	....	54,25	
				prod.	922,25	
		quadr. gross. cima	16			
		triplo	48			
		largh. est.	4			
		prod.	192	....	192	
				diff.	730,25	
				alt. vano	7	
				prod.	5111,75	div. per
				sei volte gross. al piede		27
					quoz.	189,32

Dunque la misura del dato vano è di pal. cubici 189,32; e questo numero va dedotto dal numero dei palmi cubici che è misura del muro a scarpa ove un tal vano è praticato, considerato come pieno.

89.

Magistero pel paramento di un vano rettangolare nei muri a scarpa, con squarci ai fianchi verso l' interno.

REGOLA.

Si misurino le due larghezze al piede ed alla cima di uno dei fianchi e la distanza di tali larghezze.

Le due larghezze del fianco si sommino, e la somma si moltiplichi per la loro distanza.

Esempio.

Abbiasi in un muro a scarpa un vano di luce rettangolare rappresentato dalla fig. 9 (*tav. 3*) con squarci ai fianchi verso l' interno; e vogliasi la misura pel magistero del suo paramento.

Misuro le due largh. ab, ci del fianco $abci$ al piede ed alla cima e sieno ab pal. 5,15, e ci pal. 4,58; e misuro la distanza delle rette ab,

ci denotanti tali largh. che è di pal. 7,05. E sopra luogo scrivo. — Magistero pel paramento del detto vano rettangolare con squarci ai fianchi ciascuno di largh. al piede pal. 5,15 alla cima pal. 4,58, e di distanza delle rette denotanti tali largh. pal. 7,05.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

largh. al piede	5,15
largh. alla cima	4,58
somma	9,73
loro dist.	7,05
prod.	68,5965

Dunque il magistero pel paramento del dato vano è di palmi quadrati 68,60.

60.

Magistero per la piattabanda di un vano rettangolare nei muri a scarpa, con squarci ai fianchi verso l' interno.

REGOLA.

Si misuri l' altezza del vano e la sua larghezza esterna, le due grossezze del muro al piede ed alla cima del vano, le due larghezze interne inferiore e superiore della piattabanda, e la grossezza di essa.

1.° Si prendano le differenze tra le due grossezze del muro, e tra le due larghezze inferiore interna della piattabanda ed esterna del vano, le due differenze si moltiplichino tra loro e per la grossezza della piattabanda; il prodotto finale si divida pel prodotto dell' altezza del vano nella grossezza del muro alla cima di esso; al quoziente si aggiunga il triplo della larghezza esterna del vano ed il doppio della interna superiore della piattabanda; e della somma si tolga la doppia larghezza interna inferiore di essa: quest' ultima differenza si moltiplichi per la differenza delle due grossezze del muro, e per la grossezza della piattabanda. — 2.° Alla larghezza esterna del vano si aggiunga la larghezza interna superiore della piattabanda, e la somma si moltiplichi per l' altezza del vano, per la grossezza del muro alla cima di esso e per tre. — I due trovati risultamenti si sommino; e la somma si moltiplichi per la grossezza della piattabanda, e si divida per sei volte l' altezza del vano.

Esempio.

In un muro a scarpa abbiasi un vano di luce rettangolare con squarci ai fianchi verso l' interno; e vogliasi la misura del magistero per la sua piattabanda.

Misuro, fig. 9. (*tav. 3.*) l' alt. *af* ossia *BC* del vano e la sua largh. ester-

na aa', e sia BC pal. 7, aa' pal. 4; le due gross. del muro AB al piede e DC alla cima del vano, e sia AB pal. 4,5, DC pal. 4; le due largh. interne, inferiore cc' e superiore ee' della piattabanda, e sua gross. CE, e sia cc' pal. 8,4, ee' pal. 10, e CE pal. 2. E sopra luogo descrivo — Magistero per la piattabanda del vano rettangolare con squarci ai fianchi verso l'interno di alt. pal. 7 e largh. esterna pal. 4, praticato nel muro a scarpa di gross. al piede del vano pal. 4,5 ed alla sua cima pal. 4; la quale piattabanda è di largh. interna, inferiore pal. 8,4, superiore pal. 10, e di gross. pal. 2.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

largh. inter. infer. piat. 8,4
gross. muro piede 4,5 largh. est. vano 4
gross. muro cima 4 diff. 4,4
diff. 0,5 0,5
prod. 2,2 alt. vano 7
gross. piatt. 2 gross. muro cima 4
prod. 4,4 div. per prod. 28
quoz. 0,157
tripl. larg. est. vano 12
dop. largh. int. super. piat. 20
somma 32,157
dop. largh. int. infer. piatt. 16,80
diff. 15,357
diff. gross. muro 0,5
prod. 7,6785
gross. piatt. 2
prod. 15,3570

largh. est. vano 4
largh. int. sup. piatt. 10
somma 14
alt. vano 7
prod. 98
gross. muro alla cima 4
prod. 392
3
prod. 1176 1176
somma 1191,357
gross. piatt. 2
prod. 2382,714 div.
per 6 vol. alt. vano 42
quoz. 56,731

Dunque la misura del magistero della piattabanda di cui si tratta è di pal. cubici 56,731.

61.

Vano rettangolare nei muri a scarpa, con fianchi paralleli nella grossezza della scarpa, ed a squarci nel rimanente.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro al piede del vano, nella parte coi squarci e nell' altra senza, le due sue larghezze esterna ed interna, e la sua altezza.

Si moltiplichi la larghezza esterna per la grossezza del muro nella parte senza squarci, e la somma delle due larghezze del vano per la grossezza del muro nella parte coi squarci: i due prodotti si sommino e la somma si moltiplichi per la metà dell' altezza del vano.

Esempio.

In un muro a scarpa vi sia un vano di balcone, come è rappresentato nella fig. 10 (*tav. 3*): e se ne voglia la misura per dedurlo dalla misura del muro considerato come pieno.

Misuro la gross. *DE* del muro nella parte senza squarcio, e quella *DB'* nella parte coi squarci, le due largh. esterna *ab* ed interna *AB* del vano, e la sua alt. *CB*: e sia *ED* pal. 2, *DB'* pal. 5, *ab* pal. 6, *AB* pal. 10, e *BC* pal. 16. E sopra luogo descrivo. — Da dedursi dal muro a scarpa, vano rettangolare di balcone, con fianchi paralleli per la gross. della scarpa, cioè per pal. 2, ed a squarci nel rimanente cioè per pal. 5, il qual vano è di largh. esterna pal. 6, interna pal. 10 e di alt. pal. 16.

Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

largh. est. vano	6		
gross. muro parte senza squarci	2		
prod.	12	....	12
largh. est. vano	6		
largh. inter. vano	10		
somma	16		
gross. muro parte coi squarci	5		
prod.	80	....	80
		somma	92
		metà alt. vano	8
		prod.	736

Dunque il dato vano da dedursi è di pal. cubici 736.

62.

Magistero pel paramento di un vano rettangolare nei muri a scarpa, con fianchi paralleli per la grossezza della scarpa, ed a squarci nel rimanente.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del vano, e di un suo fianco la larghezza della parte senza squarci e quella della parte a squarcio.

La larghezza della parte senza squarci si sommi col doppio di quella della parte a squarcio, e la somma si moltiplichi per l'altezza del vano.

Esempio.

In un muro a scarpa abbiasi un vano rettangolare di balcone, con fianchi paralleli per la grossezza della scarpa, ed a squarci nel rimanente; e vogliasi la misura del magistero pel suo paramento.

Misuro fig. 10. (*tav. 3.*) di un fianco la largh. *db* della sua parte senza squarcio, e quella *Bd* della sua parte a squarcio; e sia *bd* pal. 2, e *Bd* pal. 5,38, e misuro l'alt. *BC* del vano, che sia di pal. 16. È sopra luogo scrivo. — Magistero pel paramento del vano rettangolare di balcone di alt. pal. 16, a fianchi paralleli per la gross. di pal. 2 della scarpa, ed a squarci per pal. 5,38.

Con questi dati, al tavolino, fo il seguente

CALCOLO.

largh. senza squarc.	2
dopp. largh. con squarc.	10,76
somma	12,76
alt. vano	16
prod.	204,16

Dunque il magistero pel paramento del dato vano è di palmi quadrati 204,16.

63.

Magistero per la piattabanda di un vano rettangolare nei muri a scarpa, con fianchi paralleli per la grossezza della scarpa, ed a squarci nel rimanente.

REGOLA.

(*Come la Regola n.° 60 pag. 106.*)

64.

Vano rettangolare nei muri a scarpa, con squarcio nella sola parte inferiore.

REGOLA.

Si misurino la maggiore e la minore altezza del vano, la sua larghezza, e le due grossezze del muro al piede ad alla cima del vano.
Si moltiplichi la grossezza al piede per l'altezza maggiore, e la grossezza alla cima per l'altezza minore; i due prodotti si sommino, e la somma si moltiplichi per la metà della larghezza.

Esempio.

In un muro a scarpa fig. 11. (*tav. 3.*) abbiasi un vano di luce *ABCD*, con squarcio nella sola parte inferiore rappresentato in elevato in *ADda* ed in sezione in *Aa;* e se ne voglia la misura.
Misuro l'alt. maggiore *AB* del vano, e la minore *BF;* la sua largh. *AD;* e la gross. del muro, *aF* al piede, e *bB* alla cima del vano: e sia *AB* pal. 8, *BF* pal. 6, *AD* pal. 6, *aF* pal. 4, e *bB* pal. 3.
E sopra luogo descrivo. — Da dedursi dal muro a scarpa, vano di luce rettangolare, a fianchi paralleli, e con squarcio nella sola parte inferiore; di alt. magg. pal. 8, alt. min. pal. 6, largh. pal. 6, gross. del muro al piede pal. 4, ed alla cima pal. 3.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt. magg.	8		
gross. al piede	4		
prod.	32	....	32
alt. min.	6		
gross. alla cima	3		
prod.	18	....	18
		somma	50
		semilargh. vano	3
		prod.	150

Dunque la misura del dato vano da dedursi dal muro a scarpa ove è praticato, considerato come pieno, è di pal. cubici 150.

65.

Magistero pel paramento di un vano rettangolare nei muri a scarpa, con squarcio nella sola parte inferiore.

REGOLA.

Si misuriuo la maggiore e la minore altezza del vano, e le due grossezze del muro al piede ed alla cima del vano.

La grossezza del muro al piede del vauo si moltiplichi per la sua altezza maggiore, e la grossezza alla cima per l'altezza minore; ed i due prodotti si sommino.

Avvertimento — Tauto le misure da prendersi in atto, quanto il risultamento dei calcoli da farsi giusta questa reg. già si hanno, quando la misura del magistero di cui si tratta va iusieme cou quella del vano, come quasi sempre avviene.

Esempio.

Abbiasi un vano rettangolare in un muro a scarpa, con squarcio nella sola parte inferiore; e sia quello rappresentato dalla fig. 11 (*tav. 3*); e vogliasi la misura del magistero pel suo paramento.

Misuro l'alt. magg. AB del vauo e la sua alt. min. BF, la gross. aF del muro al piede del vano, e l'altra bB alla cima di esso: e sia AB pal. 8, BF pal. 6, aF pal. 4, bB pal. 3. E sopra luogo descrivo — Magistero pel paramento del vano rettangolare con squarcio nella sola parte inferiore, di alt. magg. pal. 8, ed alt. miu. pal. 6, praticato nel muro a scarpa di gross. al piede del vano pal. 4, ed alla sua cima pal. 3.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt. magg. vano	8		
gross. muro al piede	4		
prod.	32	....	32
alt. min. vano	6		
gross. muro cima	3		
prod.	18	....	18
		somma	50

Dunque il magistero pel paramento del dato vano è di pal. quadrati 50.

66.

Magistero per la piattabanda di un vano rettangolare nei muri a scarpa, con squarcio nella sola parte inferiore.

REGOLA.

(*Come la Regola segnata n.° 57. pag. 103.*)

67.

Vano di nicchia rettangolare di pianta rettangolare.

REGOLA.

Misuro la larghezza, l'altezza, e la profondità della nicchia.
L'altezza si moltiplichi per la larghezza, e per la profondità.

Esempio.

Abbiasi fig. 12. (*tav. 3.*) una nicchia rettangolare *abcd*, di pianta rettangolare: e vogliasi la misura del suo vano.
Misuro la largh. *ad* della nicchia, e sia di pal. 5, la sua alt. *ab* che sia di pal. 9 e la profondità *dd'* che sia di pal. 2. E sopra luogo descrivo — Da dedursi dal detto muro, vano di nicchia rettangolare di pianta rettangolare, di largh. pal. 5, alt. pal. 9, profonda pal. 2.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt.	9
largh.	5
prod.	45
prof.	2
prod.	90

Dunque il vano della data nicchia è di pal. cubici 90; il qual numero di palmi va dedotto dalla misura del muro ove è praticata considerato come pieno.

68.

Magistero pel paramento dei fianchi della nicchia rettangolare di pianta rettangolare.

REGOLA.

Misuro l'altezza e la profondità della nicchia.
L'altezza si moltiplichi per la profondità ed il prodotto si raddopii.

Esempio.

Abbiasi fig. 12. (*tav. 3.*) una nicchia rettangolare *abcd* di pianta rettangolare: e vogliasi la misura pel paramento dei suoi fianchi.
Misuro l'alt. *ab* della nicchia e la sua profondità *dd'*; e sia *ab* pal. 9. e *dd'* pal. 2. E sul luogo scrivo — Magistero pel paramento dei fianchi della nicchia rettangolare, di pianta rettangolare, di alt. pal. 9 e di profondità pal. 2.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt.	9
prof.	2
prod.	18
dopp.	36

Dunque il magistero pel paramento dei fianchi del dato vano è di pal. quadrati 36.

69.

Vano di nicchia rettangolare di pianta semicircolare.

REGOLA.

Si misuri la larghezza e l'altezza della nicchia.
Il quadrato della larghezza si moltiplichi per l'altezza, e pel numero costante 0,393.

Esempio.

In un muro in tela abbiasi una nicchia rettangolare di pianta semicircolare fig. 12. (*tav. 3*): e se ne voglia la misura per dedurla da quella del muro considerato come pieno.
Misuro la largh. *ei* della nicchia e la sua alt. *ef*; e sia *ei* pal. 5, *ef* pal. 9. E sopra luogo scrivo — Da dedursi dal detto muro vano di nicchia rettangolare di pianta semicircolare, di largh. pal. 5, ed alt. pal. 9.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

quadr. largh.	25
alt.	9
prod.	225
n. cost.	0,393
prod.	88,425

Dunque il vano della data nicchia è di pal. cubici 88,425.

70.

Magistero pel paramento maggiore nella nicchia rettangolare di pianta semicircolare.

REGOLA.

Si misuri la larghezza e l'altezza della nicchia.
L'altezza si moltiplichi per la larghezza e pel numero costante 0,57.

Esempio.

Abbiasi fig. 12. (*tav. 3.*) una nicchia rettangolare di pianta semicircolare, e si voglia la misura del magistero pel paramento maggiore. Misuro la largh. *ei* e l'alt. *ef* della nicchia: e sia *ei* pal. 5, ed *ef* pal. 9: e sopra luogo scrivo — Magistero pel paramento maggiore della nicchia rettangolare di pianta semicircolare di largh. pal. 5, ed alt. pal. 9.
Con questi dati poi fo il seguente

CALCOLO.

alt.	9
largh.	5
prod.	45
n. cost.	0,57
prod.	25,65

Dunque il magistero pel paramento maggiore della data nicchia è di pal. quadrati 25,65.

71.

Vano di nicchia terminata a semicircolo, di pianta rettangola.

REGOLA.

Si misuri la larghezza della niechia, l'altezza dei suoi fianchi, e la profondità di essa.
La larghezza si moltiplichi pel numero costante 0,3927, ed al prodotto si aggiunga l'altezza dei suoi fianchi; la somma si moltiplichi per la larghezza della nicchia e per la sua profondità.

Esempio.

Abbiasi fig. 12. (*tav. 3.*) una nicchia terminata a semicircolo, di pianta rettangola: e vogliasene la misura del vano.
Misuro la larg. *hl*, l'alt. *lm* dei suoi fianchi, e la sua profondità *ln*. E sul luogo del lavoro scrivo — Da dedursi il vano di nicchia terminata a semicircolo di pianta rettangola di largh. pal. 5, alt. dei fianchi pal. 7,50, profouda pal. 2,5.
Con questi dati poi fo il seguente

CALCOLO.

largh.	5
n. cost.	0,3927
prod.	1,9635
alt. fian.	7,5
somma	9,4635
largh.	5
prod.	47,3175
prof.	2,5
prod.	118,29375

Dunque il vano della data nicchia è di pal. cubici 118,29.

72.

Magistero pei fianchi della nicchia terminata a semicircolo di pianta rettangola.

REGOLA.

Si misuri la larghezza e l'altezza di un fianco.
L'altezza di un fianco si moltiplichi per la sua larghezza, ed il prodotto si raddoppii.

Esempio.

Della nicchia fig. 12. (*tav. 3.*) *hlm* terminata a semicircolo e di pianta rettangolare, vogliasi la misura del magistero pei suoi fianchi.
Misuro la largh. *ln* di uu fianco, che sia di pal. 2,5, e la sua alt. *lm* che sia di pal. 7,5. E scrivo sopra luogo — Magistero pei fianchi della detta nicchia, ciascuno largo pal. 2,50, ed alto pal. 7,5.
Con questi dati poi fo il seguente

CALCOLO.

alt. fianco	7,5
largh.	2,5
prod.	18,75
doppio	37,50

Dunque il magistero pei fianchi della data nicchia è di pal. quadrati 37,50.

73.

Magistero per l'archivolto di una nicchia terminata a semicircolo, di pianta rettangolare.

REGOLA.

Si misuri la grossezza dell'archivolto, la larghezza della nicchia e la sua profondità.
Alla larghezza della nicchia si aggiunga la grossezza dell'archivolto, e la somma si moltiplichi per la profondità della nicchia, per la grossezza dell'archivolto, e pel numero costante 1,57.
Avvertimento — Questa reg. suppone che la profondità dell'archivolto sia quanta la profondità della nicchia. Ma quando questa differisce poco dalla gross. del muro, è meglio costruire l'archivolto per tutta la gross. del muro. In tal caso in vece di misurare la profondità della nicchia, va misurata la gross. del muro; e similmente in vece di moltiplicare la detta somma per la profondità della nicchia, va moltiplicata per la gross. del muro.

Esempio.

Vogliasi la misura del magistero per l'archivolto fig. 12. (*tav.* 3.) della nicchia *hlm*.

Misuro la gross. *oi* dell'archivolto, la largh. *hl* della nicchia, e la sua profondità *ln*: e sia *oi* pal. 1,50, *hl* pal. 5, ed *ln* pal. 2,50. E sul luogo scrivo. Magistero per l'archivolto grosso pal. 1,50, della nicchia larga pal. 5, e profonda pal. 2,50.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

largh.	5
gross. arch.	1,5
somma	6,5
prof. nicchia	2,5
prod.	16,25
gross. arch.	1,5
prod.	24,375
n. cost.	1,57
prod.	38,26875

Dunque il magistero per l'archivolto della nicchia data è di pal. cubici 38,27.

74.

Vano di nicchia terminata a semicircolo, e di pianta semicircolare.

REGOLA.

Si misuri la larghezza della nicchia e la sua altezza sino all'imposta.

Al triplo dell'altezza sino all'imposta si aggiunga la doppia larghezza; la somma si moltiplichi pel quadrato della larghezza e pel numero costante 0,13.

Esempio.

Abbiasi una nicchia terminata a semicircolo fig. 12. (*tav.* 3.) e di pianta semicircolare: e vogliasi la misura del suo vano per dedurlo dalla misura del muro ove è, considerato come pieno.

Misuro la largh. *pq* della nicchia, e la sua alt. *pr* sino all'imposta, e sia *pq* pal. 5, *pr* pal. 7,50. E sopra luogo scrivo — Da dedursi vano di nicchia terminata a semicircolo, e di pianta semicircolare, di largh. pal. 5 ed alt. 7,50.

Quindi con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt. imp.	7,5	suo triplo	22,5
largh.	5	suo dopp.	10
		somma	32,5
largh.	5	suo quad.	25
		prod.	812,5
		n. cost.	0,13
		prod.	105,625

Dunque la misura del vano della data nicchia è di pal. cubici 105,63.

75.

Magistero pel paramento maggiore, in una nicchia terminata a semicircolo di pianta semicircolare.

REGOLA.

Si misuri la larghezza della nicchia, e la sua altezza sino all'imposta. L'altezza sino all'imposta si moltiplichi per la larghezza e pel numero costante 0,57.

Esempio.

Abbiasi una nicchia terminata a semicircolo, e di pianta semicircolare: fig. 12. (*tav. 3*): e vogliasi la misura del magistero pel paramento maggiore.

Misuro la largh. *pq* della nicchia, e la sua altezza *pr* sino all'imposta: e sia *pq* pal. 5, *pr* pal. 7,50. E sopra luogo scrivo — Magistero pel paramento maggiore della nicchia terminata a semicircolo di pianta semicircolare, di largh. pal. 5, e di alt. sino all'imposta pal. 7,5.

Con questi dati fo al tavolino il seguente

CALCOLO.

alt.	7,5
largh.	5
prod.	37,5
n. cost.	0,57
prod.	21,375

Dunque il magistero pel paramento maggiore della data nicchia è di pal. quadrati 21,37.

76.

Magistero per la parte superiore della nicchia terminata a semicircolo di pianta semicircolare.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro ove è la nicchia, e la larghezza di essa. Si facciano i cubi della grossezza del muro e della larghezza della nicchia, e questo si moltiplichi pel numero costante 0,13; il prodotto si sottragga dal doppio del cubo della grossezza del muro.

Avvertimento — Quì si suppone, come praticarsi nelle buone costruzioni, che le pietre lavorate a cunco per la parte superiore della nicchia prendino tutta la grossezza del muro, e che la grossezza ne sia simmetrica intorno alla cavità della nicchia. Quest' ultima condizione

sempre esiste (ammeno così dovrebb' essere) ; quando manca la prima la gross. del muro va supplita dalla somma della semilargh. della nicchia coll' alt. del cuneo alla chiave.

Esempio.

Abbiasi una nicchia terminata a semicircolo e di pianta semicircolare: e vogliasi la misura del magistero pel suo coverchio.

Misuro fig. 12 (*tav. 3.*) la gross. del muro ov' è la nicchia e sia di pal. 3,50, e la largh. *pq* della nicchia che sia di pal. 5. E sul luogo scrivo — Magistero pel coverchio della nicchia, di largh. pal. 5 lavorato per la gross. del muro di pal. 3,50.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

gross. muro	3,5	suo cubo	....	42,875 dopp.	85,75
largh. nicchia	5	suo cubo	125		
		n. cost.	0,13		
		prod.	16,25	....	16,25
				diff.	69,50

Dunque la misura del magistero per la lavoratura del coverchio della data nicchia è di pal. cubici 69,50.

ARTICOLO III.

DELLA MISURA DI ALCUNI ALTRI SOLIDI DI FABBRICA, CHE PER L'UFFIZIO CUI SONO DESTINATI POSSONO PURE ANDAR COMPRESI NELLA CLASSE DEI MURI.

1.

Piedistalli.

REGOLA.

Se ne misuri la larghezza, la lunghezza, e l'altezza.
La larghezza si moltiplichi per la lunghezza e per l'altezza.

Esempio.

Abbiasi il piedistallo rappresentato dalla fig. 1. (*tav.* 4.) e se ne voglia la misura.
Misuro la sua largh. *DC*, la lungh. *BC*, e la sua alt. *CE*: e sia *DC* pal. 6, *BC* pal. 9, *CE* pal. 8. E sopra luogo descrivo — Piedistallo di fabbrica (e quì dicesi di quali materiali si compone) di pianta di pal. 6 per 9, e di alt. pal. 8.
Con questi dati al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

largh.	6
lungh.	9
prod.	54
alt.	8
prod.	432

Dunque la misura del dato piedistallo è di pal. cubici 432.
Avvertimento — La reg. prescinde dallo zoccolo e dal cimazio del piedistallo: questi misuransi a parte in pal. lineari; ed a parte misurasi pure qualunque altro ornamento possa contenere. Queste cose non vanno comprese nella classe dei *massi di fabbrica* propriamente detti, dei quali quì intendiamo parlare.

2.

Pilastri, o Piloni.

REGOLA.

Si misurino le due dimensioni della pianta del pilastro, e la sua altezza.
Le due dimensioni della pianta si moltiplichino, ed il prodotto si moltiplichi per l'altezza.

Esempio.

Abbiasi un pilastro, come rappresentato dalla fig. 2. (*tav.* 4.), e se ne voglia la misura.

Misuro le due dimensioni *ab*, *ac* della pianta, e sia *ab* uguale *ac* di pal. 4, e l'alt. *bd*, che sia di pal. 32. E sopra luogo scrivo — Pilastro di (e qui dicesi di quali materiali è composto) di pianta di pal. 4 per 4, e di alt. pal. 32.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

dimensioni pianta	4
	4
prod.	16
alt.	32
prod.	512

Dunque il dato pilastro è di pal. cubici 512.

Avvertimento — Colla reg. riportata si prescinde dallo zoccolo, e dalla tegola, od in generale corona del pilastro: o da qualunque altro ornamento, questi si misurano a parte, nè vanno compresi tra la classe dei *massi di fabbrica*, e misuransi o in pal. lineari o superficiali.

3.

Magistero per la terza e quarta faccia di un pilastro o *di un pilone.*

Si misuri la larghezza minore del pilastro e la sua altezza.

L'altezza si moltiplichi per la larghezza, ed il prodotto si raddoppii.

Esempio.

Vogliasi il magistero per la terza e quarta faccia del pilastro rappresentato dalla fig. 2 della (*tav.* 4).

Misuro la sua largh. *ca* che sia di pal. 4, e l'alt. *db* di pal. 32. E sopra luogo scrivo — Magistero per la terza e quarta faccia del pilastro, ciascuna di largh. pal. 4, e di alt. pal. 32.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt.	32
largh.	4
prod.	128
dopp.	256

Dunque il magistero per la terza e quarta faccia del dato pilastro è di pal. quadri 256.

4.

Colonna.

REGOLA.

Si misuri il diametro dell' imoscapo e quello del somoscapo della colonna, e la sua altezza da sopra la base, al collarino.
Si moltiplichino i due diametri, e si facciano i quadrati di ciascuno di essi: l'ottenuto prodotto e tali quadrati si sommino, e la somma si moltiplichi per l'altezza e pel numero costante 0,2618.
Avvertimento — Se non è possibile il misurare i due diametri, dell' imoscapo e del somoscapo, si misurino, con una cordellina flessibilissima, le loro circonferenze, e ciascuna di esse si moltiplichi pel numero costante 0,3183: i due prodotti saranno i due diametri che avrebbero dovuto misurarsi.

Esempio

Abbiasi una colonna, e se ne voglia la misura, cioè quella del suo fusto.
Misuro fig. 3. (*tav.* 4) il diametro *ab* del suo imoscapo, ed il diametro *ce* del somoscapo, e la sua alt. *ac* da sopra la base al collarino; e sia *ab* pal. 3,50, *ce* pal. 2,80, *ac* pal. 21. E scrivo — Colonna (e qui dicesi di che materiali è costrutta) col fusto di diametri, all'imoscapo pal. 3,50, al somoscapo pal. 2,80 e di alt. pal. 21.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

diam. imos 3,5 suo quad.	12,25
diam. somos. 2,8 suo quadr.	7,84
prod. 9,8	9,80
somma	29,89
alt.	21
prod.	627,69
n. cost.	0,2618
prod.	164,3292

Dunque il fusto della data colonna è di pal. cubici 164,33.

5.

Tamburo nelle volte di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri la corda del sesto, e la grossezza del muro.
Il quadrato della corda si moltiplichi per la grossezza del muro e pel numero costante 0,3927.

Esempio.

Abbiasi una volta a botte il di cui profilo è rappresentato dalla fig. 7. (*tav.* 4.); e lo spazio circolare *AaB* del suo fronte sia chiuso da muro. Una tal porzione di muro dicesi tamburo della volta (*), e di essa porzione vuolsi la misura.

Misuro la corda *AB* del sesto che sia di pal. 24, e la gross. del muro che sia di pal. 2. E sul luogo scrivo. — Tamburo (e quì dicesi di quale natura ne è la fabbrica) della volta a botte di tutto sesto, di corda pal. 24, e grosso pal. 2.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO

quadr. cor.	576
gross. muro	2
prod.	1152
n. cost.	0,3927
prod.	452,3904

Dunque il tamburo della data volta è di pal. cubici 452,39.

6.

Tamburo nelle volte di sesto ribassato o rialzato, e di intradosso ellittico.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia del sesto, e la grossezza del muro.

La corda si moltiplichi per la freccia, per la grossezza del muro, e pel numero costante 0,7854.

Esempio.

Abbiasi una volta a botte, fig. 11, (*tav.* 4), il di cui fronte *ACGK FIHDBiA* è di sesto ribassato, e di intradosso *AiB* semiellittico; e lo spazio *ABiA* sia chiuso da una porzione di muro. Una tal porzione di muro dicesi tamburo (*) della volta; e di essa porzioue si vuole la misura.

Misuro la corda *AB* del sesto, che sia di pal. 24, la sua freccia *ei* che sia di pal. 6, e la gross. del muro costituente il tamburo, che sia di pal. 2. E sul luogo scrivo. — Tamburo di fabbrica (e quì dicesi di qual natura essa sia) della volta a botte di sesto ribassato ad intradosso semiellittico di corda pal. 24 e freccia pal. 6, e grosso pal. 2.

(*) Tamburi sono pure quelle porzioni di muro che chiudono li spazii circolari ed ellittici dei fronti delle volte a crociera, delle volte a vela; od anche delle lunette, nelle quali ordinariamente si tagliano i finestroni che illuminano le chiese.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

corda	24
freccia	6
prod.	144
gros.	2
prod.	288
n. cost.	0,7854
prod.	226,1952

Dunque il tamburo della data volta è di pal. cubici 226,20.

7.

Tamburo nelle volte di sesto scemo intradossate ad un solo arco di circolo.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia del sesto, e la grossezza del muro.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia, e si sommino e si sottraggano; la differenza si moltiplichi per la semicorda, e la somma per la metà della lunghezza dell'arco intradosso; il primo prodotto si sottragga dal secondo, e la differenza si moltiplichi per la grossezza del muro, e si divida per la doppia freccia.

Esempio

Abbiasi una volta a botte di sesto scemo ad un sol arco di circolo, fig. 12. (*tav.* 4) e siano *AIGHCBEA* uno dei fronti. Il segmento circolare *AEBA* sia chiuso da una porzione di muro. E una tal porzione di muro che dicesi tamburo della volta (*): e di essa porzione si vuole la misura.

Misuro la corda *AB*, e la freccia *DE* del sesto, e sia *AB* pal. 24, e *DE* pal. 4, e la gross. del muro che costituisce il tamburo, che sia di pal. 2. E sul luogo scrivo — Tamburo di fabbrica (e quì dicesi di qual natura essa sia) della volta di sesto scemo intradossata ad un sol arco di circolo, di corda pal. 24, e freccia pal. 4, e di gross. il tamburo di pal. 2.

Con questi dati fo il seguente calcolo, dopo aver computato prima (*art. preliminare pag. 18, reg.* 2) la lungh. dell' arco *AEB*, che la regola suppone già conoscersi, e che risulta di pal. 25,73.

(*) Tamburi sono pure quelle porzioni di muro, che chiudono li spazii circolari od ellittici dei fronti delle volte a crociera, delle volte a vela, od anche delle lunette, nelli quali ordinariamente si tagliano i finestroni che illuminano le chiese.

CALCOLO

quadr. semic.	144	....	144		
quadr. frecc.	16	....	16		
		somma	160		
diff.	128	metà arc.	12,865		
semicor.	12	prod.	2056,40		
prod.	1536	....	1536		
		diff.	522,40		
		gross. muro	2		
		prod.	1044,80	div. dop. frec.	8
				quoz.	130,60

Dunque il tamburo della data volta è di pal. cubici 130,60.

8.

Tamburo con vano di luce.

REGOLA.

Si calcoli il volume del tamburo come se fosse pieno, cioè senza vano; si misuri il vano per le regole dell'articolo secondo: e dalla prima misura si sottragga la seconda.

CAPO SECONDO

DELLA MISURA DELLE VOLTE PROPRIAMENTE DETTE.

Le volte sono costrutte con pietre lavorate a cunei, dette pure *conci*, le di cui faccie laterali sono normali alla superficie d' intradosso della volta. Ma questi cunei non sempre costituiscono soli l' intera volta, non sempre cioè ne costituiscono tutto lo spazio compreso tra le due superficie d' intradosso e di estradosso; costruendosi spesso, anzi quasi sempre, con essi, solamente tanto quanto basta per resistere alle pressioni ed alle spinte che si fanno scambievolmente le sue diverse parti e pel loro peso e per quello loro soprapposto, costruendosi il rimanente con pietre disposte a corsie orizzontali. Però, a volere semplificare la cosa, essendosi convenuto *(art. preliminare* §. *7, p. 24)* di dare prezzo al muramento nelle fabbriche che comprendono solidi di svariate figure, supponendolo formato da pietre disposte a corsie o filari orizzontali, come se costituisse un muro in tela, pagando a parte il magistero per la lavoratura dei conci e per la varia disposizione di essi, è chiaro doversi non solo dare le regole per misurare tutto il volume del solido compreso tra l' intradosso e l' estradosso della volta, ma ancora quelle per misurare la parte di esso che è costituito dai *conci*, onde calcolarne il prezzo pel relativo magistero. E ciò è tanto più necessario in quanto che queste diverse parti di una medesima volta, sogliono talora farsi di materiali di diversa natura. Per la qual cosa dopo ogni regola per la misura del muramento di ciascuna volta, dovrebbe seguitar quella pel relativo magistero. Ma pel modo come sono da noi ordinate le cose, ne facciamo ammeno; imperciocchè la misura di tali magisteri si ridurrebbe a quella di volumi di altre volte, le quali pure impariamo a misurare; dovendo costituire sempre la parte formata da'conci di per se sola una volta. Però il lettore non avrà a far altro che conoscere qual volta costituiscono di per loro solo i conci, ed andarne a cercare le regole che imparano a misurare i volumi di quelle volte: ed avrà così la misura del magistero. Dalle quali cose poi è facile calcolare il costo di una data volta coll'una o l'altra delle due regole generali seguenti, secondo che la volta è costrutta tutta cogli stessi materiali o con materiali diversi.

1.

Calcolare il costo di una data volta, quando è costrutta tutta colli stessi materiali.

REGOLA.

Si misuri tutto il volume compreso tra le due superficie d' intradosso e di estradosso della volta, ed il volume di quella parte di essa che è costituita dai *conci*. Il primo volume si moltiplichi pel prezzo dell' unità del muramento considerato come costituente un muro in tela, il secondo pel prezzo del magistero: ed i due valori che ne risultano si sommino.

Avvertimento — Talora per speciale convenzione si assume un prezzo medio, col patto espresso di non tener conto dei magisteri. In questo caso va calcolato il primo dei due detti volumi soltanto.

2.

Calcolare il costo di una data volta, quando la sua parte costituita dai conci è di materiali diversi che il rimanente.

REGOLA.

Si misuri tutto il volume compreso tra le due superficie di intradossa e di estradosso della volta, ed il volume di quella parte di essa che è costituita dai *conci*. Dal primo volume si sottragga il secondo: e questo, e la ottenuta differenza si moltiplichino pei rispettivi prezzi del muramento di cui sono rispettivamente costituiti.

Avvertimento — Questa regola suppone che tutti i conci sieno delli stessi materiali, e che delli stessi materiali sia tutto il rimanente della volta, appunto come praticasi nelle buone costruzioni. Suppone pure che la volta non avesse vani nel corpo stesso della fabbrica, come talora suol praticarsi nella struttura dei grandi ponti o nelle volte di grandissime dimensioni: in questi casi vanno dedotti tali vani, e pagati altri magisteri, delle quali cose quì non possiamo parlare.

ARTICOLO I.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A BOTTE.

1.

Volta a botte retta od in isbiego, con fronti di tutto sesto estradossata piana.

REGOLA.

Si misuri la corda dell'intradosso, la grossezza della volta all' imposta ed alla chiave, e la distanza dei fronti.

La semicorda si sommi separatamente colla grossezza alla chiave e colla grossezza alla imposta, e le somme si moltiplichino; si feccia il quadrato della semicorda, si moltiplichi pel numero costante 0,7854, e quest' ultimo prodotto si sottragga dal precedente: la differenza si moltiplichi per la distanza dei fronti, e per due.

Esempio.

Abbiasi un salone di pianta rettangolare coverto da una volta a botte di tutto sesto ed estradossata piana; della quale la fig. 4, (*tav.* 4.) rappresenti uno dei fronti: e se ne voglia la misura.

Misuro la corda AB, e sia di pal. 24, la gross. BC alla imposta e l' altra DE alla chiave, e sia BC di pal. 5 e DE di pal. 2; in oltre misuro la distanza dei fronti che sia di pal. 38. E sul luogo del lavoro scrivo — Volta a botte (e qui dicesi di quale natura n'è il muramento) estradossata piana con fronti di tutto sesto di corda pal. 24, gross. all'imposta pal. 5, alla chiave pal. 2, e distante tra loro pal. 38.

Con questi dati poi fo il seguente.

CALCOLO.

		semicorda	12		
semicorda	12	gross. imp.	5		
gross. chiave.	2	somma	17		
somma	14	....	14		
		prod.	238	......	238
semicorda	12	suo quadr.	154		
		n. cost.	0,7854		
		prod.	113,0976	......	113,0976
				diff.	124,9024
				dist. fronti	38
				prod.	4746,2912
					2
				prod.	9492,5824

Dunque la data volta avente per fronte la figura *ADBCFEGH* è di pal. cubici 9492,58. Dal qual numero, colle norme delle due regole messe al principio di questo capo, (*pag. 126*) cavasi il costo della data volta.

2.

Volte a botte retta od in isbiego con fronti di tutto sesto, di uniforme grossezza.

REGOLA.

Si misuri la corda del sesto, la grossezza della volta e la distanza dei fronti.

Si sommi la corda colla grossezza della volta, e la somma si moltiplichi per essa grossezza per la distanza dei fronti e pel numero costante 1,5708.

Esempio

Abbiasi una camera di pianta rettangolare; e sia coverta da una volta a botte e di tutto sesto di uniforme grossezza: il di cui fronte fig. 5. (*tav. 4*). è rappresentato in *ADBCEF*: e vogliasene la misura.

Misuro la corda *AB* del sesto e sia di pal. 24, la grossezza *BC* ossia *DE* che sia di pal. 3,5 e la distanza dei fronti, che sia di pal. 38. E sul luogo del lavoro scrivo — Volta a botte (e quì dicesi di quali materiali è costrutta) retta e di tutto sesto, con fronti di corda pal. 24 di gross. uniforme pal. 3,5, e distante tra loro pal. 38.

Con questi dati fo il seguente.

CALCOLO.

corda	24
gross. vol.	3,5
somma	27,5
gross.	3,5
prod.	96,25
lungh.	38
prod.	3657,50
n. cost.	1,5708
prod.	5745,2010

Dunque la data volta retta, di tutto sesto e di uniforme grossezza; della quale *ADBCEFA* rappresenta uno dei fronti, è di pal. cubici 5745, 20. Dal qual numero cavasi colle regole messe al principio di questo capo (*pag. 126*) il costo dell'intera volta.

3.

Volta a botte retta od in isbiego, con fronti di tutto sesto ed estradossata ad arco di circolo.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell'arco estradosso, la corda dell'intradosso e la distanza dei fronti.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia dell'arco estradosso, e se ne calcoli la differenza e la somma; la differenza si moltiplichi per la semicorda, e la somma per la metà della lunghezza dell'arco; il primo prodotto si sottragga dal secondo; e dalla differenza si sottragga l'altro prodotto che si ottiene facendo il quadrato della corda dell'intradosso, e moltiplicandolo per la freccia dell'estradosso e pel numero costante 0,7854: il risultato si moltiplichi per la distanza dei fronti e si divida per la doppia freccia.

Avvertimento — Questa regola suppone conoscersi l'arco estradosso del fronte: e di fatto misurata che se ne è la corda e la freccia è sempre facile calcolarne la lungh. per mezzo della *Tav.* (A) (*Art. prelim. pag. 18 reg. 2.*): per cui non facciamo un tal calcolo, nè nella regola diciamo doversi misurare quella lunghezza. Ma quando vuolsi economia di calcolo, ed il fronte della volta è accessibile al disopra, può col nastro graduato (*art. prel. § 4. p. 13*) misurarsi di fatto la lunghezza di esso arco.

Esempio.

Abbiasi una camera rettangolare coverta da una volta a botte di tutto sesto estradossata secondo un arco di circolo fig. 6. (*tav. 4*); ed *AGBDFCA* ne rappresenti uno dei fronti: se ne voglia la misura.

Misuro la corda *CD* e la freccia *EF* dell'arco estradosso, e sia *CD* pal. 34,5, *EF* pal. 13,75; misuro la corda *AB* dell'intradosso che sia di pal. 24, e la distanza dei fronti che sia di pal. 38. E sopra luogo scrivo — Volta a botte (qui dicesi di quali materiali è composta) retta con fronti di tutto sesto di corda pal. 24, estradossata secondo un arco di circolo di corda pal. 34,50, e di freccia pal. 13,75; coi fronti distanti per palmi 38.

Quindi con questi dati fo il seguente calcolo; computando prima la lungh. dell'arco estradosso *CFD* per mezzo della *Tav.* (A) la di cui metà la reg. suppone già conoscersi, e di cui qui non riportiamo il calcolo relativo. Ma che fatto (*art. prel. pag. 18, reg. 2.*) porge la metà dell'arco estradosso *CFD* di lungh. pal. 23,80.

CALCOLO.

semic. estr.	17,25	suo quadr.	297,5625	....	297,5625	
frec. estr.	13,75	suo quadr.	189,0625	....	189,0625	
				somma	486,625	
		diff.	108,50	semiarc. estr.	23,8	
		semic. estr.	17,25	prod.	11581,675	
		prod.	1871,625	....	1871,625	
				diff.	9710,050	
cor. intrad.	24	suo quadr.	576			
		frec. estrad.	13,75			
		prod.	7920,00			
		n. cost.	0,7854			
		prod.	6220,3680	....	6220,368	
				diff.	3489,082	
				dist. dei fronti	38	
				prod.	132607,916	div.
				per dopp. frecc.		27,50
				quoz.		4822,10

Dunque la data volta, di cui *AGBDFCA* è uno dei fronti, è di pal. cubici 4822,10. Dal qual numero, colle norme indicate al principio di questo capo (*pag. 126*), cavasi il costo della data volta.

4.

Volta a botte retta od in isbiego con fronte di tutto sesto e con rinfianchi.

REGOLA.

Si misuri la larghezza totale del fronte della volta, l'altezza de'rinfianchi, la corda del sesto, e la corda e la freccia dell'arco estradosso.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia dell'arco estradosso, e se ne calcoli la differenza e la somma; la differenza si moltiplichi per la semicorda e la somma per la metà della lunghezza dell'arco estradosso; il primo prodotto si sottragga dal secondo, e la differenza che si ottiene si divida pel doppio della freccia. In oltre la larghezza totale del fronte si moltiplichi per l'altezza dei rinfianchi; e dal prodotto si sottragga l'altro, del quadrato della corda del sesto pel numero costante 0,3927. Questa differenza si sommi coll'ottenuto quoziente, e la somma si moltiplichi per la distanza dei fronti.

Avvertimento — Questa regola suppone conoscersi l'arco estradosso del fronte: e di fatto misurata che se ne è la corda e la freccia è sempre facile calcolarne la lungh. per mezzo della *Tav.* (A) (*Art. prelim. pag. 18 reg. 2*): per cui non facciamo un tal calcolo, nè nella regola di-

ciamo doversi misurare quella lunghezza. Ma quando vuolsi economia di calcolo, ed il fronte della volta è accessibile al di sopra, può col nastro graduato misurarsi di fatto la lunghezza di esso.

Esempio.

Abbiasi una camera rettangolare, coverta da una volta a botte di tutto sesto e con rinfianchi, il di cui fronte *AaBDHIFKGCA* è rappresentato dalla fig. 7, (*tav.* 4); e vogliasi la misura del suo volume.

Misuro la largh. totale *CD* del fronte della volta, l' alt. *CG* dei rinfianchi *CGK*, *DHI*, la corda *KI* e la freccia *EF* dell' arco estradosso *KFI*, la corda *AB* del sesto, e la distanza dei fronti, che in questo caso è uguale alla lungh. della volta: e sia *CD* pal. 34,5, *CG* pal. 8,75, *KI* pal. 24, *EF* pal. 5, *AB* pal. 24. E sopra luogo scrivo — Volta a botte (e qui dicesi di quali materiali è composta) con fronti di largh. totale pal. 34,5, con rinfranchi di alt. pal. 8,75, e di tutto sesto di corda pal. 24 e di estradosso di corda pal. 24 e di freccia pal. 5; la di cui distanza dei fronti è di pal. 38.

Quindi con questi dati fo il seguente calcolo, cominciando dal computare colla *Tav.* (A) la lungh. dell' arco estradosso che la regola suppone già conoscersi: ed è da avvertire che di una tal computazione può spesso farsi ammeno, quando essendo accessibile la parte superiore della volta, può di fatti applicarsi il nastro graduato sull' orlo superiore *KFI* del fronte, avendosi lo sviluppo dell' arco *KFI*, ossia meccanicamente la sua lunghezza. La quale, fatto i calcoli, colla regola 2 data all' *art. preliminare pag. 18.* risulta di pal. 26,70.

CALCOLO.

semic. estr.	12	suo quadr.	144	…………	144		
frec. estr.	5	suo quadr.	25	…………	25		
				somma	169		
		diff.	119	semiar. estr.	13,35		
		semic. estr.	12	prod.	2256,15		
		prod.	1428	…………	1428		
				diff.	828,15		div. dop.
						frec.	10
						quoz.	82,815
				largh. fronte	34,5		
cor. sesto	24	suo quadr.	576	alt. rinf.	8,75		
		n. cost.	0,3927	prod.	301,875		
		prod.	226,1952	…………	226,1952		
				diff.	75,6798		75,6798
						somma	158,4948
						dist. fron.	38
						prod.	6022,8024

Dunque la misura del volume della data volta di cui *AaBDHIFKGCA*

rappresenta uno dei fronti è di pal. cubici 6022,80, dal qual numero colle norme date al principio di questo capo (*pag. 126*) cavasi il costo della data volta.

5.

Volta a botte retta od in isbiego, con fronti di sesto ribassato o rialzato, di intradosso ellittico ed estradosso piano.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell' intradosso, la grossezza della volta alle imposte ed alla chiave, e la distanza dei fronti.

La doppia grossezza alle imposte si sommi colla corda, e la grossezza alla chiave colla freccia; le due somme si moltiplichino; e dal prodotto si sottragga l' altro, della corda per la freccia e pel numero costante 0,7854: la differenza si moltiplichi per la distanza dei fronti.

Esempio.

Abbiasi un ponte ellittico, ad una sola arcata, il di cui fronte $AEBCFA$ è rappresentato dalla fig. 8. (*tav. 4*) e vogliasi la misura del suo volume.

Misuro la corda AB e la freccia DE dell' intradosso, le grossezze BC all' imposta ed EF alla chiave, e la distanza dei fronti, la quale è uguale alla largh. del ponte: e sia AB pal. 24, DE pal. 6, BC pal. 4, EF pal. 2, e la distanza dei fronti di pal. 36. E sul luogo scrivo — Volta a botte (e qui dicesi di quali materiali è costrutta) estradossata piana, di sesto ellittico di corda pal. 24, e freccia pal. 6, e di gross. all' imposta pal. 4, ed alla chiave pal. 2, con fronti distanti per pal. 36.

Con questi dati poi fo il seguente

CALCOLO.

		dopp. gross. all' imp.	8
gross. alla ch.	2	corda	24
freccia	6	somma	32
somma	8	....	8
		prod.	256
corda	24		
freccia	6		
prod.	144		
n. cost.	0,7854		
prod.	113,0976	....	113,0976
		diff.	142,9024
		dist. fronti	36
		prod.	5144,4864

Dunque la data volta è di pal. cubici 5144,49 dal qual numero cavasi, applicando le reg. messe al principio di questo Capo (*pag. 126*), il costo della data volta.

6.

Volta a botte retta od in isbiego, con fronti di sesto ribassato o rialzato ad intradosso ed estradosso semiellittico.

REGOLA.

Si misurino la corda e la freccia, dell' intradosso e dell' estradossa, e la distanza dei fronti.

Si moltiplichi ciascuna corda per la freccia corrispondente, si prenda la differenza dei due prodotti, e questa si moltiplichi per la distanza dei fronti e pel numero costante 0,7854.

Esempio.

Abbiasi una camera rettangolare, coverta da una volta a botte, uno dei fronti della quale è rappresentato in $AGBDFCA$ fig. 9. (*tav. 4*)

Misuro la corda AB e la freccia EG dell' intradosso e sia AB pal. 24, EG pal. 6; la corda CD e la freccia EF dell' estradosso, e sia CD pal. 32 ed EF pal. 8, e la distanza dei fronti che sia di pal. 38. E sopra il luogo del lavoro scrivo — Volta a botte, (e qui dicesi di qual sorta di muramento è costrutta) con fronti distanti per pal. 38, di sesto ribassato, ad intradosso ed estradosso ellittico, il primo di corda pal. 24, e freccia pal. 6, ed il secondo di corda pal. 32, e freccia pal. 8.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

cor. estrad.	32		
frec. estrad.	8		
prod.	256	....	256
cor. intrad.	24		
frec. intrad.	6		
prod.	144	....	144
		diff.	112
		n. cost.	0,7854
		prod.	87,9648
		dist. dei fronti	38
		prod.	3342,6624

Dunque il volume della data volta è di pal. cubici 3342,66, dal qual numero coll' una delle due regole messe al principio di questo capo (*pag. 126*) cavasi il costo della data volta.

7.

Volta a botte retta od in isbiego, con fronti di sesto ribassato, ad intradosso semiellittico ed estradosso circolare.

REGOLA.

Si misuri la distanza dei fronti, e la corda e la freccia dell' intradosso e dell' estradosso.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia dell' arco estradosso, e se ne calcoli la differenza e la somma: la differenza si moltiplichi per essa semicorda, e la somma per la metà della lunghezza dell' arco estradosso: si sottragga il primo prodotto dal secondo, e dalla differenza si sottragga il prodotto che si ottiene moltiplicando la corda dell' intradosso per la sua freccia, per quella dell' estradosso e pel numero costante 1,5708. Il risultato si moltiplichi per la distanza dei fronti, e si divida per la doppia freccia dell' estradosso.

Avvertimento — Questa regola suppone conoscersi la lunghezza dell' arco estradosso, e di fatto calcolasi per mezzo della *Tav.* (A), conoscendosene la corda e la freccia (*art. preliminare pag. 18. reg.* 2). Ma quando il fronte della volta è accessibile superiormente può col nastro graduato (*art. prel.* §. 4) misurarsi di fatto l' arco *CFD*.

Esempio.

Abbiasi una camera di pianta parallelogramma, sia o no rettangola; e sia coverta da una volta a botte, i di cui fronti fig. 10 (*tav.* 4) sono, come *CAGBDFC* di sesto ribassato ad intradosso semiellittico e ad estradosso circolare: e vogliasi la misura, ossia il volume di essa.

Misuro la distanza dei fronti, e sia di pal. 36, la corda *AB* e la freccia *EG* dell' intradosso, e la corda *DC* e la freccia *EF* dell'estradosso: e sia *AB* pal. 24, *EG* pal. 6, *CD* pal. 34, *EF* pal. 7,50. E sopra luogo scrivo — Volta a botte (e qui dicesi di quale muramento è formata) con fronti distanti per pal. 36, di sesto ribassato, ad intradosso semiellittico di corda pal. 24 e freccia pal. 6, e ad estradosso circolare di corda pal. 34 e freccia pal. 7,5.

Con questi dati fo il seguente calcolo, ma computando prima, o misurando in atto l' arco estradosso *CFD*, come è detto nell' avvertimento; lunghezza che calcolata risulta di pal. 38,24: ed il di cui calcolo relativo non riportiamo rimandando all' articolo preliminare (§. *6. pag. 18 reg.* 2).

CALCOLO.

semicor. estrad.	17	suo quadr.	289	....	289	
frec. estrad.	7,5	suo quadr.	56,25	....	56,25	
				somma	345,25	
		diff.	232,75	semiar. estr.	19,12	
		semic. estrad.	17	prod.	6601,18	
		prod.	3956,75	....	3956,75	
				diff.	3644,43	
		cor. intrad.	24			
		frec. intrad.	6			
		prod.	144			
		frec. estrad.	7,5			
		prod.	1080			
		n. cost.	1,5708			
		prod.	1696,4640	....	1696,464	
				diff.	947,966	
				dist. fronti	36	
				prod.	34126,776	div.
				dopp. frec. estrad.		15
				quoz.		2275,118

Dunque la data volta a botte di fronte come è detto di sopra è di pal. cubici 2275,118. Dal qual numero cavasi il costo della data volta applicando le norme prescritte colle due prime regole di questo capo (*pag. 126.*).

8.

Volta a botte retta od in isbiego, con fronti di sesto ribassato o rialzato ad intradosso semiellittico e con rinfianchi.

REGOLA.

Si misuri la distanza dei fronti, la larghezza totale di essi, l'altezza dei rinfianchi, e la corda e la freccia dell'intradosso e dell'arco estradosso.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia dell'arco estradosso, e si calcoli la differenza e la somma di essi; la differenza si moltiplichi per la semicorda e la somma per la metà della lunghezza dell'arco; si sottragga il primo prodotto dal secondo, e la differenza si divida pel doppio della freccia dell'estradosso. In oltre la corda dell'arco intradosso si moltiplichi per la sua freccia, pel n.° cost. 0,7854 ed il prodotto si sottragga dall'altro che si ottiene moltiplicando la larghezza totale dei fronti per l'altezza dei rinfianchi. Questa ultima differenza si sommi coll'ottenuto quoziente, e la somma si moltiplichi per la distanza dei fronti.

Avvertimento — Questa regola suppone conoscersi la lunghezza dell'arco estradosso, e di fatto calcolasi per mezzo della *Tav.* (A), co-

noscendosene la corda e la freccia (*art. preliminare pag. 18. reg. 2.*). Ma quando il fronte della volta è accessibile superiormente può di fatto col nastro graduato (*art. prel.* § 4.) misurarsi l'arco *KFI*.

Esempio.

Abbiasi una camera di pianta parallelogramma, sia o no rettangola e sia coverta da una volta a botte, uno dei di cui fronti *CAiBDHIFKGC* è rappresentato dalla fig. 11. (*tav. 4.*): e vogliasi la misura del masso di fabbrica che costituisce una tal volta.

Misuro la distanza dei fronti che sia di pal. 36: misuro la largh. totale *CD* del fronte, l'alt. *GC* dei rinfianchi, la corda *AB* e la freccia *ei* dell'arco intradosso, e la corda *KI* e la freccia *EF* dell'arco estradosso: e sia *CD* pal. 32, *CG* pal. 5, *AB* pal. 24, *ei* pal. 6, *KI* pal. 21, *EF* pal. 3. E sopra il luogo del lavoro scrivo — Volta a botte di (e quì dicesi di quale sorta di fabbrica è costrutta) con fronti distanti per pal. 36 e di largh. totale pal. 32, con rinfianchi di alt. pal. 5., e di sesto ribassato ad intradosso semiellittico di corda pal. 24 e freccia pal. 6 ed estradosso circolare di corda pal. 21 e freccia pal. 3.

Con questi dati fo il seguente calcolo, dopo aver computato, come è detto nell'avvertimento, per mezzo della *Tav.* (A) la lungh. dell'arco estradosso *FKI* (*V. art. preliminare p. 18 reg. 2*); che così computato trovasi di pal. 22,14. oppure misurata in atto.

CALCOLO.

semic. estrad. 10,5 suo quadr.	110,25	....	110,25	
frec. estrad. 3 suo quadr.	9	....	9	
		somma	119,25	
diff.	101,25	semiar. estr.	11,07	
semicor. estrad.	10,50	prod.	1320,0975	
prod.	1063,125	....	1063,125	
		diff.	256,9725	div.
		per dopp. frec. estrad.		6
		quoz.		42,8287

cor. intrad.	24	largh. totale	32	
frec. intrad.	6	alt. rinfian.	5	
prod.	144	prod.	160	
n. cost.	0,7854			
prod.	113,0976	....	113,0976	
		diff.	46,9024	... 46,9024
		somma		89,7311
		dist. fronti		36
		prod.		3230,3196

Dunque la data volta di cui *CAiBDHIFKGC* è uno dei fronti, è di volume pal. cubici 3230,3196; dal qual numero poi ridotto a canne

valendosi delle reg. 1, e 2 messa in sul principio di questo capo (*pag. 126*), si dedurrà il prezzo di essa volta.

9.

Volta a botte retta od in isbiego, di sesto scemo ad un sol arco di circolo, estradossata piana.

REGOLA.

Si misuri la distanza dei fronti, e di uno di essi la corda e la freccia del sesto, e la grossezza della volta alla imposta ed alla chiave.

La corda si sommi con due volte la grossezza all' imposta, e la freccia colla grossezza alla chiave; e le due somme si moltiplichiuo: dal prodotto si sottragga il quoziente che si ottiene facendo le operazioni seguenti. Fatto i quadrati della semicorda e della freccia se ne calcoli la differenza e la somma; la differenza si moltiplichi per la semicorda, e la somma per la metà della lunghezza dell' arco; il primo prodotto si sottragga dal secondo, e ciò che risulta si divida per la doppia freccia. Il quoziente si sottragga come si è detto; e ciò che si ottiene si moltiplichi per la distanza dei fronti.

Esempio.

Abbiasi un antrone di pianta parallelogramma, coverto da una volta a botte di sesto scemo ad un sol arco di circolo estradossata piana, di cui, fig. 12 (*tav. 4.*), uno dei fronti è rappresentato in *IAEBCHFGI*. Vogliasi il volume di una tal volta.

Misuro la distanza dei fronti, la corda *AB* e la freccia *DE* del sesto, la gross. *BC* all' imposta, e la gross. *FE* alla chiave: e sia la distanza dei fronti di pal. 36, *AB* pal. 24, *DE* pal. 4, *BC* pal. 6, *FE* pal. 2. E sopra luogo descrivo — Masso di fabbrica (e qui dicesi di qual natura essa è) costituente la covertura dell' antrone, con volta a botte, con fronti distanti per pal. 36, ciascuno di sesto scemo ad un sol arco di circolo di corda pal. 24, freccia pal. 4, ed estradossata piana di grossezza all' imposta pal. 6, ed alla chiave pal. 2.

Avvertimento — Così prese le misure, ed operando come dice la regola, viene ad aversi il volume di tutto il solido il di cui fronte è *IAEBCHFGI*: per lo che nel misurare i muri laterali è uopo arrestarsi ai piani *IC*, *GH*. Se continuando l'innalzamento di essi, come in *Hhlm*, *Ggno*, si fossero misurati tutto in una volta, comprendendovi perciò le porzioni *BCHh*, *IAgG*, in questo caso si considererebbe la gross. all' imposta *BC*, come zero, ed avrebbesi la misura del solido il di cui fronte o base è *AEBhFgA*.

Con i dati suddetti fo il seguente calcolo, cominciando dal computare per mezzo della *Tav.* (A) (*art. prelim. reg. 2. p. 18. es. 3.*) la lungh. dell' arco *AEB*, che la reg. suppone conoscersi.

Determinazione della lungh. dell' arco intradosso AEB.

semicor. 12 suo quadr. 144
freccia 4 suo quadr. 16
somma 160 div. per dop. frec. 8
1. quoz. 20

mille vol. cor. 24000 div. per 1. quoz. 20
cor. tav. 1200
cor. min. tav. 1199 arc. corrisp. 1274,09
11,64
diff. 1 arc. corrisp. 0,87
somma 1286,60
1. quoz. 20
prod. 25732,00
lungh. rich. 25,73

Dunque la lungh. dell' arco intradosso *AEB* è di pal. 25,73

Applicazione della Regola.

cor. 24 frecc. 4
gross. all' imp. 6 gross. alla ch. 2
6 somma 6
somma 36 36
prod. 216

quadr. semic. 144 144
quadr. frec. 16 16
somma 160
diff. 128 metà arco 12,865
semicor. 12 prod. 2058,40
prod. 1536 1536
diff. 522,40 div. per dop. frec. 8
quoz. 65,30 ... 65, 30
diff. 150,70
dist. fronti 36
prod. 5425, 20

Dunque la data volta di cui *IAEBCHFGI* è uno dei fronti, è di volume pal. cubici 5425,20, dal qual numero, valendosi delle reg. 1, e 2 di questo capo (*pag. 126*) si deduce il costo della data volta.

10.

Volta a botte retta od in isbiego, di sesto scemo ad un sol arco di circolo, e tutta di uniforme grossezza.

REGOLA.

Avvertimento — L'estradosso della volta potendo essere accessibile, col nastro graduato può misurarsi di fatto la lungh. dell'arco estradosso del fronte. Per la qual cosa due casi presenta la regola, secondo che si misuri o no l'arco estradosso del fronte: dei quali il primo dà luogo a più brevi calcoli.

1.° Caso *(quando può misurarsi l'arco estradosso.)*

Si misuri la distanza dei fronti, la corda e la freccia del sesto, la grossezza della volta, e la lunghezza dell'arco estradosso.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia, e questa si moltiplichi per la grossezza della volta, il prodotto che ne risulta ed il suo doppio si sommino separatamente coi detti quadrati, e la prima somma si divida per la seconda. Il quoziente si moltiplichi per la grossezza della volta, per la lunghezza dell'arco estradosso e per la distanza dei fronti.

2.° Caso *(quando non può misurarsi l'arco estradosso.)*

Si misuri la distanza dei fronti, la corda e la freccia del sesto, e la grossezza della volta.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia, e si sommino; la freccia si moltiplichi pella grossezza della volta, ed il prodotto aggiunto alla ottenuta somma si divida per essa. Il quoziente si moltiplichi per la lunghezza dell'arco intradosso, per la grossezza della volta, e per la distanza dei fronti.

Avvertimento — Questa regola, tanto nel primo che nel secondo caso, dà il volume della volta fino ai pulvinari, fig. 13. *(tav. 4)* BD, AC, e non sino alla orizzontale AB prolungata; la qual cosa implicherebbe in lunghi calcoli. Però nel misurare i muri laterali alla volta è uopo tener conto delle porzioni prismatiche di base DdB, AcC, che misuransi facilmente moltiplicando Bd per Dd e per la distanza dei fronti. — Le rette Dd, Bd misuransi facendo passare il filo a piombo pel punto D, ed applicando l'una delle due coste della squadra al canto Bb, ponendo il vertice dell'angolo retto in B (*art. prel.* § 5. *pag.* 14.).

Esempio.

Abbiasi un antrone di pianta parallelogramma, e sia coverto da una volta a botte, della quale uno dei fronti è rappresentato in $AFBDGCA$ e vogliasene la misura del volume.

1.° Caso (*quando può misurarsi l' arco estradosso*).

Misuro la distanza dei fronti e sia di pal. 36, la corda *AB* e la freccia *EF* del sesto, la gross. *FG* della volta e l'arco estradosso *CGD:* e sia *AB* pal. 24, *EF* pal. 4, *FG* pal. 3 e *CGD* pal. 29, 59. E sopra luogo scrivo — Volta a botte di (e qui dicesi di quale specie è il muramento che la costituisce) con fronti distanti per pal. 36, e di sesto scemo ad un sol arco di circolo di corda pal. 24, e di freccia pal. 4, di uniforme gross. di pal. 3, ed estradosso ad un sol arco di circolo di lungh. pal. 29, 59.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

semicor. sesto	12	suo quadr.	144	....	144
frec. sesto	4	suo quadr.	16	....	16
gross. vol.	3				
prod.	12	....	12	suo doppio	24
		somma	172	div. per somma	184
				quoz.	0,9348
				gross. vol.	3
				prod.	2,8044
				lungh. arc. estrad.	29,59
				prod.	82,9822
				dist. fronti	36
				prod.	2987,3592

Dunque il volume della data volta è di pal. cubici 2987,36 dal qual numero cavasi, colle norme date al principio di questo capo *(pag. 125, 126)* il costo della data volta.

2.° Caso (*quando non può misurarsi l' arco estradosso*).

Misuro la distanza dei fronti, e sia di pal. 36, la corda *AB*, e la freccia *EF* del sesto, e la gross. *FG* della volta: e sia *AB* pal. 24, *EF* pal. 4 ed *FG* pal. 3. E sul luogo del lavoro scrivo. — Volta a botte di (e qui dicesi di qual sorta è il muramento che la costituisce) con fronti distanti per pal. 36, e di sesto scemo ad un sol arco di circolo di corda pal. 24 e freccia pal. 4, di uniforme gross. di pal. 3.
Con questi dati fo il seguente calcolo, cominciando dal computare la lungh. dell'arco *AFB* che la regola suppone conoscersi, per mezzo della *Tav.* (A) (*art. prel. reg. 2. pag. 18. es. 3.*)

CALCOLO.

Determinazione della lungh. dell' arco intradosso AFB.

semicor. 12 suo quadr.	144				
frec. 4 suo quadr.	16				
somma	160	div. per dopp. frecc.	8		
		1. quoz.	20		
mille vol. cor.	24000	div. per 1. quoz.	20		
		cor. tav.	1200		
		cor. min.	1199	arc. corrispon.	1274,09
					11,64
		diff.	1	arc. corrispon.	0,87
				somma	1286,60
				molt. 1. quoz.	20
				prod.	25732
				lungh. arc.	25,73

Dunque la lungh. dell'arco *AFB* è di pal. 25,73.

Applicazione della Regola.

semicor.	12	suo quadr.	144		
frecc.	4	suo quadr.	16		
gross. vol.	3	somma	160		
prod.	12	....	12		
		somma	172	div. per som. quadr.	160
				quoz.	1,075
				lungh. arc.	25,73
				prod.	27,65975
				gross. vol.	3
				prod.	82,97925
				dist. fron.	36
				prod.	2987,253

Dunque la data volta è di misura pal. cubici 2987,25 dal qual numero, colle norme date al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il costo della data volta.

Avvertimento — La differenza tra questo ed il precedente risultato, dipende dalla misura attuale dell'arco *CGD*, che non può ottenersi con approssimazione al di là dei centesimi, come pure da quella della corda *AB*, e freccia *EF* che non può ottenersi con maggiore esattezza. Ma la differenza cadendo sui decimi è trascurabile, avuto riguardo a ciò: che ridotti quei numeri a canne danno il medesimo risultato.

ARTICOLO II.

DELLE VOLTE A SPICCHI, DETTE ANCHE A PADIGLIONE.

§ 1.

ESTRADOSSATE PIANE.

1.

Volta a Spicchi estradossata piana, di pianta quadrata, e di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri uno dei lati, la grossezza della volta alla imposta, e l'altezza del piano estradosso sopra di essa.

Il lato si addizioni con due volte la grossezza alla imposta, della somma si faccia il quadrato, e questo si moltiplichi per l'altezza del piano estradosso sopra l'imposta. Facciasi il cubo del lato, se ne prenda la terza parte, e questa si sottragga dal prodotto precedentemente ottenuto.

Esempio.

Abbiasi, fig. 1. (*tav.* 5), una camera *ABCD* coverta da una volta a spicchi, il di cui profilo o sezione sulla linea *LM* è rappresentata in *laebmnol*; essendone i spicchi rappresentati in pianta nei triangoli *AEB*, *BEC*, *CED*, *DEA*: e se ne voglia la misura del volume.

Misuro uno dei lati *AB* e sia di pal. 24, la grossezza *bm* della volta all'imposta che sia di pal. 3, e l'altezza *nm* del piano estradosso *on* al di sopra di essa che sia di pal. 14. E sopra luogo scrivo — Volta a spicchi (e qui dicesi di quale natura ne è la fabbrica, e l'uso cui è destinata la volta), di pianta quadrata di lato pal. 24, e di tutto sesto, di grossezza all'imposta pal. 3, e ad estradosso piano di alt. sopra l'imposta pal. 14.

Avvertimento — La misura della gross. *bm* all'imposta non è sempre possibile immediatamente, ma può sempre aversi misurando la largh. *on*, sottraendone la *ab* che è uguale al lato *AB*, ed indi dividendo per metà la differenza.

Coi soprascritti dati fo il seguente

CALCOLO.

lato	24		
dopp. gross. imp.	6		
somma	30	suo quadr.	900
		alt. estrad.	14
		prod.	12600
cubo lato	13824		
terza parte	4608	....	4608
		diff.	7992

Dunque il volume totale della data volta è di pal. cubici 7992, dal qual numero, se ne cava il prezzo dell'intera volta *(pag. 125, 126)*.

2.

Volta a spicchi estradossata piana, di pianta quadrata, e di sesto ribassato, o rialzato.

REGOLA.

Si misuri uno dei lati, la freccia del sesto, la grossezza all'imposta e l'altezza del piano estradosso sopra di essa.

Il lato si addizioni col doppio della grossezza alla imposta; della somma si faccia il quadrato e questo si moltiplichi per l'altezza del piano estradosso sopra l'imposta. Facciasi il quadrato del lato, si raddoppii, si moltiplichi per la freccia e del prodotto si prenda il terzo. Questo si sottragga dal primo prodotto ottenuto.

ESEMPIO.

Abbiasi, fig. 1. *(tav. 5)*, una camera di pianta quadrata $ABCD$, coverta da una volta a spicchi, la di cui sezione secondo LM è $l'a'e'b'm'n'o'l'a'$, e della quale i quattro spicchi sono rappresentati in AED, DEC, CEB, BEA: e se ne voglia la misura.

Misuro il lato AB, e sia di pal. 24, la freccia $e'i'$ del sesto che sia di pal. 8, la gross. $b'm'$ alla imposta che sia di pal. 3 e l'alt. $m'n'$ del piano estradosso $o'n'$ dalla imposta $l'm'$ che sia di pal. 10. — E sopra luogo scrivo — Volta a spicchi di (e qui dicesi di qual sorta n'è il muramento e dell'uso cui è destinata), di pianta quadrata di lato pal. 24, e di sesto ribassato di freccia pal. 8 (*), gross. alla chiave pal. 3, e ad estradosso piano di alt. sopra l'imposta pal. 10.

AVVERTIMENTO — La misura della gross. $b'm'$ alla imposta non è sempre possibile prendersi immediatamente, ma può sempre aversi misu-

(*) Se fosse rialzato si direbbe e di sesto rialzato di freccia pal. 16, per esempio.

rando la largh. $o'n'$, e sottraendone la $a'b'$ che è uguale al lato AB, ed indi dividendo per metà la differenza.

Quindi col precedentemente descritto fo il seguente

CALCOLO.

dopp. gross. imp.	6		
lato	24		
somma	30	suo quadr.	900
		alt. estrad.	10
		prod.	9000
quadr. lato	576		
dopp.	1152		
frecc.	8		
prod.	9216		
terzo	3072	....	3072
		diff.	5928

Dunque la data volta è di pal. cubici 5928; il qual numero colle norme delle reg. 1. 2. (*pag. 126*) dà il costo della data volta.

3.

Volta a spicchi estradossata piana, di pianta esagono regolare e di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta, la grossezza della volta all' imposta, e l' altezza del piano dell' estradosso sopra di essa.

La semidistanza dei lati paralleli si addizioni colla grossezza alla imposta, della somma si faccia il quadrato, si tripli, e questo si moltiplichi per l' altezza del piano estradosso sopra l' imposta. Si faccia il cubo della semidistanza dei lati paralleli, se ne prenda il doppio, e questo si sottragga dal prodotto precedentemente ottenuto. La differenza si moltiplichi pel numero costante 1,1547.

Esempio.

Abbiasi, fig. 2. (*tav. 5*), una camera di pianta esagono regolare $BCDFGHB$; coverta da una volta a spicchi, la di cui sezione secondo LM è rappresentata in *laebmnol*, e li suoi sei spicchi sono rappresentati in pianta dai triangoli BEC, CED, DEF, FEG, GEH, HEB; e si voglia la misura del volume totale di una tal volta, cioè di tutto il muramento compreso tra i due piani *lm*, *on*.

Misuro la distanza LM di due lati paralleli HB, DF della pianta e sia di pal. 24, la gross. *bm* alla imposta e sia di pal. 3, e l'alt. *mn*

del piano di estradosso *on* dalla imposta *lm*, che sia di pal. 14. E sopra luogo scrivo — Volta a spicchi (e qui dicesi di quale natura n'è il muramento, e l'uso cui essa è destinata) di pianta esagono regolare i di cui lati paralleli sono distanti per pal. 24, e di tutto sesto, di gross. all'imposta pal. 3, ad estradosso piano di alt. sull'imposta pal. 14.

Avvertimento — La misura della gross. *lm* all'imposta non può sempre prendersi immediatamente, ma può aversi misurando la larghezza *on*, sottraendone la *ab* che è uguale alla distanza *LM*, ed indi dividendo per metà.

Quindi coi precedenti dati fo al tavolino il seguente

CALCOLO.

semidist. lati parall.	12		
gross. imp.	3		
somma	15	suo quadr.	225
		triplo	675
		alt. estrad.	14
		prod.	9450
cubo semidist. lati	1728		
dopp.	3456	....	3456
		diff.	5994
		n. cost.	1,1547
		prod.	6921,2718

Dunque la misura della data volta è di pal. cubici 6921,27; dal qual numero colle norme delle regole messe al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il prezzo della data volta.

4.

Volta a spicchi estradossata piana, di pianta esagono regolare, e di sesto ribassato o rialzato.

REGOLA.

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta, la freccia del sesto, la grossezza alla imposta, e l'altezza del piano estradosso sopra di essa.

La semidistanza dei lati paralleli si addizioni colla grossezza all'imposta, della somma si faccia il quadrato, si tripli, e questo si moltiplichi per l'altezza del piano estradosso sopra l'imposta. Si faccia il quadrato della semidistanza dei lati paralleli, si raddoppii, questo si moltiplichi per la freccia, ed il prodotto si sottragga dall'altro precedentemente ottenuto. La differenza si moltiplichi pel numero costante 1,1574.

Esempio.

Abbiasi una camera, fig. 2. *(tav. 5.)*, di pianta $BCDFGHB$, che è un esagono regolare; e sia coverta da una volta a spicchi la di cui sezione secondo LM è $l'a'e'b'm'n'o'l'$, ed i spicchi della quale sono denotati in pianta dai triangoli $HEB, BEC, CED, DEF, FEG, GEH$: e se ne voglia la misura, vogliasi cioè la misura di tutto il muramento compreso tra i piani $l'm'$ dell' imposta ed $o'n'$ dell' estradosso.

Misuro la distanza LM di due lati paralleli BH, DF della pianta, e sia di pal. 24, la freccia $i'e'$ del sesto che sia pal. 8, la gross. $b'm'$ all' imposta che sia pal. 3, e l' alt. $m'n'$ del piano $o'n'$ dell' estradosso sopra l' imposta $l'm'$ che sia di pal. 10. E sopra luogo scrivo — Volta a spicchi di (e qui dicesi di qual sorta ne è il muramento, e l' uso cui è destinata) di pianta esagono regolare i di cui lati paralleli sono distanti per pal. 24, e di sesto ribassato di freccia pal. 8, di gross. all' imposta pal. 3, e ad estradosso piano di alt. sopra l' imposta pal. 10.

Avvertimento — Non è sempre possibile misurare immediatamente la gross. $b'm'$ alla imposta; e quando non si può si ottiene facilmente misurando la lungh. $o'n'$, sottraendone la distanza $a'b'$ dei lati uguale LM e prendendone la metà.

Quindi coi precedenti dati fo il seguente

CALCOLO.

semidist. lati	12		
gross. imp.	3		
somma	15	suo quadr.	225
		triplo	675
		alt. estrad.	10
		prod.	6750
quadr. semidist. lati	144		
dopp.	288		
frecc.	8		
prod.	2304	....	2304
		diff.	4446
		n. cost.	1,1547
		prod.	5133,7962

Dunque la misura della data volta, cioè il volume di tutto il muramento compreso tra i piani $l'm'$, $o'n'$ è di pal. cubici 5133,80; dal qual numero, colla scorta delle due reg. messe a principio di questo capo, (*pag. 125, 126.*) si deduce il prezzo della data volta.

8.

Volta a spicchi estradossata piana, di pianta ottagono regolare, e di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta, la grossezza della volta all'imposta, e l'altezza del piano dell'estradosso sopra di essa. La semidistanza dei lati paralleli si addizioni colla grossezza alla imposta, della somma si faccia il quadrato, se ne prenda il triplo, e questo si moltiplichi per l'altezza del piano estradosso sopra l'imposta. Si faccia il cubo della semidistanza dei lati paralleli, se ne prenda il doppio, e questo si sottragga dal prodotto precedentemente ottenuto. La differenza si moltiplichi pel numero costante 1,10457.

Esempio.

Abbiasi un padiglione di pianta ottagono regolare, coverto da una volta a spicchi di tutto sesto estradossata piana, fig. 3. *(tav. 5)*, la di cui sezione secondo *LM* è *laebmnol*, ed i spicchi della quale sono rappresentati in pianta dai triangoli *BEC, CED, DEF, FEG, GEH, HEI, IEK, KEB*: e se ne voglia la misura, cioè quella di tutto il muramento compreso tra i piani *lm, on*.

Misuro la distanza *LM* di due lati paralleli *KB, GF*, e sia di pal. 24, la gross. *bm* all'imposta che sia di pal. 3, e l'alt. *mn* del piano *on* dell'estradosso dall'imposta che sia di pal. 14. E sopra il luogo del lavoro scrivo — Volta a spicchi di (e qui dicesi di qual sorta ne è il muramento che la compone, e quale è l'uffizio cui essa è destinata), di pianta ottagono regolare, i di cui lati paralleli sono distanti per pal. 24, e di tutto sesto, di gross. all'imposta pal. 3, e ad estradosso piano di alt. sopra l'imposta pal. 14.

Avvertimento — La misura della gross. *bm* all'imposta non è sempre possibile prendersi immediatamente; ma può sempre aversi misurando la largh. *on*, e sottraendone la *ab* che è uguale alla distanza *LM*, ed indi dividendo per metà.

E con i precedenti dati fo il seguente

CALCOLO.

semidist. lati.	12		
gross. imp.	3		
somma.	15	suo quadr.	225
		triplo.	675
		alt. estrad.	14
		prod.	9450
cubo semidist. lati	1728		
dopp.	3456	....	3456
		diff.	5994
		n. cost.	1,10457
			6620,79258

Dunque il volume del muramento della data volta è di pal. cubici 6620,79.

6.

Volta a spicchi estradossata piana, di pianta ottagono regolare, e di sesto ribassato o rialzato.

REGOLA.

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta, la freccia del sesto, la grossezza alla imposta e l'altezza del piano dell'estradosso sopra di essa.

La semidistanza dei lati paralleli si addizioni colla grossezza alla imposta, della somma si faccia il quadrato, si tripli, e questo si moltiplichi per l'altezza del piano estradosso sopra l'imposta. Si faccia il quadrato della semidistanza dei lati paralleli, si raddoppii, questo si moltiplichi per la freccia, ed il prodotto si sottragga dall'altro precedentemente ottenuto. Il residuo si moltiplichi pel numero costante 1,10457.

Esempio.

Abbiasi, fig. 3. (*tav. 5.*), un padiglione di pianta ottagono regolare coverto da una volta a spicchi di sesto ribassato estradossata piana, la di cui sezione, secondo LM, è $l'a'e'b'm'n'o'l'$, ed i spicchi della quale sono rappresentati in pianta dai triangoli BEC, CED, DEF, FEG, GEH, HEI, IEK, KEB, e se ne voglia la misura; cioè la misura di tutto il muramento compreso tra i piani $l'm'$, $o'n'$.

Misuro la distanza LM di due lati paralleli KB, GF e sia di pal. 24; la freccia $i'e'$ del sesto che sia pal. 8, la gross. $b'm'$ all'imposta e sia di pal. 3, e l'alt. $m'n'$ del piano $o'n'$ dell'estradosso dall'imposta che sia di pal. 10. E sopra luogo scrivo — Volta a spicchi di (e qui dicesi di che sorta n'è il muramento, e quale è l'uffizio di essa) di pianta ottagono, i di cui lati paralleli sono distanti per pal. 24, e di sesto ribassato di freccia pal. 8, di gross. all'imposta pal. 3, e ad estradosso piano di alt. sopra l'imposta pal. 10.

Avvertimento — La misura della gross. $b'm'$ all'imposta non è sempre possibile prendersi immediatamente, ma può sempre aversi misurando la largh. $o'n'$ sottraendone la $a'b'$ che è uguale alla distanza LM, ed indi dividendo per metà.

Coi precedenti dati fo poi il seguente

CALCOLO.

semidist. lati	12		
gross. imp.	3		
somma	15	suo quadr.	225
		triplo	675
		alt. estrad.	10
		prod.	6750
quadr. semidist. lati	144		
dopp.	288		
frecc.	8		
prod.	2304	....	2304
		diff.	4446
		n. cost.	1,10457
		prod.	4910,91822

Dunque il volume del muramento della data volta è di pal. cubici 4910,92 dal qual numero, colla scorta di ciò che è detto al principio di questo capo (*pag. 125, 126.*), cavasi il prezzo della data volta.

§ 2.

CON RINFIANCHI.

7.

Volta a spicchi con rinfianchi, di pianta quadrata e di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri uno dei lati, la grossezza della volta alla imposta, l'altezza dei rinfianchi, e la corda e la freccia del profilo dell'arco estradosso.
Il lato si addizioni colla doppia grossezza alla imposta, della somma si faccia il quadrato, si tripli, e questo si moltiplichi per l'altezza dei rinfianchi; d'altra parte si faccia il quadrato della semicorda e della freccia dell'arco estradosso, il triplo del primo si addizioni col secondo, la somma si moltiplichi per la doppia freccia di esso arco; questo prodotto ed il precedentemente ottenuto si sommino, e dalla somma si sottragga il cubo del lato. Del risultato si prenda il terzo.

Esempio.

Abbiasi, fig. 4. (*tav. 5.*), una camera *ABCD* coverta da una volta a spicchi, il di cui profilo o sezione sulla linea *LM* è rappresentata in *laebmnchdol*, ed i spicchi della quale sono in pianta i quattro triangoli *AED*, *AEB*, *BEC*, *CED*: e se ne voglia la misura; cioè del volume di tutto il muramento compreso tra il piano *lm* e l'estradosso.

Misuro uno dei lati *AB* e sia di pal. 24, la gross. *bm* della volta all'imposta, l'alt. *mn* dei rinfianchi, e la corda e la freccia *dc*, *fh* dell'estradosso: e sia *bm* pal. 3, *mn* pal. 8,75, *dc* pal. 24, ed *fh* pal. 5. E sopra luogo scrivo — Volta a spicchi di (e qui dicesi di qual sorta n'è il muramento e dell'uso cui essa è destinata) di pianta quadrata di lato pal. 24, e di tutto sesto, di gross. all'imposta pal. 3, e ad estradosso con rinfianchi di alt. pal. 8,75 ed arco circolare di corda pal. 24 e freccia pal. 5.

Avvertimento — La gross. *bm* all'imposta, e la corda e la freccia *dc*, *hf* non possono misurarsi immediatamente; e per aversi debbono misurarsi le orizzontali $hn_{\prime}$, $hc_{\prime}$ e la verticale $cc_{\prime}$. Dalla $hn_{\prime}$ sottraendone la metà di *ab* si viene a misurare la *bm*; raddoppiando la $hc_{\prime}$ si ha la misura della corda *dc*; e $cc_{\prime}$ uguaglia la freccia *hf*. Pel modo come misurare le $hn_{\prime}$, $hc_{\prime}$, $cc_{\prime}$, veggasi l'articolo preliminare. (§ 5. *pag.* 14).

Fissato nel modo anzidetto gli elementi necessarii, poi fo il seguente

CALCOLO.

lato	24		
dopp. gross. imp.	6		
somma	30	suo quadr.	900
		triplo	2700
		alt. rinf.	8,75
		prod.	23625
quadr. semicer.	144		
triplo.	432		
quadr. freccia	25		
somma	457		
dopp. frec.	10		
prod.	4570	....	4570
		somma	28195
lato	24	suo cubo	13824
		diff.	14371
		terzo	4790,33

Dunque la misura della data volta, ossia il volume del muramento che la costituisce, è di pal. cubici 4790,33, dal qual numero colla scorta di ciò che è detto al principio di questo capo (*pag. 125, 126*), cavasi il prezzo di essa volta.

8.

Volta a spicchi con rinfianchi, di pianta quadrata, e di sesto ribassato o rialzato.

REGOLA.

Si misuri uno dei lati, la freccia del sesto, la grossezza all'imposta, l'altezza dei rinfianchi, e la corda e la freccia del profilo dell'arco estradosso.

Il lato si addizioni colla doppia grossezza all'imposta, della somma si faccia il quadrato, si tripli, e questo si moltiplichi per l'altezza dei rinfianchi; d'altra parte si faccia il quadrato della semicorda dell'arco estradosso, ed il suo triplo si aggiunga col quadrato della freccia del medesimo arco, la somma si moltiplichi pel doppio di essa freccia, e questo prodotto ed il precedentemente ottenuto si sommino. Il quadrato del lato si moltiplichi per la doppia freccia del sesto, ed il prodotto si sottragga dall'ultima somma. Della differenza si prenda il terzo.

Esempio.

Abbiasi, fig. 4. (*tav. 5.*), una camera di pianta quadrata $ABCD$ coverta da una volta a spicchi di sesto ribassato e con rinfianchi, la di cui sezione secondo LM è $l'a'e'b'm'n'c'h'd'o'l'$, e della quale i quattro spicchi sono rappresentati in AED, DEC, CEB, BEA: e se ne voglia la misura.

Misuro il lato AB e sia di pal. 24, la freccia $e'i'$ del sesto che sia di pal. 6, la gross. $b'm'$ all'imposta che sia di pal. 3, l'alt. $m'n'$ dei rinfianchi che sia di pal. 5, e la corda $d'c'$ e la freccia $h'f'$ dell'arco estradosso, e sia $d'c'$ pal. 21 ed $h'f'$ pal. 3. E sul luogo del lavoro scrivo. — Volta a spicchi di (e qui dicesi di qual natura ne è il muramento e quale è l'uso di essa), di pianta quadrata di lato pal. 24, di sesto ribassato di freccia pal. 6, di gross. all'imposta pal. 3, e ad estradosso con rinfianchi di alt. pal. 5 ed arco circolare di corda pal. 21 e freccia pal. 3.

Avvertimento — La gross. $b'm'$ all'imposta, e la corda e la freccia $d'c'$, $h'f'$ non possono misurarsi immediatamente; e per aversi debbono misurarsi le orizzontali $h'n_i'$, $h'c_i'$ e la verticale $c_i'c'$. Dalla $h'n_i'$ sottraendone la metà di $a'b'$ si viene a misurare la $b'm'$; raddoppiando la $h'c_i'$ si ha nel suo doppio la misura della corda $d'c'$; e $c'c_i'$ uguaglia la freccia $h'f'$. Pel modo come misurare le $h'n_i'$, $h'c_i'$, c_ic_i' veggasi l'articolo preliminare (§ 5. *pag. 14*).

E fissato nel modo anzidetto gli elementi necessarii, fo al tavolino il seguente

CALCOLO.

lato	24		
dopp. gross. imp.	6		
somma	30	suo quadr.	900
		triplo	2700
		alt. rinf.	5
		prod.	13500
quadr. semicor. estr.	110,25		
triplo	330,75		
quadr. frecc. estr.	9		
somma	339,75		
dopp. frecc. estr.	6		
prod.	2038,50	....	2038,50
		somma	15538,50
quadr. lato	576		
dopp. frecc. sesto	12		
prod.	6912	....	6912,00
		diff.	8626,50
		terzo	2875,5

Dunque la misura della data volta, ossia il volume del muramento che la costituisce è di pal. cubici 2875,5; col qual numero, colla scorta di ciò che è detto nel principio di questo capo (*pag. 125, 126.*) calcolasi il costo della data volta.

9.

Volta a spicchi con rinfianchi, di pianta esagono regolare, e di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta, la grossezza della volta alla imposta, l'altezza dei rinfianchi, e la corda e la freccia del profilo dell'arco estradosso.

La semidistanza dei lati si addizioni colla grossezza alla imposta, della somma si faccia il quadrato, si tripli, e questo si moltiplichi per l'altezza dei rinfianchi; d'altra parte si faccia il quadrato della semicorda dell'estradosso, ed il suo triplo si aggiunga al quadrato della freccia del medesimo arco, e la somma si moltiplichi per la metà di una tal freccia: questo prodotto ed il precedentemente ottenuto si sommino, e dalla somma si sottragga il doppio del cubo della semidistanza dei lati paralleli. Ciò che risulta si moltiplichi pel numero costante 1,1547.

Esempio.

Abbiasi, fig. 5. (*tav.* 5), una camera di pianta esagono regolare *BCDFGHB* coverta da una volta a spicchi, la di cui sezione secondo *LM* è rappresentata da *laebmnchdol*, e li suoi sei spicchi dai triangoli *BEC,CED,DEF,FEG,GEH,HEB*; e si voglia la misura del volume totale di una tal volta, cioè di tutto il muramento compreso tra il piano *bm*, e l'estradosso.

Misuro la distanza *LM* di due lati paralleli *BH,FD* della camera, e sia di pal. 24, la gross. *bm* della volta alla imposta e sia di pal. 3. l'alt. *mn* dei rinfianchi che sia di pal. 8,75 e la corda *dc* e la freccia *fh* dell'arco estradosso *dhc*, e sia *dc* pal. 24, ed *fh* pal. 5. E sopra luogo scrivo — Volta a spicchi di (e qui dicesi di quale sorta ne è il muramento e l'uso cui essa è destinata) di pianta esagono regolare i di cui lati paralleli sono distanti per pal. 24 e di tutto sesto, di gross. all'imposta pal. 3, e ad estradosso con rinfianchi di alt. pal. 8,75 ed arco circolare di corda pal. 24 e freccia pal. 5.

Avvertimento — La gross. *bm* all'imposta, e la corda e la freccia *dc,hf* non possono misurarsi immediatamente; e per aversi debbono misurarsi le orizzontali hn_1,hc_1 e la verticale cc_1. Raddoppiando la hn_1 e poi sottraendone la *ab* si viene a conoscere la *bm*; raddoppiando la hc_1 si ha la misura della corda *dc*; e cc_1 uguaglia la freccia *hf*. Pel modo come misurare le hn_1,hc_1,cc_1 veggasi l'articolo preliminare (§. 5. *pag.* 4).

Quindi con i dati suddetti fo al tavolino il seguente

Calcolo.

semidist. lati	12		
gross. imp.	3		
somma	15	suo quadr.	225
		triplo	675
		alt. rinf.	8,75
		prod.	5906,25
quadr. semicor. estr.	144		
triplo	432		
quadr. fr. estr.	25		
somma	457		
metà frec. estr.	2,5		
prod.	1142,5	....	1142,50
		somma	7048,75
cubo semidist. lati	1728		
dopp.	3456	....	3456
		diff.	3592,75
		n. cost.	1,1547
		prod.	4148,5484

Dunque il volume di tutto il muramento della data volta è di pal. cubici 4148,55, dal qual numero, colla scorta di ciò che è detto al principio di questo capo (*pag.* 125, 126) calcolasi il prezzo della data volta.

10.

Volta a spicchi con rinfianchi, di pianta esagono regolare, e di sesto ribassato o rialzato.

REGOLA.

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta, la freccia del sesto, la grossezza alla imposta, l'altezza dei rinfianchi, e la corda e la freccia del profilo dell'estradosso.

La semidistanza dei lati paralleli si addizioni colla grossezza all'imposta, della somma si faccia il quadrato, si tripli, e questo si moltiplichi per l'altezza dei rinfianchi; d'altra parte si faccia il quadrato della semicorda dell'arco estradosso, ed il suo triplo si aggiunga al quadrato della freccia del medesimo arco, la somma si moltiplichi per la metà di una tal freccia; e questo prodotto ed il precedentemente ottenuto si sommino. Il quadrato della semidistanza dei lati paralleli si moltiplichi per la doppia freccia del sesto, ed il prodotto si sottragga dalla precedente somma: la differenza si moltiplichi pel numero costante 1,1547.

Esempio.

Abbiasi, fig. 5. (*tav. 5*), una camera di pianta esagono regolare $BCDFGHB$ coverta da una volta a spicchi con rinfianchi e di sesto ribassato, la di cui sezione secondo LM è rappresentata da $l'a'e'b'm'n'c'h'd'o'l'$ e li sei spicchi della quale sono rappresentati in pianta dai triangoli $BEC, CED, DEF, FEG, GEH, HEB$; e si voglia la misura del volume totale di una tal volta, cioè di tutto il muramento compreso tra il piano $l'm'$ e l'estradosso.

Misuro la distanza LM di due lati paralleli BH, FD della camera, e sia di pal. 24, la freccia $e'i'$ del sesto che sia di pal. 6, la gross. $b'm'$ all'imposta che sia di pal. 3, l'alt. $m'n'$ dei rinfianchi che sia di pal. 5, e la corda $d'c'$ e la freccia $h'f'$ dell'arco estradosso, e sia $d'c'$ pal. 21 ed $h'f'$ pal. 3. E sul luogo scrivo. — Volta a spicchi (e qui dicesi di qual natura ne è il muramento e quale è l'uso di essa) di pianta esagono regolare i di cui lati paralleli sono distanti per pal. 24, di sesto ribassato di freccia pal. 6 (*), di grossezza all'imposta pal. 3, e ad estradosso con rinfianchi di alt. pal. 5 ed arco circolare di corda pal. 21 e freccia pal. 3.

Avvertimento — La gross. $b'm'$ all'imposta, e la corda e la freccia $d'c', h'f'$ non possono misurarsi immediatamente; e per aversi debbono misurarsi le orizzontali $h'n_i', h'c_i'$ e la verticale $c'c_i'$. Raddoppiando la $h'n_i'$ e poi sottraendone la $a'b'$ si viene a misurare la $b'm'$: raddoppiando la $h'c_i'$ si ha la misura della corda $d'c'$; e $c'c_i'$ uguaglia la freccia $h'f'$. Pel modo come misurare le $h'n_i', h'c_i', c'c_i'$ veggasi l'articolo preliminare (§ 5. *pag. 14.*).

(*) Se il sesto è rialzato ed è di pal. 14 per es. si dirà: *di sesto rialzato di freccia pal. 14.*

E fissato nel modo anzidetto gli elementi necessarii, fo al tavolino il seguente

CALCOLO.

		semidist. lati	12		
		gross. imp.	3		
		somma	15	suo quadr.	225
				triplo	675
				alt. rinf.	5
				prod.	3375
semic. arc. estr.	10,5	suo quadr.	110,25		
		triplo	330,75		
frec. estr.	3	suo quadr.	9		
		somma	339,75		
		metà frec.	1,5		
		prod.	509,625	....	509,625
				somma	3884,625
semidist. lati	12	suo quadr.	144		
		dop. fr. sesto	12		
		prod.	1728	....	1728
				diff.	2156,625
				n. cost.	1,1547
				prod.	2490,2549

Dunque il volume di tutto il muramento della data volta è di pal. cubici 2490,25, dal qual numero, colle norme date al principio di questo capo, (*pag. 125, 126*) cavasi il valore di essa volta.

11.

Volta a spicchi con rinfianchi, di pianta ottagono regolare, e di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta, la grossezza della volta alla imposta, l'altezza dei rinfianchi, e la semicorda e la freccia del profilo dell'arco estradosso.

La semidistanza dei lati si addizioni colla grossezza alla imposta, della somma si faccia il quadrato, si tripli, e questo si moltiplichi per l'altezza dei rinfianchi; d'altra parte si faccia il quadrato della semicorda dell'arco estradosso, il suo triplo si aggiunga al quadrato della freccia del medesimo arco, e la somma si moltiplichi per la metà di una tal freccia: questo prodotto ed il precedentemente ottenuto si sommino, e dalla somma si sottragga il doppio del cubo della semidistanza dei lati paralleli. Ciò che risulta si moltiplichi pel numero costante 1,10457.

Esempio.

Abbiasi, fig. 6 (*tav.* 5), un padiglione di pianta ottagono regolare, coverto da una volta a spicchi con rinfianchi e di tutto sesto, la cui sezione secondo *LM* è *laebmnchdol*, ed i spicchi della quale sono rappresentati in pianta dai triangoli *BEC*, *CED*, *DEF*, *FEG*, *GEH*, *HEI*, *IEK*, *KEB*, e se ne voglia la misura; si voglia cioè il volume di tutto il muramento che costituisce una tal volta.

Misuro la distanza *LM* di due lati paralleli *BK*, *GF* e sia di pal. 24 la gross. *bm* all'imposta e sia di pal. 3, l'alt. *mn* dei rinfianchi che sia di pal. 8,75, e la corda *dc* e la freccia *fh* del profilo *dhc* dell'arco estradosso, e sia *dc* pal. 24 ed *fh* pal. 5. E sopra luogo scrivo. — Volta a spicchi di (e qui dicesi di quale sorta ne è il muramento e l'uso cui essa è destinata) di pianta ottagono regolare i di cui lati paralleli sono distanti per pal. 24, e di tutto sesto di gross. all'imposta pal. 3, e ad estradosso con rinfianchi di alt. pal. 8,75 ed arco circolare di corda pal. 24 e freccia pal. 5.

Avvertimento — La gross. *bm* all'imposta, e la corda e la freccia *dc*, *hf* non possono misurarsi immediatamente, e per aversi debbono misurarsi le orizzontali hn_i, hc_i e la verticale cc_i. Raddoppiando la hn_i, e poi sottraendone la *ab* si viene a conoscere la *bm*; raddoppiando la hc_i si ha la misura della corda *dc*; cc_i uguaglia la freccia *hf*. Pel modo come misurare le hn_i, hc_i, cc_i veggasi l'articolo preliminare (§ 5, *pag.* 4).

Quindi coi dati suddetti fo al tavolino il seguente

CALCOLO.

semidist. lati	12		
gross. imp.	3		
somma	15	suo quadr.	225
		triplo	675
		alt. rinf.	8,75
		prod.	5906,25
quadr. semic. estr.	144		
triplo	432		
quadr. frec. estr.	25		
somma	457		
metà fr. estr.	2,5		
prod.	1142,5	....	1142,50
		somma	7048,75
cubo semidist. lato	1728		
dopp.	3456	....	3456
		diff.	3592,75
		n. cost.	1,10457
		prod.	3968,44387

Dunque il volume del muramento costituente la data volta è di pal.

cubici 3968,44; dal qual numero colle norme stabilite al principio di questo capo (*pag. 125, 126*); cavasi il prezzo di essa volta.

12.

Volta a spicchi con rinfianchi, di pianta ottagono regolare, e di sesto ribassato o rialzato.

REGOLA.

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta, la freccia del sesto, la grossezza alla imposta, l' altezza dei rinfianchi, e la semicorda e la freccia dell' arco estradosso.

La semidistanza dei lati paralleli si addizioni colla grossezza alla imposta, della somma si faccia il quadrato, si tripli, e questo si moltiplichi per l' altezza dei rinfianchi; d' altra parte si faccia il quadrato della semicorda dell' arco estradosso, ed il suo triplo si aggiunga al quadrato della freccia del medesimo arco, la somma si moltiplichi per la metà di una tal freccia; e questo prodotto ed il precedentemente ottenuto si sommino. Il quadrato della semidistanza dei lati paralleli si moltiplichi per la doppia freccia del sesto, ed il prodotto si sottragga dalla precedente somma: la differenza si moltiplichi pel numero costante 1,10457.

Esempio.

Abbiasi, fig. 6 (*tav. 5*), un padiglione di pianta ottagono regolare, coverto da una volta a spicchi con rinfianchi e di sesto ribassato, la di cui sezione secondo LM è $l'a'e'b'm'n'c'h'd'o'l'$, e li otto spicchi della quale sono rappresentati in pianta dai triangoli $BEC, CED, DEF, FEG, GEH, HEI, IEK, KEB$; e se ne voglia la misura, si voglia il volume cioè di tutto il muramento che costituisce una tal volta.

Misuro la distanza LM di due lati paralleli BK, GF e sia di pal. 24, la freccia $e'i'$ del sesto $a'e'b'$ che sia di pal. 6, la gross. $b'm'$ all'imposta che sia di pal. 3, l'alt. $m'n'$ dei rinfianchi che sia di pal. 5, e la corda $d'c'$ e la freccia $h'f'$ dell'arco estradosso, e sia $d'c'$ pal. 21 ed $h'f'$ pal. 3. E sul luogo scrivo — Volta a spicchi (e qui dicesi di qual natura ne è il muramento e qual' è l' uso di essa) di pianta ottagono regolare i di cui lati paralleli sono distanti per pal. 24, di sesto ribassato di freccia pal. 6 (*) di gross. all'imposta pal. 3, e ad estradosso con rinfianchi di alt. pal. 5 ed arco circolare di corda pal. 21 e freccia pal. 3.

Avvertimento — La gross. $b'm'$ all'imposta, e la corda e la freccia $d'c', h'f'$ non possono misurarsi immediatamente, e per aversi debbono misurarsi le orizzontali $h'n_{,}', k'c_{,}'$ e la verticale $c'c_{,}'$. Raddoppiando la $h'n_{,}'$ e poi sottraendone la $a'b'$ si viene a conoscere la $b'm'$; raddoppiando la $k'c_{,}'$ si ha la misura della corda $d'c'$; e $c'c_{,}'$ uguaglia

(*) Se il sesto è rialzato ed è di pal. 14 per es. si dirà: *di sesto rialzato di freccia pal. 14.*

la freccia $h'f'$. Pel modo come misurare le $h'n_i'$, $h'c_i'$, c^dc_i' veggasi l'articolo preliminare. (§. *5. pag. 14*).

Fissato nel modo anzidetto gli elementi necessarii, al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

semidist. lati	12		
gross. imp.	3		
somma	15	suo quadr.	225
		triplo	675
		alt. rinf.	5
		prod.	3375
quadr. semie. estr.	110,25		
triplo	330,75		
quadr. frec. estr.	9		
somma	339,75		
metà frec. estr.	1,5		
prod.	509,625	....	509,625
		somma	3884,625
quadr. semidist. lati	144		
dopp. frec. sesto	12		
prod.	1728	....	1728
		diff.	2156,625
		n. cost.	1,10457
		prod.	2382,14328

Dunque il volume del muramento costituente la data volta è di pal. cubici 2382,14. Dal qual numero, applicando le norme date al principio di questo capo (*pag. 125, 126*), cavasi il costo di essa volta.

§ 3.

ESTRADOSSATE AD UN SOL ARCO DI CIRCOLO.

13.

Volta a spicchi estradossata ad un sol arco di circolo, di pianta quadrata e di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri uno dei lati, e la corda e la freccia del profilo dell'arco estradosso.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia dell'arco estradosso, il triplo del primo si addizioni col secondo, e la somma si moltiplichi per la doppia freccia; dal prodotto si sottragga il cubo del lato, e della differenza si prenda il terzo.

Esempio.

Abbiasi, fig. 7, (*tav. 5*), una camera *ABCD* di pianta quadrata, coverta da una volta a spicchi, il di cui profilo o sezione secondo *LM* è *laebmhl*, ed i quattro spicchi sono rappresentati in pianta dai triangoli *AEB*, *BEC*, *CED*, *DEA*: vogliasi la misura di una tale volta, ossia il volume di tutto il muramento che la costituisce.

Misuro il lato *AB* e sia di pal. 24, e la corda *lm* e la freccia *fh* del profilo *lhm* dell'arco estradosso, e sia *lm* pal. 34,5 ed *fh* pal. 13,75. E sopra luogo scrivo — Volta a spicchi di (e qui dicesi di qual sorta ne è il muramento e dell'uso cui essa è destinata) di pianta quadrata di lato pal. 24 e di tutto sesto, estradossata ad un sol arco di circolo di corda pal. 34,5, e di freccia pal. 13,75.

Avvertimento — La corda *lm* e la freccia *fh* non possono misurarsi immediatamente; ma debbe misurarsi invece la orizzontale $hm_{\prime}$ e la verticale $mm_{\prime}$, coi mezzi indicati nel § 5 dell'articolo preliminare (*pag. 14*).

Fissati nel modo anzidetto gli elementi necessarii, al tavolino fo il seguente

CALCOLO.

semic. estr.	17,25	suo quadr.	297,56
		triplo	892,68
frec. estr.	13,75	suo quadr.	189,06
		somma	1081,74
		dop. frec.	27,50
		prod.	29747,85
lato	24	suo cubo	13824,00
		diff.	15923,85
		terzo	5307,93

Dunque il volume del muramento costituente la data volta è di pal. cubici 5307,93. Dal qual numero, applicando le norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125, 126*), cavasi il prezzo della data volta.

14.

Volta a spicchi estradossata ad un sol arco di circolo, di pianta quadrata e di sesto ribassato o rialzato.

REGOLA.

Si misuri uno dei lati, la freccia del sesto, e la corda e la freccia del profilo dell'arco estradosso.

Si faccia il quadrato della semicorda e della freccia dell'estradosso, il triplo del primo si addizioni col secondo, e la somma si molti-

plichi per essa freccia dell'estradosso; dal prodotto si sottragga l'altro che si ottiene facendo il quadrato del lato e moltiplicandolo per la freccia del sesto. La differenza si raddoppii, e di questo si prenda la terza parte.

Esempio.

Abbiasi, fig. 7 (*tav. 5*), una camera $ABCD$ di pianta quadrata, coverta da una volta a spicchi; il di cui profilo o sezione secondo LM è $l'a'e'b'm'h'l'$; ed i quattro spicchi sono rappresentati in pianta dai triangoli AEB, BEC, CED, DEA, e si voglia la misura del volume totale di una tal volta, cioè di tutto il muramento messo al di sopra del pianto $l'm'$.

Misuro il suo lato AB, e sia di pal. 24, la freccia $f'e'$ del sesto che sia di pal. 6, e la corda $l'm'$ e la freccia $f'h'$ dell'arco estradosso $l'h'm'$ e sia $l'm'$ pal. 34, ed $f'h'$ pal. 7,50. E sopra luogo scrivo — Volta a spicchi (e qui dicesi di qual sorta ne è il muramento e dell'uso cui essa è destinata) di pianta quadrata di lato pal. 24, di sesto ribassato di freccia pal. 6 (*), estradossata ad un sol arco di circolo di corda pal. 34, e di freccia pal. 7,50.

Avvertimento — La corda $l'm'$ e la freccia $f'h'$ non possono misurarsi immediatamente; ma debbe misurarsi la orizzontale $h'm_{1}'$, e la verticale $m'm_{1}'$ coi mezzi indicati nel § 5. dell'art. preliminare (*pag. 14*).

Fissati gli elementi necessarii, al tavolino fo poi il seguente

CALCOLO.

semic. estr.	17	suo quadr.	289
		triplo	867
frec. estr.	7,5	suo quadr.	56,25
		somma	923,25
		frec. estr.	7,5
		prod.	6924,375
lato 24 suo quadr.	576		
frec. sesto	6		
prod.	3456	....	3456
		diff.	3468,375
		doppio	6936,750
		terzo	2312,250

Dunque il volume del muramento costituente la data volta è di pal. cubici 2312,25. Dal qual numero, applicando le norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il prezzo della data volta.

(*) Se è di sesto rialzato si dirà, *e di sesto rialzato di freccia pal. 14* p. es.

15.

Volta a spicci estradossata ad un sol arco di circolo di pianta esagono regolare e di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta, e la corda e la freccia del profilo dell'arco estradosso.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia dell'arco estradosso, il triplo del primo si addizioni col secondo, e la somma si moltiplichi per la doppia freccia, dal prodotto si sottragga il cubo della distanza dei lati, e la differenza si moltiplichi pel numero costante 0,28868.

Esempio.

Abbiasi, fig. 8 (*tav. 5*), un padiglione di pianta esagono regolare *ABCDFGA* coverto da una volta a spicchi estradossata ad un sol arco di circolo e di tutto sesto, la di cui sezione secondo *LM* è rappresentata da *laebmhl*, ed i sei spicchi sono rappresentati in pianta dai triangoli *AEB, BEC, CED, DEF, FEG, GEA*, e vogliasi la misura di una tal volta, ossia del volume di tutto il muramento che la costituisce, messo al disopra del piano *lm*.

Misuro la distanza *LM* di due lati paralleli *AB*, *DF* della pianta del padiglione, e sia *LM* di pal. 24; e la corda *lm* e la freccia *fh* dell'arco estradosso *lhm*, e sia *lm* pal. 34,50 ed *fh* pal. 13,75. E sopra luogo scrivo — Volta a spicchi di (e qui dicesi di qual sorta ne è il muramento, e dell'uso cui essa volta è destinata) di tutto sesto, e di pianta esagono regolare, i di cui lati paralleli sono distanti per pal. 24, estradossata ad un sol arco di circolo di corda pal. 34,50, e di freccia pal. 13,75.

Avvertimento — La corda *lm* e la freccia *fh* non possono misurarsi immediatamente; ma debbe misurarsi la orizzontale *hm'*, e la verticale *mm,*, coi mezzi indicati nel § 5. dell'art. preliminare (*pag. 14*).

Descritta così la volta, ed indicatone le dimensioni, fo il seguente

CALCOLO.

semic. estr.	17,25	suo quadr.	297,56
		triplo	892,68
frec. estr.	13,75	suo quadr.	189,06
		somma	1081,74
		dopp. fr.	27,50
		prod.	29747,85
dist. lati	24	suo cubo	13824,00
		diff.	15923,85
		n. cost.	0,28868
		prod.	4596,8970

Dunque il volume del muramento della data volta, è di pal. cu-

bici 4596,90; dal qual numero, seguitando il prescritto al principio di questo capo (*pag. 125, 126*), cavasi l'importo di essa volta.

16.

Volta a spicchi estradossata ad un sol arco di circolo, di pianta esagono regolare e di sesto ribassato o rialzato.

REGOLA.

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta, la freccia del sesto, e la corda e la freccia dell'arco del profilo dell'estradosso.

Si faccia il quadrato della semicorda e della freccia dell'arco estradosso, il triplo del primo si addizioni col secondo, e la somma si moltiplichi per essa freccia dell'estradosso: dal prodotto si sottragga l'altro che si ottiene facendo il quadrato della distanza de' lati paralleli e moltiplicandolo per la freccia del sesto. La differenza si moltiplichi pel numero costante 0,57735.

Esempio.

Abbiasi, fig. 8, (*tav. 5*), un padiglione di pianta esagono regolare, coverto da una volta a spicchi di sesto ribassato ed estradossata ad un sol arco di circolo: e sia $ABCDFGA$ la pianta del padiglione, $l'a'e'b'm'h'l'$ la sezione o profilo della volta secondo LM, ed i triangoli $AEB, BEC, CED, DEF, FEG, GEA$, indichino in pianta li sei spicchi della volta. E di essa vogliasi la misura; vogliasi misurare cioè il volume di tutto il muramento della volta, che è al disopra del piano $l'm'$.

Misuro la distanza LM uguale ad $a'b'$ di due lati paralleli della pianta, la freccia, $f'e'$ del sesto, e la corda e la freccia $l'm'$, $f'h'$ dell'arco estradosso $l'h'm'$: e sia LM di pal. 24, $f'e'$ di pal. 6, $l'm'$ pal. 34 ed $f'h'$ pal. 7,50. E scrivo — Volta a spicchi di (e qui dicesi di qual sorta ne è il muramento, e dell'uso cui essa è destinata) di pianta esagono regolare, di cui i lati paralleli sono distanti per pal. 24, di sesto ribassato di freccia pal. 6, estradossata ad un sol arco di circolo di corda pal. 34, e di freccia pal. 7,50.

Avvertimento — La corda $l'm'$ e la freccia $f'h'$ non possono misurarsi immediatamente; ma debbe misurarsi la orizzontale $h'm_{/}'$, e la verticale $m'm_{/}'$, coi mezzi indicati nel § 5. dell'articolo preliminare (*pag. 14*).

Così operato sul luogo, fo poi il seguente

CALCOLO.

		semic. estr.	17	suo quadr.	289
				triplo	867
		frec. estr.	7,5	suo quadr.	56,25
				somma	923,25
				frec. estr.	7,50
				prod.	6924,375
dist. lati	24	suo quadr.	576		
		frec. sesto	6		
		prod.	3456	....	3456
				diff.	3468,375
				n. cost.	0,57735
				prod.	2002,46631

Dunque la misura del muramento che costituisce la data volta è di pal. cubici 2002,47; dal qual numero, coll'una o l'altra delle due prime regole messe al principio di questo capo (*pag. 125, 126*), cavasi il costo della volta.

17.

Volta a spicchi estradossata ad un sol arco di circolo, di pianta ottagono regolare e di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta, e la corda e la freccia del profilo dell'arco estradosso.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia dell'arco estradosso, il triplo del primo si addizioni col secondo, e la somma si moltiplichi per la doppia freccia; dal prodotto si sottragga il cubo della distanza dei lati, e la differenza si moltiplichi pel numero costante 0,276.

Esempio.

Abbiasi, fig. 9 (*tav. 5*), una camera di pianta ottagono regolare $ABCDEFGHIA$ coverta da una volta a spicchi, della quale sia $laebmhl$ il profilo o sezione secondo LM, ed i cui spicchi siano rappresentati in pianta dai triangoli $AEB, BEC, CED, DEF, FEG, GEH, HEI, IEA$; e vogliasi la misura di tutta una tal volta; ossia del volume di tutto il muramento messo al disopra del piano lm.

Misuro la distanza LM di due lati paralleli AB, FG della pianta della camera e sia LM di pal. 24, e la corda lm e la freccia fh dell'arco estradosso lhm, e sia lm pal. 34,50, ed fh pal. 13,75. E sul luogo del lavoro scrivo — Volta a spicchi di (e qui dicesi di qual sorta ne

è il muramento, e dell' uso cui essa volta è destinata) di tutto sesto, di pianta ottagono regolare i di cui lati paralleli sono distanti per pal. 24, estradossata ad un sol arco di circolo di corda pal. 34,50, e di freccia pal. 13,75.

Avvertimento — La corda *lm* e la freccia *fh* non possono misurarsi immediatamente; ma debbe misurarsi la orizzontale *hm*, e la verticale *mm*, coi mezzi indicati nel § 5. dell' art. preliminare (*pag. 14*).

Fatte tali cose sul luogo del lavoro, al tavolino fo poi il seguente

CALCOLO.

semic. estr.	17,25	suo quadr.	297,56
		triplo	892,68
frec. estr.	13,75	suo quadr.	189,06
		somma	1081,74
		dopp. fr.	27,50
		prod.	29747,85
dist. lati	24	suo cubo	13824
		diff.	15923,85
		n. cost.	0,276
		prod.	4394,9826

Dunque il volume del muramento costituente la data volta è di pal. cubici 4394,98; dal qual numero, colle norme prescritte coll' una o l'altra delle due regole messe al principio di questo capo (*pag. 125, 126*), cavasi il prezzo della volta.

18.

Volta a spicchi estradossata ad un sol arco di circolo, di pianta ottagono regolare, e di sesto ribassato o rialzato.

REGOLA.

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta, la freccia del sesto, e la corda e la freccia dell' arco estradosso.

Si faccia il quadrato della semicorda e della freccia dell' arco estradosso, il triplo del primo si addizioni col secondo, e la somma si moltiplichi per essa freccia dell' estradosso: dal prodotto si sottragga l' altro che si ottiene facendo il quadrato della distanza dei lati paralleli, e moltiplicandolo per la freccia del sesto. La differenza si moltiplichi pel numero costante, 0,55228.

Esempio.

Abbiasi, fig. 9 (*tav. 5*), una volta a spicchi, che covra una camera di pianta ottagono regolare *ABCDFGHIA*; ne sia *l'a'e'b'm'h'l'* il profilo, ossia sezione secondo *LM*, talchè i triangoli *AEB*, *BEC*, *CED*, *DEF*, *FEG*, *GEH*, *HEI*, *IEA* indichino la projezione orizzontale degli

otto suoi spicchi. Vogliasi il volume di tutto il muramento costituente una tal volta, cioè di tutto quello messo al disopra del piano $l'm'$.

Misuro la distanza LM, di due lati paralleli AB, FG della pianta e sia pal. 24, la freccia $f'e'$ del sesto che sia di pal. 6, e la corda $l'm'$ e la freccia $f'h'$ dell'arco estradosso $l'h'm'$, e sia $l'm'$ pal. 34, ed $f'h'$ pal. 7,50. E scrivo — Volta a spicchi di (e qui dicesi di qual sorta ne è il muramento, e l'uso cui è destinata) di pianta ottagono regolare, di cui i lati paralleli sono distanti per pal. 24, di sesto ribassato di freccia pal. 6, estradossata ad un solo arco di circolo di corda pal. 34, e di freccia pal. 7,50.

Avvertimento — Il profilo $l'a'e'b'm'h'l'$ della volta non essendo visibile, non può misurarsi immediatamente la corda $l'm'$ e la freccia $f'h'$ del suo arco estradosso. Però si ricorrerà al metodo indicato nel § 5. dell'articolo preliminare (*pag. 14*), e si misureranno invece la orizzontale $h'm_1'$, e la verticale $m'm_1'$, che eguagliano in lunghezza la retta rispettivamente la semicorda $f'm'$ e la freccia $f'h'$.

Così operato sul luogo, fo poi il seguente

CALCOLO.

		semic. estr.	17	suo quadr.	289
				triplo	867
		frec. estr.	7,5	suo quadr.	56,25
				somma	923,25
				frec. estr.	7,50
				prod.	6924,375
dist. lati	24	suo quadr.	576		
		frec. sesto	6		
		prod.	3456	....	3456
				diff.	3468,375
				n. cost.	0,55228
				prod.	1915,51415

Dunque la misura del muramento che costituisce la data volta è di pal. cubici 1915,51, dal qual numero, valendosi dell'una o l'altra delle due regole messe al principio di questo capo (*pag. 125, 126*), cavasi l'importo della volta.

ARTICOLO III.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A BOTTE LUNULLATE A SPICCHI.

Questa specie di Volte non si usa che per covrire camere di pianta rettangolare. S'immagini, fig. 14 (*tav.* 4), una sala di pianta $A'B'C'D'$ e su i muri $A'D', B'C'$ che ne costituiscono i lati paralleli più lunghi immaginasi una volta a botte. Questa terminerà ai muri $A'B', C'D'$, costituenti i lati minori della sala, li quali non si arresteranno al piano dell'imposta della botte, ma saranno protratti sino all' estradosso. Per tal modo la sala presenterà nei lati minori due *tamburi* che richiedono decorazione, senza di che riuscirebbe poco elegante la sala.

A fare ammeno dei detti tamburi si costruiscono due lunette a spicchi impostandole all'istessa altezza della botte sui lati minori $A'B', C'D'$ della sala: ed ecco in qual modo. Pei vertici A', B', C', D', degli angoli della pianta della sala s' immaginino le rette $A'E', B'E', C'F', D'F'$ inclinate a quarantacinque gradi co' lati $A'B', D'C'$; s' incontreranno nei punti E', F', sulla linea LM della sezione. Se s' intenda che le dette rette $A'E', B'E', C'F', D'F'$, siano piante di quattro piani verticali, questi taglieranno dalla volta a botte le porzioni espresse in pianta in $A'E'B'$, $C'F'D'$; di cui i punti E', F' corrispondono in sezione ai punti e, f. Se coi centri G', H', si descrivano i quadranti le, mf, e si prendano questi per sesto di due spicchi terminati ai medesimi piani $A'E', B'E'$, $C'F', D'F'$, e perciò espressi in pianta dai triangoli $A'E'B', D'F'C'$, avremo sostituito ai tamburi della volta a botte due lunette a spicchi impostate sui lati minori $A'B', C'D'$ della sala.

Tutta la volta così generata, composta della porzione $A'D'F'C'B'E'A'$ di volta a botte, e de' due spicchi $A'E'B', D'F'C'$, è la volta a botte lunullata a spicchi. Ed è chiaro che potranno esser tante le specie di queste volte da potersi costruire, per quante sono le specie di volte a botte; ma non tutte sono in uso, nè tutte ricevute nella bella architettura. Però daremo le regole soltanto per la misura di quelle, di cui la parte $A'D'F'C'B'E'A'$ è una porzione di volta a botte di tutto sesto, lo che presenta tre casi: quando la volta è estradossata piana, quando è estradossata ad un solo arco di circolo, e quando ha rinfianchi.

1.

Volta a botte di tutto sesto lunullata a spicchi, estradossata piana.

REGOLA.

Si misurino i due lati della pianta della volta, la sua grossezza all'imposta, e l'altezza del piano dell' estradosso sopra di essa.

La doppia grossezza all' imposta si sommi separatamente con ciascuno dei lati, ed i risultati si moltiplichino, ed il loro prodotto per l'al-

tezza del piano dell' estradosso sopra l'imposta. Dal doppio del lato maggiore si sottragga il minore, la differenza si moltiplichi pel quadrato di questo e pel numero costante 0,178. Dei due prodotti finali si prenda la differenza.

Esempio.

Abbiasi, fig. 14 (*tav.* 4), una camera di pianta $A'B'C'D'$, coverta da una volta a botte di tutto sesto lunullata a spicchi estradossata piana, della quale la sezione secondo PQ è $HADBCFGH$, ed $lefmHKIN$ è la sezione secondo LM. Se ne voglia la misura, vogliasi cioè la misura del volume di tutto il muramento che la costituisce compreso tra i piani NC,IF.

Misuro i due lati, maggiori $A'D'$ minore $A'B'$ della pianta e sia $A'D'$ pal. 40, ed $A'B'$ pal. 24; la gross. HA ossia mH all' imposta, che sia di pal. 5, e l'alt. HG dell' estradosso sopra l' imposta che sia di pal. 14. E sul luogo scrivo — Volta a botte di tutto sesto lunullata a spicchi di (e qui dicesi di quali materiali è costrutta e l'uso cui è destinata), di pianta di pal. 40 per 24, di gross. all' imposta pal. 5, e di alt. dell' estradosso sopra di essa pal. 14.

Con questi dati, fo il seguente

CALCOLO.

dop. gross. imp.	10	....	10	
lato min.	24	lato mag.	40	
		somma	50	
somma	34	....	34	
		prod.	1700	
		alt. estr.	14	
		prod.	23800	23800
		dop. lato mag.	80	
		lato min.	24	
		diff.	56	
		quadr. lato min.	576	
		prod.	32256	
		n. cost.	0,178	
		prod.	5741,568	5741,568
			diff.	18058,432

Dunque la data volta è di misura pal. cubici 18058,43. Dal qual numero, colle norme date al principio di questo capo (*pag.* 125, 126), cavasi il costo di essa volta.

2.

Volta a botte di tutto sesto lunullata a spicchi, ed estradossata ad un sol arco di circolo.

REGOLA.

Si misurino i lati della pianta della volta, la sua grossezza alla imposta, e la corda e la freccia del profilo dell'arco trasverso dell'estradosso.

Si facciano i tre calcoli seguenti; i risultati dei due primi si sommino, e dalla somma se ne sottragga quello del terzo. — 1°. Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia del profilo dell'arco estradosso, e se ne calcoli la differenza e la somma; la differenza si moltiplichi per la semicorda, e la somma per la semilunghezza dell'arco estradosso; il primo prodotto si sottragga dal secondo, ed il residuo si moltiplichi per la differenza dei due lati della pianta e si divida per la doppia freccia dell'arco estradosso — 2.° Il quadrato della semicorda si addizioni col terzo di quello della freccia, e la somma si moltiplichi per la doppia freccia. — 3.° Dal doppio del lato maggiore si sottragga il minore; la differenza si moltiplichi pel quadrato del lato minore e pel numero costante 0,178.

Esempio.

Abbiasi, fig. 15, (*tav.* 4), una camera di pianta rettangola, $A'B'C'D'$, e sia coverta da una volta a botte di tutto sesto lunullata a spicchi; ed $A'E'B'C'F'D'A'$ ne rappresenti in pianta la porzione di volta a botte, ed $A'E'B'$,$D'F'C'$ le due lunette a spicchi, e sia $CAGBDFC$ la sezione secondo PQ,$lefmCKLN$ la sezione secondo LM. Vogliasi la misura del volume di una tal volta; ossia di tutto il muramento compreso tra il piano orizzontale all'imposta ND e la superficie totale di estradosso.

Misuro i lati $A'D'$,$A'B'$, della pianta della volta, e sia $A'D'$ di pal. 40, ed $A'B'$ pal. 24, la gross. BD ossia NL della volta alla imposta, che sia di pal. 5, e la corda e la freccia CD,FE dell'arco trasverso estradosso CFD; e sia CD pal. 24, FE pal. 14. E scrivo — Volta a botte di tutto sesto lunullata a spicchi di (e qui dicesi di quali materiali è composta e l'uso cui essa è destinata) di pianta di pal. 40 per 24, di gross. alla imposta di pal. 5, e di arco trasverso dell'estradosso di corda pal. 34, e di freccia pal. 14 (*).

Avvertimento — La corda CD, la freccia EF, e la grossezza BD non possono misurarsi immediatamente. Per misurare tali rette si conduca pel vertice F la orizzontale Fd (*art. prelimin.* § 5.) e per d si conduca la verticale Dd; misurando Fd si ha la metà della corda CD, e misurando Dd si ha la freccia FE; dalla Fd poi sottratta la metà di AB ossia del lato minore $A'B'$ della pianta della volta si ha la gross. BD.

(*) Se la lungh. dell'arco CFD si misurasse meccanicamente, si aggiunga e di lungh. pal. 47,71.

Misurate le rette necessarie, e notatene la lungh. nel modo suzidetto, fo poi i seguenti calcoli: cominciando prima dal computare per mezzo della *Tav.* (A) la lungh. dell'arco *CFD*, che la regola suppone conoscersi, e che potrebbesi pure misurare di fatto col nastro graduato; lungh. che computata colle regole altrove prescritte (*Art. preliminare pag. 17*) risulta di pal. 47,71.

CALCOLO.

Primo.

semic. estr. 17 suo quadr.	289	....	289		
frec. estr. 14 suo quadr.	196	....	196		
		somma	485		
diff.	93	semil. arc.	23,86		
semic. estr.	17	prod.	11572,10		
lato mag. 40 prod.	1581	....	1581		
lato min. 24		diff.	9991,10		
diff. 16	....	....	16		
		prod.	159857,60	div. dop. fr.	28
					5709,200

Secondo

quadr. semic.	289	
terzo quadr. frec.	65,33	
somma	354,33	
dopp. frec.	28	
prod.	9921,24	 9921,240
		somma 15630,440

Terzo

dop. lato mag.	80	
lato min.	24	
diff.	56	
quadr. lato min.	576	
prod.	32256	
π cost.	0,178	
prod.	5741,568	 5741,568
		diff. 9888,872

Dunque la data volta a botte lunullata a spicchi ed estradossata ad un sol arco di circolo è di p. cub. 9888,87 dal qual numero colle norme prescritte colle due regole poste al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il costo della volta.

3.

Volta a botte di tutto sesto lunullata a spicchi, con rinfianchi.

REGOLA.

Si misurino i lati della pianta della volta, la sua grossezza alla imposta, l'altezza dei rinfianchi, e la corda e la freccia del profilo dell'arco estradosso.

Si eseguano i quattro calcoli seguenti e poi i risultati dei tre primi si addizionino, e dalla somma si sottragga il risultato del quarto. — 1.° Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia dell'arco estradosso, e se ne calcoli la differenza e la somma, la differenza si moltiplichi per la semicorda, e la somma per la semilunghezza dell'arco estradosso; il primo prodotto si sottragga dal secondo, ed il residuo si moltiplichi per la differenza dei due lati della pianta, e si divida per la doppia freccia dell'arco estradosso. — 2.° Il quadrato della semicorda si addizioni col terzo di quello della freccia; e la somma si moltiplichi per la doppia freccia. — 3.° Il doppio della grossezza all'imposta si aggiunga a ciascuno dei lati della pianta, le due somme si moltiplichino, tra loro e per l'altezza dei rinfianchi. — 4.° Dal doppio del lato maggiore si sottragga il minore; la differenza si moltiplichi pel quadrato del lato minore e pel numero costante 0,178.

Avvertimento — Questa regola suppone conoscersi la lungh. dell'arco estradosso; e di fatto misuratene la corda e la freccia calcolasi per le cose dette nell'articolo preliminare (*pag. 17*). Potrebbe anche misurarsi di fatto sul luogo col nastro graduato (*pag. 12*).

Esempio.

Abbiasi, fig. 16 (*tav. 4.*), una camera di pianta rettangolare $A'B'C'D'$, e sia coverta da una volta a botte di tutto sesto lunullata a spicchi, e con rinfianchi, ed $A'E'B'C'F'D'A'$ esprima la pianta della parte di volta a botte di cui $CAaBDHFKGC$ rappresenta il profilo della sezione secondo PQ, ed i triangoli $A'E'B'$, $D'F'C'$ esprimono la pianta delle due lunette a spicchi il profilo delle quali è rappresentato nella sezione *lefml* della volta secondo LM. Del volume di una tal volta vogliasi la misura; vogliasi cioè la misura di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta ND e l'intera superficie di estradosso.

Misuro i lati $A'D'$, $A'B'$ della pianta della volta, e sia $A'D'$ pal. 40, ed $A'B'$ pal. 24, la gross. DB all'imposta che sia di pal. 5, l'alt. CG dei rinfianchi che sia di pal. 9, e la corda KI, e la freccia EF del profilo dell'arco estradosso, e sia KI pal. 24 ed EF pal. 5. E scrivo — Volta a botte di tutto sesto lunullata a spicchi di (e dicesi di qual natura ne è il muramento e l'uso cui è destinata) di gross. all'imposta pal. 5, e di pianta di pal. 40 per 24, con rinfianchi alti pal. 9, e coll'arco del profilo dell'estradosso di corda pal. 24 e di freccia pal. 5 (*).

(*) Se dell'arco KFI si fosse meccanicamente misurata la lungh. col nastro graduato, si aggiungerà: *e di lungh. pal. 26,70.*

Avvertimento — La gross. DB la corda KI e la freccia EF, non possono misurarsi immediatamente, senza farsi sul luogo le operazioni seguenti. Pel vertice F dell'arco KFI si conduca una orizzontale Fh (*art. prelim.* § 5, *pag.* 12.); e pei punti I, H si facciano passare le verticali Hh, Ii; misurato Fi si ha la metà della corda KI, e misurato Ii si ha la freccia EF, misurato Fh e sottrattone la metà di AB, che è uguale ad $A'B'$ si ha la gross. DB della volta all' imposta.

Misurate così le cose, e notatele, fo poi i seguenti calcoli cominciando dal computare la lungh. dell'arco KFI di cui è data la corda KI e la freccia EF (*art. prelimin. pag.* 17); lungh. che fatto i calcoli risulta di pal. 26,70.

CALCOLO.

Primo.

semic. estr. 12 — suo quadr. 144 144
frec. estr. 5 — suo quadr. 25 25
somma 169
diff. 119 semil. arc. 13,35
semic. estr. 12 — prod. 2256,15
lato mag. 40 — prod. 1428 1428
lato min. 24 — diff. 828,15
diff. 16 16
prod. 13250,40 div. per
dopp. frec. 10
quoz. 1325,04

Secondo.

quadr. semic. 144
terzo quadr. frec. 8,33
somma 152,33
dopp. frec. 10
prod. 1523,30 1523,30

Terzo.

dopp. gross. imp. 10 10
lato min. 24 — lato mag. 40
somma 50
somma 34 34
prod. 1700
alt. rinf. 9
prod. 15300 15300,00
somma 18148,34

Quarto.			somma preced.	18148,340
dopp. lato mag.	80			
lato min.	24			
diff.	56			
quadr. lato min.	576			
prod.	32256			
n. cost.	0,178			
prod.	5741,568	....		5741,568
			diff.	12406,772

Dunque la misura della data volta a botte di tutto sesto lunullata a spicchi con rinfianchi è di pal. cubici 12406,77, dal qual numero colle norme indicate al principio di questo capo, (*pag. 125, 126*) cavasi il costo di essa volta.

ARTICOLO IV.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A GAVETTA, DETTE ANCHE A CONCA.

1.

Volta a Gavetta estradòssata piana.

REGOLA.

Si misurino i due lati maggiore e minore della volta, e del suo succielo, la grossezza all' imposta, e l' altezza del piano dell' estradosso su di essa.

Si facciano i tre calcoli seguenti; i risultamenti dei due primi si sommino, e dalla somma si sottragga quello del terzo. — 1.° Il doppio della grossezza alle imposte si aggiunga al lato minore della volta; dalla somma si tolga il lato minore del succielo, e vi si aggiunga il maggiore; la differenza, e la somma che se ne ottengono si moltiplichino tra loro, ed il prodotto per l'altezza del piano estradosso su quello dell'imposta. — 2.° Dall' altezza del piano estradosso su quello dell' imposta si sottragga la metà della differenza dei lati minori della volta e del succielo, e ciò che si ottiene si moltiplichi successivamente pei due lati di esso succielo. — 3.° Della già calcolata differenza dei lati minori della volta e del succielo si prenda il terzo, e questo si addizioni coi due quinti della somma dei lati di esso succielo; ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della detta differenza dei due lati minori.

Esempio.

Abbiasi una sala rettangolare; e sia coverta da una volta a gavetta estradossata piana, come è rappresentata nella fig. 10, *(tav. 5)*, e se ne voglia la misura del volume, ossia di tutto il muramento compreso tra il piano dell' imposta e l' estradosso.

Misuro i due lati maggiori AD e minore AB della volta, e sia AD pal. 40 ed AB pal. 24; i due EF, ed EG del succielo, e sia EF pal. 28, EG pal. 12, la gross. dm all'imposta che sia di pal. 5, e l' alt. mk dell' estradosso lk sull' imposta am che sia di pal. 8. E scrivo — Volta a gavetta estradossata piana di (e dicesi di quale natura ne è il muramento) di pal. 40 per 24, con succielo di pal. 28 per 12, di gross. all' imposta pal. 5, e di altezza del piano d' estradosso su di essa pal. 8.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

Primo.

lato min. vol.	24				
dopp. gross. imp.	10				
somma	34	....	34		
lato min. succ.	12	lato mag. succ.	28		
		somma	62		
diff.	22	....	22		
		prod.	1364		
		alt. estrad.	8		
		prod.	10912	....	10912

Secondo.

		alt. estrad.	8		
lato min. vol.	24				
lato min. succ.	12				
● diff.	12	sua metà.	6		
		diff.	2		
		lato magg. succ.	28		
		prod.	56		
		lato min. succ.	12		
		prod.	672	....	672
				somma	11584

Terzo.

		un terzo diff. ●	4		
lato magg. succ.	28				
late min. succ.	12				
somma	40				
suo quinto	8	suo doppio	16		
		somma	20		
diff. ●	12	suo quadr.	144		
		prod.	2880	....	2880
				diff.	8704

Dunque il volume della data volta è di pal. cubici 8704, dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il costo di essa volta.

2.

Volta a gavetta con rinfianchi.

REGOLA.

Si misurino i lati della pianta della volta e del suo succielo, la sua grossezza all'imposta, l'altezza dei rinfianchi, e le distanze orizzontale e verticale del lato interno di essi dalla cima dell'estradosso della ingusciatura, e la lunghezza di esso estradosso (*).

Si facciano i cinque calcoli seguenti; i risultati dei tre primi si sommino, e si sommino quelli dei due ultimi; dalla prima somma si sottragga la seconda. — 1.° Si facciano i quadrati delle due distanze orizzontale e verticale della cima dell'estradosso della ingusciatura dal lato interno dei rinfianchi, e si sottraggano e si sommino; la differenza si moltiplichi per la distanza orizzontale, e la somma per la lunghezza dell'archetto estradosso di essa ingusciatura; il primo prodotto si sottragga dal secondo, e la differenza si moltiplichi per la somma dei due lati del succielo e si divida pel doppio della distanza verticale della cima dell'ingusciatura dal lato interno del rinfianco. — 2°. Il quadrato della distanza orizzontale della cima dell'ingusciatura dal lato interno del rinfianco si sommi col terzo del quadrato della distanza verticale; e la somma si moltiplichi pel doppio di questa distanza — 3°. Il doppio della grossezza alle imposte si aggiunga al lato minore della volta, ed alla somma separatamente si aggiunga il lato maggiore del succielo, e se ne tolga il minore; la somma e la differenza si moltiplichino ed il prodotto si moltiplichi per l'altezza dei rinfianchi. — 4.° Dalla semidifferenza dei lati minori della volta e del succielo si sottragga l'altezza dei rinfianchi, e ciò che si ottiene si moltiplichi successivamente pei due lati di esso succielo. — 5.° Della già calcolata differenza dei lati minori della volta e del succielo si prenda il terzo, questo si addizioni coi due quinti della somma dei lati di esso succielo, e ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della detta differenza dei due lati minori.

Avvertimento — Ordinariamente la semidifferenza delle due larghezze minori, della volta e del succielo, è maggiore dell'altezza dei rinfianchi: ed in questa ipotesi è data la regola. Che se avesse luogo il contrario allora dall'alt. dei rinfianchi si sottrarrà la detta semidifferenza; ed il risultato del quarto calcolo invece di aggiungersi a quello del quinto si aggiunga ai tre precedenti, dalla qual somma poi si tolga il quinto.

Esempio.

Abbiasi fig. 11, (*tav.* 5), una sala di pianta rettangolare $ABCD$, e sia coverta da una volta a gavetta la di cui sezione secondo LM è rappresentata

(*) Una tale lungh. può aversi senza misurarsi, calcolando colla *Tav.*(A) la lungh. dell'arco corrispondente alla corda doppia della distanza orizzontale, ed alla freccia uguale alla distanza verticale, ed indi prendendone la metà. Ma si vede, per la convessità che offre esso estradosso, esser meglio misurarne di fatto la lunghezza.

in *abgchklmdfea*. Vogliasi la misura del volume di una tal volta, ossia di tutto il muramento di essa che è compreso tra il piano *bm* di imposta e la sua superficie totale di estradosso.

Misuro i lati *AD*,*AB* della pianta della volta, e quelli *EF*,*EG* del suo succielo, e sia *AD* pal. 40, *AB* pal. 24, *EF* pal. 28, ed *EG* pal. 12: misuro in oltre la gross. *ab* della volta alla imposta, che sia di pal. 5, l'alt. *bg* dei rinfianchi che sia pal. 5,5; e le distanze *hi*,*ic* orizzontale e verticale del lato interno *c* dei rinfianchi dalla cima *h* dell'archetto estradosso *ch* dell'ingusciatura, e la lung. *ch* di esso archetto estradosso, e sia *hi* pal. 6, *ic* pal. 2,50, *ch* pal. 6,67. E sul luogo scrivo — Volta a gavetta di (e quì dicesi di quale natura ne è il muramento) di pianta di pal. 40 per 24, e col succielo di pal. 28 per 12, con rinfianchi di alt. pal. 5,50, coll'archetto estradosso dell'ingusciatura di lungh. pal. 6,67, e colla sua cima distante dal lato interno dei rinfianchi orizzontalmente per pal. 6, e verticalmente per pal. 2,50.

Con questi dati poi fo il seguente

CALCOLO.

Primo.

dist. orizz. cima 6 suo quadr. 36 36
dist. vert. cima 2,50 suo quadr. 6,25 6,25
somma 42,25
diff. 29,75 lungh. estr. 6,67
dist. orizz. cima 6 prod. 281,8075
lato mag. succ. 28 prod. 178,50 178,50
lato min. succ. 12 diff. 103,3075
somma 40 40
prod. 4132,3000 div.
dop. dist. vert. 5
quoz. 826,46

Secondo.

quadr. dist. orizz. 36
terzo quadr. dist. vert. 2,08
somma 38,08
dopp. dist. vert. 5
prod. 190,40 190,40

Terzo.

lato min. vol. 24
dopp. gross. imp. 10
somma 34 34
lato mag. succ. 28 lato min. succ. 12
diff. 22
somma 62 62
prod. 1364
alt. rinf. 5,5
prod. 7502,0 ... 7502,00
somma 8518,86

Quarto. somma preced. 8518,86

lato min. vol. 24
lato min. succ. 12

diff. 12 sua metà 6
alt. rinf. 5,5

diff. 0,5
lato mag. succ. 28

prod. 14
lato min. succ. 12

prod. 168 168

Quinto.

terzo diff. 4
somma lati succ. 40 due quinti 16

somma 20
diff. 12 suo quadr. 144

prod. 2880 2880

somma 3048 3048

diff. 5470,86

Dunque la data volta a gavetta con rinfianchi, è di misura pal. cubici 5470, 86: dal qual numero cavasi poi, colle norme date al principio di questo capo (*pag.* 125, 126), il costo di essa volta.

3.

Volta a gavetta estradossata curva, e senza rinfianchi.

REGOLA.

Si misurino i lati maggiore e minore dell'intera volta e del suo succielo, la sua grossezza all'imposta, la lunghezza dell'ingusciatura all'estradosso, e la sua larghezza ed altezza.

Si facciano i quattro calcoli seguenti; i risultati dei due primi si sommino, e si sommino pure quelli dei due secondi, e la seconda somma si sottragga dalla prima. — 1°. Si facciano i quadrati della larghezza e dell'altezza dell'ingusciatura, e si sottraggano e si sommino; la differenza si moltiplichi per la larghezza dell'ingusciatura, e la somma per la lunghezza di essa; il primo prodotto si sottragga dal secondo, e la differenza si moltiplichi per la somma dei due lati del succielo, e si divida per la doppia altezza dell'ingusciatura. — 2°. Il quadrato della larghezza dell'ingusciatura si sommi col terzo del quadrato della sua altezza, e la somma si moltiplichi pel doppio di essa. — 3°. La differenza dei due lati minori, della volta e del succielo si moltiplichi successivamente per li due lati di questo, e dell'ultimo prodotto si prenda la metà. — 4°. Della differenza già calcolata dei due lati minori della volta e del succielo si prenda il terzo, questo si sommi coi due quinti della somma dei due lati di esso, e ciò

che si ha si moltiplichi pel quadrato della detta differenza dei due lati minori.

Esempio.

Abbiasi, fig. 12, (*tav.* 5), una sala di pianta rettangola $ABCD$, coverta da una volta a gavetta estradossata curva e senza rinfranchi, la di cui sezione secondo LM è rappresentata in $abe'f'dfea$. Vogliasene la misura, ossia il volume di tutto il muramento compreso tra il piano bl dell' imposta e l' intero estradosso della volta.

Misuro i lati maggiore BC, e minore BA della volta, e sia BC pal. 40 e BA pal. 24, ed i lati EF, ed EG maggiore e minore del succielo, e sia EF pal. 28 ed EG pal. 12, la gross. ab della volta alla imposta che sia di pal. 5, la lungh. be' dell' inguscciatura all' estradosso, e la sua largh. $e'h$, ed alt. bh, e sia be' pal. 14,54 $e'h$ pal. 11, e bh pal. 8. E sul luogo scrivo — Volta a gavetta (e qui dicesi la natura del muramento di che è composta e l' uso cui essa è destinata) di pianta di pal. 40 per 24 il di cui succielo è di pal. 28 per 12, di gross. all' imposta di pal. 5, e con inguscciatura all' estradosso di lung. pal. 14,54, di larg. pal. 11, e di alt. pal. 8.

Con questi dati poi fo il seguente

CALCOLO.

Primo.

largh. ester. ing.	11	suo quadr.	121	....	121
alt. ester. ing.	8	suo quadr.	64	....	64
				somma	185
		diff.	57	lungh. estr.	14,54
		largh. ing.	11	prod.	2689,90
lato mag. succ.	28	prod.	627	....	627
lato min. succ.	12			diff.	2062,90
◇ somma	40	....			40
				prod.	82516,00 div. per dop.
				largh. ing.	22
				quoz.	3750,73

Secondo.

quadr. larg. ing.	121		
terzo quadr. alt. ing.	21,33		
somma	142,33		
dopp. alt. ing.	16		
prod.	2277,28	....	2277,28
		somma	6028,01

Terzo. somma preced. 6028,01

lato min. vol.	24		
lato min. succ.	12		
● diff.	12		
lato mag. succ.	28		
prod.	336		
lato min. succ.	12		
prod.	4032	sua metà	2016

Quarto.

terzo diff. ●	4				
due quinti somma ◇	16				
somma	20				
quadr. diff. ●	144				
prod.	2880	....	2880		
		somma	4896	....	4896,00
				diff.	1132,01

Dunque il volume della data volta è di pal. cubici 1132,01.

ARTICOLO V.

DELLA DEDUZIONE DEI VANI CHE LASCIANO LE LUNETTE NELLE VOLTE CONSIDERATE NEI QUATTRO ARTICOLI PRECEDENTI.

Nelle volte a botte ed in quelle a padiglione, come pure nelle volte a botte lunullate a spicchi ed in quelle a gavetta, soglionsi talora praticare delle lunette o per semplice economia di muramento, o per aprirvi vani di luce. E due casi possono principalmente darsi: o che il vertice della lunetta serbi la stessa altezza dalle imposte della volta che la sommità dell' intradosso di questa; o che ne serbi un' altezza minore. Nel primo caso s' impiegano lunette di due sorti: o cilindriche se vogliasi l' archivolto o base della lunetta di freccia uguale all' altezza o freccia della volta; oppure *ellissoidiche* se la freccia dell' archivolto o base della lunetta se ne voglia minore. Nel secondo caso poi, s' impiegano in buona architettura le lunette ellissoidiche soltanto comunque si potessero usare pure le cilindriche; imperciocchè non danno queste la migliore distribuzione della luce per tutto lo spazio da illuminare, nè sempre la massima economia, che anzi non hanno bellezze di forme e producono ombre di pessimo effetto: e per le medesime ragioni neppure le lunette cilindriche oblique o salienti sono frequentemente usate. Però questo articolo sarà diviso in tre paragrafi: nel primo si parlerà delle lunette cilindriche di altezza uguale alla volta, nel secondo delle *ellissoidiche* di simile altezza; e nel terzo delle ellissoidiche di altezza minore: e non si parlerà punto delle cilindriche di minore altezza della volta, nè delle cilindriche oblique o salienti di qualunque sorta.

E per le regole date in tali paragrafi si misurerà il muramento costituente qualunque sorta di volta con lunette di quelle considerate sin quì colla regola seguente.

I.

Misura del muramento di qualunque volta con lunette, di quelle considerate nei quattro articoli precedenti.

REGOLA.

Si misuri la volta, per le regole precedenti, come se non avesse lunette, ed i vani di tutte quelle che contiene; dalla prima misura se ne sottragga la seconda.

Avvertimento — Se tutto il muramento della volta ove sono le lunette è costituito da *conci*, non và pagato separatamente magistero per queste; se i *conci* costituiscono una parte soltanto della volta, se essi soli cioè, costituiscono un' altra volta estradossata curva; allora anderebbe dedotta una porzione di magistero della volta e pagato un magistero per le lunette: ma a rendere la cosa più semplice, può senza grave errore pagarsi

soltanto tutto il magistero della volta come se non avesse lunette: niun conto tenendosi del magistero per queste.

§ 1.

LUNETTE CILINDRICHE RETTE DI ALTEZZA UGUALE A QUELLA DELLA VOLTA.

1.

Lunetta cilindrica retta e di tutto sesto, in una volta a botte di tutto sesto od in una volta a gavetta, entrambe di uguale altezza.

REGOLA.

Si misuri la corda della base della lunetta.
Si faccia il cubo della corda e si moltiplichi pel numero costante 0, 113.

Esempio.

Abbiasi una volta a botte di tutto sesto con lunette cilindriche rette di tutto sesto di altezza uguale a quella della volta; una delle quali, fig. 1, (*tav.* 6), è rappresentata in pianta nel triangolo ACB, e nelle due sezioni secondo DH ed FG, in $a'd'c'a'$, $acbfa$: e vogliasi la misura del vano che lascia nella volta.

Misuro la corda ab della base acb della lunetta, e sia di pal. 24. E scrivo—Da dedursi dalla volta a botte di tutto sesto vano di numero (e quì dicesi quante lunette sono) lunette cilindriche rette, pure di tutto sesto, ciascuna con base di corda pal. 24.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

corda base	24
cubo	13824
n. cost.	0,113
prod.	1562,112

Dunque il vano che lascia la lunetta ACB, $a'd'c'$, $acba$ è di pal. cubici 1562,11; onde poi moltiplicato questo numero pel numero delle lunette, si ha ciò che deve sottrarsi dalla misura della volta a botte considerata come se ne fosse senza, per avere la misura di tutto il muramento che costituisce la volta come è.

2.

Lunetta cilindrica retta con base di sesto semiellittico ribassato o rialzato in una volta di tutto sesto, od a spicchi, od a gavetta, di altezza uguale alla lunetta.

REGOLA.

1. (*Se la volta è a botte, o a botte lunullata a spicchi.*)

Si misuri la corda della volta, e quella della base della lunetta.

Della corda della volta si faccia il quadrato, si moltiplichi per la corda della base, e pel numero costante 0,113.

2. (*Se la volta è a spicchi.*)

Si misuri la distanza di due lati paralleli della volta, e la corda della base della lunetta.

Della distanza dei lati paralleli si faccia il quadrato, e si moltiplichi per la corda della base, e pel numero costante 0,113.

3, (*Se la volta è a gavetta.*)

Si misurino i lati minori della volta e del suo succielo, e la corda della base della lunetta.

De' due lati si prenda la differenza, di questa si faccia il quadrato, e si moltiplichi per la corda della base e pel numero costante 0,113.

Esempio. (*)

Abbiasi una volta a botte di tutto sesto, con lunette di sesto semiellittico rialzato; una delle quali, fig. 2 (*tav. 6*), sia rappresentata in pianta dal triangolo *ACB*, ed in sezioni secondo *DH*, ed *FG* in *a' c' d'*, *acba*, e vogliasi la misura del vano di una di queste.

Misuro la corda *a'c'* della volta, e la corda *ab* della base *acb* della lunetta. E scrivo — Da dedursi dalla volta a botte di tutto sesto di corda pal. 24, i vani che vi lasciano le (e qui dicesi il numero di esse) lunette ciascuna con base di sesto semiellittico rialzato di corda pal. 18, e di uguale altezza della volta.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

corda volta	24
suo quadr.	576
corda base	18
prod.	10368
n. cost.	0,113
prod.	1171,584

Dunque il vano che lascia una delle lunette è di pal. cubici 1171,58: e moltiplicato questo numero pel numero di esse, si ha ciò che deve sottrarsi dalla misura della volta a botte considerata come se ne fosse senza, per avere la misura di tutto il muramento che costituisce la volta come è.

(*) Il calcolo tornando allo stesso si è riportato questo esempio soltanto, che è per le volte a botte.

3.

Lunetta cilindrica retta con base di tutto sesto, in una volta a botte o a padiglione ad intradosso semiellittico, entrambe di uguale altezza.

REGOLA.

1. (*Se la volta è a botte.*)

Si misuri la corda e la freccia dell'intradosso della volta,
Il quadrato della freccia si moltiplichi per la corda, ed il prodotto pel numero costante 0,452.

2. (*Se la volta è a spicchi.*)

Si misuri la distanza di due lati paralleli della volta, e la sua altezza o freccia.
Il quadrato della freccia si moltiplichi per la distanza, e pel numero costante 0,452.

Esempio.

Abbiasi una volta a botte ad intradosso semiellittico, con lunette cilindriche rette di tutto sesto, delle quali, fig. 3, (*tav. 6*), una sia rappresentata in pianta dal triangolo ACB, ed in sezioni secondo DH, FG da $a'c'd'$, $acba$: e vogliasi la misura del vano lasciato da essa nella volta.

Misuro la corda $a'e'$, e la freccia $o'c'$ della volta, e sia $a'e'$ pal. 24, ed $o'c'$ pal. 6. E scrivo — Da dedursi dalla volta a botte ad intradosso semiellittico di corda pal. 24 e freccia pal. 6, i vani che vi lasciano le (e qui dicesi quante sono di numero) lunette cilindriche rette, ciascuna con base di tutto sesto, ed alta quanta la volta.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

frec.	6
suo quadr.	36
corda	24
prod.	864
n. cost.	0,452
prod.	390,528

Dunque il vano che lascia una delle lunette, è di pal. cubici 390,53. E moltiplicato questo numero pel numero delle lunette, si ha ciò che deve sottrarsi dalla misura della volta a botte considerata come se ne fosse senza; per avere la misura di tutto il muramento che costituisce la volta come è.

4.

Lunetta cilindrica retta di base semiellittica in una volta a botte od a padiglione ad intradosso semiellittico ed entrambe di uguale altezza.

REGOLA.

1. (*Quando la volta è a botte.*)

Si misurino le corde della volta e della base della lunetta, e la freccia di una di esse.

La freccia si moltiplichi per le due corde, ed il prodotto pel numero costante 0,226.

2. (*Se la volta è a spicchi*).

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta e la corda e la freccia della base della lunetta.

La freccia si moltiplichi per la corda, per la distanza dei lati paralleli, e pel numero costante 0,226.

Esempio.

Abbiasi una volta a botte ad intradosso semiellittico, con lunette cilindriche di base semiellittica di freccia uguale a quella della volta e vogliasi la misura del vano che vi lascia una di esse, fig. 4, (*tav.* 6), rappresentata in pianta dal triangolo *ACB*, e in sezioni secondo *DH,FG* in *a'c'd',acb*.

Misuro le corde *a'e'* della volta, *ab* della lunetta, e la freccia *fc* di questa: e sia *a'e'* pal. 24, *ab* pal. 18, ed *fc* uguale *o'c'* pal. 6. E sul luogo scrivo — Da dedursi dalla volta a botte di sesto scemo ad intradosso semiellittico di corda pal. 24, i vani che vi lasciano le (e qui dicesi il numero di esse) lunette cilindriche rette ciascuna con base di sesto ribassato semiellittico di corda pal. 18, e di freccia pal. 6 che è quanto quella della volta.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

cor. volta	24
cor. base	18
prod.	432
frecc.	6
prod.	2592
n. cost.	0,226
prod.	585,792

Dunque il vano che lascia una delle lunette di cui si tratta nella data volta, è di pal. cubici 585,79. E moltiplicato questo numero

pel numero delle lunette, si ha ciò che deve sottrarsi dalla misura della volta considerata come se ne fosse senza, per avere la misura di tutto il muramento, che costituisce la volta come è.

§ 2.

LUNETTE ELLISSOIDICHE DI ALTEZZA UGUALE A QUELLA DELLA VOLTA.

5.

Lunetta ellissoidica con base di tutto sesto, in una volta a botte od a spicchi di tutto sesto, od in una volta a gavetta; aventi la lunetta a la volta uguale altezza.

REGOLA.

1. *(Quando la volta è a botte.)*

Si misuri la corda della volta, e quella della base della lunetta.

Si facciano i quadrati delle semicorde della volta e della lunetta; dal primo se ne sottragga il secondo, e della differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò: — 1.° una tal radice si aggiunga alla corda della volta, e si sottragga dalla sua metà; ed il quadrato della differenza si moltiplichi per la somma e pel numero costante 1,5708.— 2.° la stessa radice si moltiplichi per la corda della lunetta e per la semicorda della volta: — 3.° la corda della base della lunetta si moltiplichi per mille, il prodotto si divida per la semicorda della volta, e si trovi nella *Tav.* (A) la lunghezza dell' arco corrispondente al quoziente come corda (*V. art. preliminare pag. 18.*); lunghezza che si moltiplichi pel cubo della semicorda della volta e si divida per mille. Da questo risultamento si sottraggano i due precedenti; e ciò che si ha si moltiplichi per la semicorda della volta, e si divida pel triplo della radice in primo trovata.

2. *(Quando la volta è a spicchi.)*

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta della volta, e la corda della base della lunetta.

Si facciano i quadrati della semidistanza e della semicorda; dal primo se ne sottragga il secondo, e dalla differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò: — 1.° una tal radice si aggiunga alla distanza dei lati e si sottragga dalla sua metà; ed il quadrato della differenza si moltiplichi per la somma e pel numero costante 1,5708: — 2.° la stessa radice si moltiplichi per la corda della lunetta e per la semidistanza dei lati: — 3.° la corda della base della lunetta si moltiplichi per mille e si divida per la semidistanza dei lati, e si trovi nella *Tav.* (A) la lunghezza dell' arco corrispondente al quoziente come corda (*V. art. prelim. pag. 18.*), lunghezza che si moltiplichi pel cubo della semidistanza dei lati, e si divida per mille. Da questo risultamento si sottraggano i due precedenti; e ciò che si ha si moltiplichi per la semidistanza dei lati e si divida per triplo della radice in primo trovata.

3. (Quando la volta è a gavetta).

Si misurino i due lati minori, della volta e del suo succielo, e la corda della base della lunetta.

De' due lati minori si prenda la differenza, e si facciano i quadrati della sua metà, e della semicorda della lunetta; dal primo se ne sottragga il secondo, e da ciò che si ha si estragga la radice quadrata. Dopo ciò: — 1.° una tal radice si aggiunga alla differenza dei due lati minori, dalla sua metà si sottragga, ed il quadrato della differenza che ne risulta si moltiplichi per la somma e pel numero costante 1,5708: — 2.° la stessa radice si moltiplichi per la corda della lunetta e per la semidifferenza de' due lati minori della volta e del suo succielo: — 3.° la corda della base della lunetta si moltiplichi per mille e si divida per la trovata semidifferenza dei due lati minori, e si trovi nella *Tav.* (A) la lunghezza dell' arco corrispondente al quoziente come corda (*V. art. prelim. pag. 18.*); lunghezza che si moltiplichi pel cubo di essa semidifferenza e si divida per mille. Da questo risultamento si sottraggano i due precedenti; e ciò che si ha si moltiplichi per la semidifferenza de' due lati minori della volta e del succielo, e si divida pel triplo della radice in primo trovata.

Esempio.

Abbiasi una volta a botte, e sianvi delle lunette ellissoidiche, una delle quali è rappresentata in pianta, fig. 5, (*tav. 6.*), nel triangolo ACB, ed in sezione secondo LM, PN, dagli altri due triangoli mistilinei $a'd'c'$, $aebca$: e si voglia la misura del vano che una tale lunetta lascia nella volta.

Misuro la corda $a'h$ della volta, e quella ab della base aeb della lunetta; e sia $a'h$ pal. 24, ab pal. 8. E scrivo — Da dedursi dalla volta a botte di tutto sesto di corda pal. 24, i vani che vi lasciano le (e quì dicesi il numero di esse) lunette ellissoidiche di altezza uguale a quella della volta, e con base di tutto sesto di corda pal. 8.

Con questi dati poi fo il seguente

CALCOLO.

semic. vol.	12	suo quadrato.	144	
semic. lun.	4	suo quadrato.	16	
		diff.	128	sua radice. 11,32

Primo.

semic. vol.	12	cor. volta.	24
radice	11,32	....	11,32
		somma.	35,32
diff.	0,68	suo quadr.	0,4624
		prod.	16,3320
		n. cost.	1,5708
		prod.	25,6543

Secondo.

radice.	11,32
cor. lunet.	8
prod.	90,56
semic. vol.	12
prod.	1086,72

Terzo.

mille cor. lun. 8000 div. per semic. vol. 12
quoz. 667
cor. tav. min. 665 arc. corris. 663,23
14,54
diff. 2 arc. corris. 1,75
lung. arc. 679,52
cubo semic. vol. 1728
prod. 1174210,56
div. per. mille. 1174,2106

3.° risult.	1174,2106
1.° risult.	25,6543
diff.	1148,5563
2.° risult.	1086,72
diff.	61,8363
semic. vol.	12
prod.	742,0356

div. triplo rad. 33,96
quoz. 21,85

Dunque il vano della data lunetta è di misura pal. cubici 21,85. Il qual numero moltiplicato pel numero delle lunette che sono nella volta, dà ciò che deve sottrarsi dalla sua misura considerata come piena, per aver quella di tutto il muramento della volta come è.

6.

Lunetta ellissoidica con base di tutto sesto in una volta a botte od a spicchi di sesto semiellittico ribassato o rialzato; aventi la lunetta e la volta uguale altezza.

REGOLA.

1. (*Se la volta è a botte, od a botte lunullata a spicchi*).

Si misuri la freccia della base della lunetta, e la corda e la freccia del sesto della volta.

Si facciano i quadrati delle due frecce della volta e della base, dal primo si sottragga il secondo, e della differenza si estragga la radice. Dopo ciò: — 1.° una tal radice si sottragga dalla freccia della volta e si addizioni col suo doppio, e la somma si moltiplichi pel quadrato della differenza e pel numero costante 1,5708: — 2.° La stessa radice si moltiplichi per le due frecce ed il prodotto si raddoppii: — 3.° la doppia

freccia della base della lunetta si moltiplichi per mille e si divida per quella della volta, e si trovi nella *Tav.* (A) la lunghezza dell' arco che corrisponde a quel quoziente come corda (*Ved. art. preliminare pag. 18,*); lunghezza che si moltiplichi pel cubo della freccia della volta. Da quest' ultimo risultamento si sottraggano i due primi; e ciò che si ha si moltiplichi per la semicorda della volta e si divida per la radice trovata dapprimo, e del quoziente si prenda la terza parte.

2. *(Se la volta è a spicchi).*

Si misuri la freccia della base della lunetta, la distanza di due lati paralleli della pianta della volta, e la freccia del suo sesto.

Si trovi la radice come nel caso precedente; e si facciano li stessi calcoli 1.°, 2.° e 3.° Dal risultamento dell' ultimo si sottraggano i due primi; ciò che si ha si moltiplichi per la semidistanza dei lati paralleli della pianta, si divida per la radice, e del quoziente si prenda la terza parte.

Esempio.

Abbiasi una volta a botte di sesto semiellittico; e sianvi delle lunette elissoidiche con base di tutto sesto. Una di esse sia rappresentata in pianta; fig. 6, *(tav. 6.)*, nel triangolo ACB, ed in sezione secondo LM e PN in $a'c'd'$, $acbea$; e vogliasi la misura del vano che essa lascia nella volta.

Misuro la freccia fe della base della lunetta, e sia di pal. 4, la corda $a'k$ e la freccia $o'c'$ del sesto, e sia $a'k$ pal. 24 ed $o'c'$ di pal. 8. E scrivo — Da dedursi dalla volta a botte di sesto semiellittico di corda pal. 24 e freccia pal. 8, i vani che vi lasciano le (e qui dicesi il numero di esse) lunette ellissoidiche ciascuna di altezza uguale a quella della volta, e con base di tutto sesto di freccia pal 4.

Con questi dati poi fo il seguente

CALCOLO.

frecc. volta	8	suo quadrato	64		
frecc. base	4	suo quadrato	16		
		diff.	48	sua radice	6,93

Primo.

frecc. volta	8	suo doppio	16
radice	6,93	....	6,93
		somma	22,93
diff.	1,07	suo quadr.	1,1449
		prod.	26,2526
		n. cost.	1,5708
		prod.	41,2376

Secondo.

radice	6,93
frecc. volta	8
prod.	55,44
frecc. base	4
prod.	221,76
dopp.	443,52

Terzo.

mil. vol. dop. fr. base 8000 div. per fr. vol. 8

quoz. 1000 arc. cor. 1047,20
cubo fr. volta 512
prod. 536166,40
div. per mille 636,1664

3.° risult.	536,1664
1.° risult.	41,2376
diff.	494,9288
2.° risult.	443,52
diff.	51,4088
semic. vol.	12
prod.	616,9056

div. radice 6,93
quoz. 89,03
terzo 29,67

Dunque il vano della data lunetta è di misura pal. cubici 29,67. E moltiplicato questo numero pel numero delle lunette, si ha ciò che deve sottrarsi dalla misura della volta considerata come se ne fosse senza, per avere la misura del muramento che costituisce la volta come è.

7.

Lunetta ellissoidica con base di sesto ribassato o rialzato in una volta a botte o a padiglione di tutto sesto, od in una volta a gavetta; aventi la lunetta e la volta uguale altezza.

REGOLA.

1. *(Quando la volta è a botte, od a botte lunullata a spicchi).*

Si misuri la corda della volta, e la corda e la freccia della base della lunetta.

Si facciano i quadrati della semicorda della volta e della freccia della base, il secondo si sottragga dal primo, e della differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò: — 1.° una tal radice si sommi colla corda della volta e si sottragga dalla sua metà; e la somma si moltiplichi pel quadrato della differenza e pel numero costante 1,5708: 2.° — la stessa radice si moltiplichi, per la corda della volta, e per la freccia della base della lunetta: — 3.° la doppia freccia della lunetta si moltiplichi per mille

e si divida per la semicorda della volta; e si trovi nella *Tav.* (A) la lunghezza dell' arco corrispondente a quel quoziente come corda (*V. art. prelimin. pag. 18.*); lunghezza che si moltiplichi pel cubo della semicorda della volta e si divida per mille. Da quest' ultimo risultato si sottraggano i due precedenti, e ciò che si ottiene si moltiplichi per le due semicorde e si divida pel prodotto del triplo della freccia della base della lunetta nella radice trovata dapprimo.

2. (*Quando la volta è a spicchi*).

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta della volta, e la corda e la freccia della base della lunetta.

Si facciano i quadrati della semidistanza dei lati, e della freccia della base; dal primo si sottragga il secondo e della differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò: — 1.° una tal radice si sommi colla distanza dei lati, e dalla sua metà si sottragga; e la somma si moltiplichi pel quadrato della differenza e pel numero costante 1,5708: — 2.° la stessa radice si moltiplichi per la distanza dei lati, e per la freccia della base della lunetta: — 3.° la doppia freccia della base si moltiplichi per mille e si divida per la semidistanza dei lati della volta; e si trovi nella *Tav.*(A) la lunghezza dell'arco corrispondente a quel quoziente come corda (*V. art. preliminare pag. 18.*); lunghezza che si moltiplichi pel cubo della semidistanza dei lati della volta e si divida per mille. Da questo ultimo risultato si sottraggano i due precedenti, e ciò che si ottiene si moltiplichi successivamente per la semidistanza dei lati, e per la semicorda della base; ed indi il quoziente si divida pel prodotto del triplo della freccia della base della lunetta nella radice trovata dapprimo.

3. (*Quando la volta è a gavetta*).

Si misuri il lato minore della volta, il minore del suo succielo, e la corda e la freccia della base della lunetta.

Dal lato minore della volta si sottragga il minore del suo succielo, e si facciano i quadrati della metà della differenza che ne risulta e della freccia della base, dal primo si sottragga il secondo, e da ciò che si ha si estragga la radice quadrata. Dopo ciò: — 1.° una tal radice si sommi colla differenza dei due lati minori della volta e del suo succielo, e dalla sua metà si sottragga; la somma si moltiplichi pel quadrato della differenza e pel numero costante 1,5708: — 2.° la stessa radice si moltiplichi per la detta differenza dei lati e per la freccia della base della lunetta: — 3.° la doppia freccia della base della lunetta si moltiplichi per mille e si divida per la semidifferenza dei lati minori della volta e del suo succielo, e si trovi nella *Tav.* (A) la lunghezza dell' arco corrispondente a quel quoziente come corda (*V. art. preliminare pag. 18.*); lunghezza che si moltiplichi pel cubo della detta semidifferenza dei lati minori e si divida per mille. Da questo ultimo risultato si sottraggano i due precedenti; e ciò che si ottiene si moltiplichi per la semidifferenza dei lati minori, per la semicorda della base della lunetta, e si divida pel triplo prodotto della freccia della base nella radice trovata dapprimo.

Esempio.

Abbiasi una volta a botte di tutto sesto di cui il profilo, fig. 7, (*tav. 6*), è rappresentato in $a'c'h$; e sianvi delle lunette ellissoidiche con base *aeb* di sesto ribassato, e di alt. *fc* uguale all'alt. $o'c'$ della volta. Vogliasi la misura del vano che una tale lunetta vi lascia.

Misuro la corda $a'h$ della volta, e la corda *ab* e la freccia *fe* della base della lunetta; e sia $a'h$ di pal. 24, *ab* di pal. 8, ed *fe* di pal. 2,70. E scrivo — Da dedursi dalla volta a botte di tutto sesto di corda pal. 24, le (qui se ne dice il numero) lunette con base di sesto ribassato di corda pal. 8, e di freccia pal. 2,70, e di alt. uguale all'alt. della volta.

Con questi dati poi fo il seguente

CALCOLO.

semic. vol. 12 suo quadr. 144
fr. base 2,7 suo quadr. 7,29
diff. 136,71 sua radice 11,7

Primo.

semicor. vol. 12 cor. vol. 24
radice. 11,7 11,7
somma 35,7
diff. 0,3 suo quadr. 0,09
prod. 3,213
n. cost. 1,5708
prod. 5,0470

Secondo.

radice 11,7
cor. vol. 24
prod. 280,8
fr. base 2,7
prod. 758,16

Terzo.

mille dop. fr. base 5400 div. semic. vol. { 12
quoz. { 450 arc. tav. corris. 453,79
cub. semic. vol. 1728
prod. 784149,12
div. mille 784,1491

3.° risult. 784,1491
1.° risult. 5,0470
diff. 779,1021
2.° risul. 758,16
diff. 20,9421
semic. vol. 12 rad. 11,70
prod. 251,3052 frec. base 2,70
semicor. base 4 prod. 31,59
prod. 1005,2208 div. triplo { 94,77
quoz. { 10,61

Dunque il vano che lascia nella volta la data lunetta è di pal. cubici 10,61. Il qual numero moltiplicato pel numero delle lunette dà la somma dei vani da dedursi dalla misura della volta considerata come se ne fosse senza.

8.

Lunetta ellissoidica con base di sesto ellittico, in una volta a botte od a spicchi pure di sesto ellittico, aventi la lunetta e la volta uguale altezza.

REGOLA.

1. (*Quando la volta è a botte, od a botte lunullata a spicchi.*)

Si misuri la corda e la freccia del sesto della volta, e la corda e la freccia della base della lunetta.

Si facciano i quadrati delle due freccie, il minore si sottragga dal maggiore, e dalla differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò: — 1.° una tal radice si sottragga dalla freccia della volta e si sommi col suo doppio, e la somma si moltiplichi pel quadrato della differenza e pel numero costante 1,5708: — 2.° il doppio di essa radice si moltiplichi per le due frecce: — 3.° la doppia freccia della base della lunetta si moltiplichi per mille e si divida per quella della volta; e si trovi nella *Tav.* (A) la lunghezza dell'arco che corrisponde a quel quoziente come corda (*V. art. prelimin. pag. 18.*); lunghezza che si moltiplichi pel cubo della freccia della volta, e si divida per mille. Da questo risultato si sottraggano i due precedentemente ottenuti; e ciò che si ha si moltiplichi per le due semicorde, e si divida pel triplo del prodotto della freccia della base in essa radice trovata dapprimo.

2. (*Quando la volta è a spicchi.*)

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta della volta, la freccia del sesto, e la corda e la freccia della base della lunetta.

Si trovi la radice come nel caso precedente; e si facciano li stessi calcoli 1.°, 2.° e 3.° Dal risultamento dell'ultimo si sottraggano i due primi; ciò che si ha si moltiplichi per la semidistanza dei lati paralleli e per la semicorda della base della lunetta; e si divida il prodotto che ne risulta pel triplo dell'altro, della freccia della base nella radice trovata dapprimo.

Esempio.

Abbiasi una volta a botte di sesto ellittico, e sianvi praticate delle lunette ellissoidiche di altezza uguale alla volta, e di base pure di sesto semiellittico: e sia una di esse, fig. 8. (*tav. 6.*), rappresentata in pianta in ACB, e nelle sezioni secondo LM, PN in $a'c'd'$, $aebca$. Vogliasi la misura del vano che una tale lunetta lascia nella volta.

Misuro la corda $a'h$ e la freccia $o'c'$ del sesto $a'c'h$ della volta, e

sia $a'h$ pal. 24 ed $o'c'$ pal. 8; e misuro la corda ab e la freccia fe della base aeb della lunetta; e sia ab pal. 8, ed fe pal. 2,70. E scrivo — Da dedursi dalla volta a botte di sesto semiellittico di corda pal. 24 e freccia pal. 8, vano di (e quì dicesi il numero delle lunette) lunette ellissoidiche di alt. quanto l'alt. della volta, e con base di sesto pure semiellittico di corda pal. 8 e freccia di pal. 2,70.

Con questi dati poi fo il seguente

CALCOLO.

frec. vol. 8 suo quadr. 64
frec. base 2,7 suo quadr. 7,29
diff. 56,71 sua radice 7,53

Primo.

frec. vol. 8 suo dopp. 16
rad. 7,53 7,53
somma. 23,53
diff. 0,47 suo quadr. 0,2209
prod. 5,1978
n. cost. 1,5708
prod. 8,1647

Secondo.

dopp. rad. 15,06
fr. base 2,70
prod. 40,662
fr. vol. 8
prod. 325,296

Terzo.

mille dop. fr. base 5400 div. fr. vol. 8
quoz. 675
cor. min. tav. 673 arc. corrisp. 680,68
5,82
diff. 2 arc. corrisp. 1,75
lung. arc. 688,25
cubo fr. vol. 512
prod. 352384,00
div. mille 352,384

3.° risult. 352,384
1.° risult. 8,1647
diff. 344,2193
2.° risult. 325,296
diff. 18,9233
semic. vol. 12
prod. 227,0796
semic. base 4
prod. 908,3184

rad. 7,53
fr. base 2,7
prod. 20,331
div. triplo 60,993
quoz. 14,89

Dunque il vano della data lunetta è di pal. cubici 14,89. Che moltiplicati pel nnmero delle lunette si ha il numero da dedursi dalla misura della volta considerata come se ne fosse senza.

§ 3.

LUNETTE ELLISSOIDICHE DI MINORE ALTEZZA CHE LA VOLTA OVE SONO SCOLPITE.

9.

Lunetta ellissoidica con base di tutto sesto, in una volta a botte, od a spicchi, od a gavetta; e di minore altezza che la volta.

REGOLA.

Si misuri la corda della base della lunetta, e lo sporto e l'altezza del vertice di essa dall'imposta.

Si facciano i quadrati dell'altezza del vertice e della semicorda della base, e dal primo si sottragga il secondo, e dalla differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò — 1° una tal radice si sottragga dall'altezza del vertice, e si sommi col suo doppio, e la somma si moltiplichi pel quadrato della differenza e pel numero costante 1,5708: — 2°. la stessa radice si moltiplichi per l'altezza del vertice, e per la semicorda della base: — 3°. la corda della base si moltiplichi per mille, e si divida per l'altezza del vertice; e si trovi nella *Tav.* (A) la lungh. dell'arco che corrisponde ad un tal quoziente come corda (*V. art. prelimin. pag. 18.*); lunghezza che si moltiplichi pel cubo dell'altezza del vertice, e si divida per mille. Da questo risultato si sottraggano i due precedentemente ottenuti; e ciò che si ha si moltiplichi per lo sporto, e si divida pel triplo della detta radice.

Avvertimento — Questa regola dà un risultato alcun poco maggiore del vero; per cui nelle approssimazioni è bene prendere i numeri prossimamente minori. Ad ottenerlo con esattezza sarebbe molto difficile, e d'altronde l'errore è trascurabile (*).

Esempio.

Abbiasi una volta a botte con lunette fig. 9, (*tav. 6*), ellissoidiche $aeb\gamma a$, di altezza minore della volta. Vogliasi la misura di una di esse, rappresentata in pianta in $A\delta B$, con base aeb di tutto sesto, e di alt. $f\gamma$ minore dell'alt. fc della volta.

Misuro la corda ab della base aeb della lunetta, e lo sporto $D\delta$ uguale $a'\delta'$, e l'alt. $\delta'\gamma'$ uguale $f\gamma$ del vertice γ: e sia ab pal. 8, $a'\delta'$ pal. 3, e $\delta'\gamma'$ pal. 8. E scrivo — Da dedursi vano di lunetta ellissoidica di alt. min. della volta, con base di tutto sesto di corda pal. 8, e col vertice che sporta dall'imposta pal. 3, ed è alto da essa pal. 8.

(*) L'errore in più è uguale al volume del solido compreso tra il triangolo cilindrico terminato dalle coste della lunetta, il piano che passa per le sottese di esse, e due piani verticali, che passano ciascuno per le medesime sottese.

Avvertimento — Per misurare lo sporto $a'\delta'$ e l'altezza $\delta'\gamma'$ del vertice, si applica (*art. prelimin. pag.* 12. § 5.) il filo a piombo in γ', e una delle due coste della squadra all'imposta AB per modo che il vertice dell'angolo retto stia in D, ossia a'. La parte dell'altra costa della squadra intercetta tra 'l filo a piombo $\gamma'\delta'$, ed il punto a' dà lo sporto, e la parte del filo a piombo tra γ' e la squadra dà l'altezza del vertice.

Fatto ciò sul luogo, poi fo il seguente

CALCOLO.

alt. vert.	8	suo quadr.	64		
semicor. base	4	suo quadr.	16		
		diff.	48	sua rad.	6,928

Primo.

alt. vert.	8	suo dopp.	16
radice	6,928	....	6,928
		somma	22,928
diff.	1,072	suo quad.	1,149
		prod.	26,344
		n. cost.	1,5708
		prod.	41,3811

Secondo.

radice	6,928
alt. vert.	8
prod.	55,424
semic. base	4
prod.	221,696

Terzo.

mille cor. base 8000 div. alt. vert. 8; quoz. 1000

	arc. tav.	1047,20	
	cubo alt. vert.	512	
	prod.	536166,40	
	div. mille.	536,1664	
3.° risult.	536,1664		
1.° risult.	41,3811		
diff.	494,7853		
2.° risult.	221,696		
diff.	273,0893		
sporto vert.	3		
prod.	819,2679	div. triplo rad.	20,784
		quoz.	39,41

Dunque il vano della data lunetta è di pal. cubici 39,41; che moltiplicati pel numero delle lunette si ha il numero di pal. cubici da dedursi dalla volta ove sono scolpite considerata come piena.

10.

Lunetta ellissoidica con base di sesto ribassato o rialzato, in una volta a botte od a spicchi od a gavetta; e di minore altezza che questa.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia della base della lunetta e lo sporto e l'altezza del vertice di essa dalla imposta.

Si facciano i quadrati dell'altezza del vertice, e della freccia della base, dal primo si sottragga il secondo, e della differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò — 1°. una tal radice si sottragga dall'altezza del vertice, e si sommi col suo doppio, e la somma si moltiplichi pel quadrato della differenza e pel numero costante 1,5708; — 2°. la stessa radice si moltiplichi per l'altezza del vertice e per la freccia della base: — 3°. la doppia freccia della base si moltiplichi per mille, e si divida per l'altezza del vertice, e si trovi nella *TAV.* (A) la lunghezza dell'arco corrispondente al quoziente come corda (*V. art. prelimin. pag. 18*); e si moltiplichi pel cubo di essa altezza, ed il prodotto si divida per mille. Dopo ciò dall'ultimo risultato si sottraggano i due precedenti, e ciò che si ottiene si moltiplichi per lo sporto del vertice, per la semicorda della base, e si divida pel triplo del prodotto della sua freccia nella detta radice trovata dapprimo.

AVVERTIMENTO — Questa regola dà un risultato alcun poco maggiore del vero; per cui nelle approssimazioni è bene prendere i numeri prossimamente minori. Ad ottenerlo con esattezza sarebbe molto difficile, e d'altronde l'errore è trascurabile (*).

ESEMPIO.

Abbiasi una volta a botte, con lunette ellissoidiche di altezza minore della volta. Una di essa $aeb\gamma a$, sia, fig. 10, (*tav. 6*), rappresentata in pianta in $A\delta B$, con base aeb di sesto semiellittico ribassato; e vogliasi la misura del vano che una tale lunetta lascia nella volta ove è scolpita.

Misuro la corda ab, e la freccia fe della base $aeba$ della lunetta, e lo sporto $a'\delta'$, uguale $D\delta$, e l'altezza $\delta'\gamma'$ uguale $f\gamma$ del suo vertice γ. E sul luogo del lavoro scrivo — Da dedursi vano di lunetta ellissoidica di alt. minore di quella della volta, di base di sesto semiellittico di corda pal. 8, e di freccia pal. 3; e col vertice di sporto pal. 3, ed alt. pal. 8.

AVVERTIMENTO — Per misurare lo sporto $a'\delta'$ e l'alt. $\delta'\gamma'$ del vertice, si applichi il filo a piombo in γ', e una delle due coste della squadra all'imposta AB, per modo che il vertice dell'angolo retto stia in D, ossia a'. La parte dell'altra costa della squadra intercetta tra 'l filo a piombo $\gamma'\delta'$, ed il punto a' dà lo sporto, e la parte del filo a piombo tra γ' e la squadra dà l'altezza del vertice.

(*) L'errore in più è uguale al volume del solido compreso tra il triangolo cilindrico terminato dalle coste della lunetta, il piano che passa per le sottese di esse, e due piani verticali che passano ciascuno per le medesime sottese.

Dopo ciò poi fo il seguente

CALCOLO.

alt. vert. 8 suo quadr. 64
fr. base 3 suo quadr. 9
diff. 55 sua rad. 7,41

Primo.

alt. vert. 8 suo dopp. 16
rad. 7,41 7,41
somma 23,41
diff. 0,59 suo quad. 0,3481
prod. 8,1490
n. cost. 1,5708
prod. 12,8004

Secondo.

rad. 7,41
alt. vert. 8
prod. 59,28
fr. base 3
prod. 177,84

Terzo.

mille dopp. fr. base 6000 div. alt. vert. { 8
quoz. { 750
cor. tav. min. 749 arc. tav. corris. 767,94
diff. 1 arc. corris. 0,58
lung. arc. 768,52
cubo alt. vert. 512
prod. 393482,24
div. mille 393,4822
3.° risult. 393,4822
1.° risult. 12,8004
diff. 380,6818
2.° risult. 177,84
diff. 202,8418
sporto vert. 3 rad. 7,41
prod. 608,5254 frec. base 3
semic. base 4 prod. 22,23
prod. 2434,1016 div. triplo prod. { 66,69
quoz. { 36,49

Dunque il vano della data lunetta è di pal. cubici 36,49: che moltiplicato pel numero delle lunette, dà il numero di palmi cubici da togliersi dalla misura della volta, considerata come piena.

ARTICOLO VI.

DELLA MISURA DELLE VOLTE EMISFERICHE.

1.

Volta emisferica estradossata di livello.

REGOLA.

Si misuri il diametro della pianta del vano della volta, il diametro del suo piano estradosso, e l'altezza di questo sopra l'imposta.

Si faccia il quadrato del diametro del piano estradosso, e si moltiplichi per la sua altezza sopra l'imposta; si faccia il cubo del diametro del vano della volta, e se ne prenda il terzo; dei due risultati si prenda la differenza, e questa si moltiplichi pel numero costante 0,7854.

Esempio.

Abbiasi una camera, fig. 1, (*tav.* 7), di pianta circolare *apbq* coverta da una volta sferica estradossata piana, il profilo della quale è *HADBCFGH*, per modo che *anbq* è la pianta del suo vano *ABDA*, e *QpRQ* del suo estradosso *GF*. Vogliasi la misura di una tal volta, ossia di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta *HC* e l'altro di estradosso *GF*.

Misuro il diametro *ab* ossia *AB* della pianta *anbq* del vano della volta; il diametro *GF* che uguaglia *QR* del suo piano estradosso *GF*, e l'alt. *HG* di questo sull'imposta: e sia *AB* pal. 24, *GF* pal. 34, e *GH* pal. 14. E sul luogo scrivo. — Volta emisferica estradossata piana di (e quì dicesi di qual natura ne è il muramento, e l'uso cui essa è destinata) il di cui vano è di diametro pal. 24, e con estradosso di diametro pal. 34, ed alto sopra l'imposta pal. 14.

Con questi dati fò poi il seguente

CALCOLO.

diam. piano estrad.	34	suo quadr.	1156		
alt. sull'imp.	......	....	14		
		prod.	16184	....	16184
diam. vano vol.	24	suo cubo	13824		
		terzo	4608	....	4608
				diff.	11576
				n. cost.	0,7854
				prod.	9091,8904

Dunque la data volta è di misura pal. cubici 9091,89; dal qual

numero, colle norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi l'importo del muramento costituente la volta.

2.

Volta emisferica tutta di uniforme grossezza.

REGOLA.

Si misuri il diametro del vano della volta, e la sua grossezza.

Al diametro si aggiunga la doppia grossezza, e facciansi i cubi, della somma e di esso diametro; dal primo si sottragga il secondo, e la differenza si moltiplichi pel numero costante 0,2618.

Esempio.

Abbiasi una camera di pianta circolare *qaQSRbq*; fig. 2, (*tav. 7*), e sia coverta da una volta sferica tutta di uniforme grossezza il di cui profilo è *FADBCEF*; per modo che la pianta del vano al disotto di essa è il circolo *anbq*. Vogliasi la misura di una tal volta, ossia di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta *FC*, e la superficie di estradosso.

Misuro il diametro *ab*, che è uguale ad *AB*, della pianta *anbq* del vano della volta, e la sua grossezza *BC*: e sia *ab* pal. 24, e *BC* pal. 3,50. E sul luogo scrivo. — Volta emisferica di (e qui dicesi della fabbrica di che è composta e dell'uso cui è destinata), col diametro del vano sottoposto di pal. 24, e di gross. uniforme di pal. 3,50.

Avvertimento — Se la gross. *BC* non potesse diversamente misurarsi, si misurerà col metodo espresso all'articolo preliminare (§. 5 *pag. 14*) la parte *EC'* della orizzontale *EC'*, che è compresa tra il vertice *E* della volta, e la verticale *CC'*. Da *EC'* sottratto la metà del diametro *AB* si avrà la gross. *BC*.

Fatte tali cose sul luogo, fò poi il seguente

CALCOLO.

diam. van. vol.	24		
dopp. gross. vol.	7		
somma.	31	suo cubo	29791
diam. vano vol.	24	suo cubo	13824
		diff.	15967
		n. cost.	0,2618
		prod.	4180,1606

Dunque la data volta è di misura pal. 4180,16. Dal qual numero, colle norme date al principio di questo capo (*pag. 125, 126*), cavasi l'importo del muramento per essa volta.

8.

Volta emisferica estradossata secondo una calotta sferica.

REGOLA.

Si misuri il diametro della pianta del vano della volta, e la distanza orizzontale e verticale del vertice dell' estradosso dalla linea esterna della imposta che ne è base.

Si facciano i quadrati della distanza orizzontale e della verticale, ed al triplo del primo si aggiunga il secondo; la somma si moltiplichi pel doppio della detta distanza verticale, e dal prodotto si sottragga il cubo del diametro; la differenza si moltiplichi pel numero costante 0,2618.

Esempio.

Abbiasi una camera fig. 3 (*tav.* 7), coverta da una volta sferica sostenuta da quattro peducci, della quale $CAGBDFC$ ne sia il profilo secondo QR: sarà *afbg* la pianta del vano sottoposto. Vogliasi la misura di una tal volta; ossia la misura del volume di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta CD, e la calotta di estradosso.

Misuro il diametro *ab* della pianta *afbga* del vano sottoposto alla volta, e la distanza orizzontale FD', e verticale DD' (*art. prelim. pag. 15, 18*) del vertice F dell' estradosso dalla linea esterna dell' imposta rappresentata in pianta da QSR: e sia *ab* pal. 24, FD' pal. 17, e DD' pal. 13,50. E sul luogo scrivo — Volta sferica di (e qui dicesi di qual natura è il muramento che la costituisce, e l'uso cui è destinata) di diametro pal. 24, ed estradossata a calotta sferica, col vertice distante dalla linea esterna dell' imposta che ne è base per pal. 17 orizzontalmente, e per pal. 13,50 verticalmente.

Con questi dati fò poi il seguente

CALCOLO.

dist. orizz. vert. 17	suo quadr.	289
	triplo	867
dist. vertic. vert. 13,5	suo quadr.	182,25
	somma	1049,25
	dopp. dist. vert.	27
	prod.	28329,75
diam. vol. 24	suo cubo	13824
	diff.	14505,75
	n. cost.	0,2618
	prod.	3797,6054

Dunque la misura della data volta è di pal. cubici 3797,61; dal qual numero, colle norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125, 126*), cavasi la misura della data volta.

4.

Volta emisferica con rinfianco.

REGOLA.

Si misuri il diametro della pianta del vano della volta, la sua grossezza all' imposta, l'altezza del rinfianco, e le distanze orizzontale e verticale del vertice della calotta di estradosso dalla linea che n'è base.

Il diametro si addizioni colla doppia grossezza alla imposta, della somma si faccia il quadrato, questo si moltiplichi per l'altezza del rinfianco, ed il prodotto si tripli. Delle due distanze orizzontale e verticale del vertice della calotta di estradosso dalla linea che ne è base si facciano i quadrati, ed al triplo del primo si aggiunga il secondo; la somma si moltiplichi pel doppio della distanza verticale. E del diametro del vano si faccia il cubo. I due primi risultati si sommino, dalla somma se ne sottragga il terzo, e la differenza si moltiplichi pel numero costante 0,2618.

Esempio.

Abbiasi una camera, fig. 4, (*tav.* 7), di pianta circolare *anbqRQS* coverta da una volta sferica, di cui *AaBDHFIGCA* ne è il profilo secondo *QR*: sarà *anbq* la pianta del vano sottoposto. Vogliasi la misura di una tal volta; ossia la misura di tutto il muramento posto al di sopra del piano d'imposta *CD*.

Misuro il diametro *ab* (che è uguale *AB*) della pianta del vano della volta, la sua grossezza *AC* all'imposta, l'alt. *CG* del rinfianco, e le distanze orizzontale *Fi*, e verticale *Ii* del vertice dell'estradosso dalla linea che ne è base (*art. preliminare pag.* 14). E sia *AB* pal. 24, *AC* pal. 5, *CG* pal. 9, *Fi* pal. 12, *Ii* pal. 5. E sul luogo scrivo — Volta sferica di (e qui dicesi di qual natura ne è il muramento, e l'uso cui è destinata) di diametro pal. 24, di gross. all'imposta pal. 5, con rinfianco alto pal. 9, e col vertice dell'estradosso distante dalla linea che n'è base orizzontalmente pal. 12 e verticalmente pal. 5.

Avvertimento — Che se non possa misurarsi altrimenti la gross. *CA* all'imposta, o che non si conosca, allora si misurerà in vece la larg. *GI* dei rinfianchi; e così per le altre cose misurate verrà a conoscersi *CA*: imperocchè è uguale ad essa larg. *GI*, più la distanza *Fi*, meno la metà del diametro *AB*.

Coi precedenti dati presi sul luogo, fo poi il seguente

CALCOLO.

diametro	24				
dopp. gross. imp.	10				
somma	34	suo quadr.	1156		
		alt. rinf.	9		
		prod.	10404		
		triplo.	31212	....	31212
dist. orizz.	12	suo quadr.	144		
		triplo	432		
dist. vertic.	5	suo quadr.	25		
		somma	457		
		dopp. dist. vert.	10		
		prod.	4570	....	4570
				somma	35782
		diametro	24	suo cubo	13824
				diff.	21958
				n. cost.	0,2618
				prod.	5748,6044

Dunque la misura della data volta è di palmi cubici 5748,60, dal qual numero, colle norme indicate al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il costo della data volta.

8.

Volta emisferica con più rinfianchi accollati.

REGOLA.

Si misuri il raggio dell'intradosso, la grossezza all'imposta, l'altezza e la larghezza di ogni rinfianco meno l'ultima (a cominciare da sotto), e le distanze orizzontale e verticale del vertice della calotta di estradosso dalla linea che ne è base.

Si facciano i due calcoli seguenti, e dal risultato del primo si sottragga il secondo. — 1.° Il raggio si addizioni colla grossezza all'imposta, della somma si faccia il quadrato, e questo si moltiplichi per la somma delle altezze di tutti i rinfianchi, e per 6; al prodotto si aggiunga l'altro che si ottiene così: delle due distanze orizzontale e verticale del vertice dell'estradosso dalla linea che ne è base si facciano i quadrati, ed al triplo del primo si aggiunga il secondo; la somma si moltiplichi per la distanza verticale: dalla qual somma dei due prodotti si sottragga l'altro del cubo del raggio per 4. La differenza si moltiplichi per 0,5236. — 2°. Dalla somma del raggio coll'imposta si sottragga la larghezza (a cominciare da sotto) del primo rinfianco, dalla differenza quella del secondo, da ciò che si ha

quella del terzo, e così di seguito sino a quella del penultimo; e ciascuna di tali differenze si moltiplichi per le somme rispettive delle larghezze sottratte, e rispettivamente per l'altezza del secondo, terzo, quarto rinfianco, e così successivamente sino all' ultimo; tutti i prodotti si sommino tra loro, e la somma si moltiplichi per 6,2832. — Dal primo risultato finale si sottragga il secondo come si è detto.

Esempio.

Abbiasi una volta sferica con tre rinfianchi accollati; e vogliasi la misura del muramento che la costituisce. E sia, fig. 5, *(tav. 7)*, *ABDEFHIOPA* il profilo della volta, della quale la retta *PE* è l' imposta.

Misuro il raggio *CA* dell' intradosso, che è uguale alla metà di *AD*, e sia di pal. 12, la gross. *AP* all' imposta, e sia di pal. 6, le largh. *ON*, *LK*, ed alt. *PO*, *NL*, *KI* di ogni rinfianco, e siano *OP* pal. 4, *ON* pal. 2,6; *NL* pal. 3, *LK* pal. 2,3, e *KI* pal. 2, e misuro in oltre le distanze orizzontale *FG*, e verticale *GM* *(V. art. preliminare § 5 a pag. 14)* del vertice *F* della calotta *HFM* di estradosso dalla linea che ne è base. E scrivo — Volta emisferica (e qui dicesi di quali materiali è composta) di raggio pal. 12, gross. all'imposta pal. 6; e con tre rinfianchi; il 1.° di alt. pal. 4, largh. pal. 2,6, il 2.° di alt. pal. 3, largh. pal. 2,3, il 3.° di alt. pal. 2; e col vertice della calotta di estradosso distante dalla linea che ne è base, orizzontalmente pal. 11, verticalmente pal. 4.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

Primo.

		ragg.	12				
alt. rinf.	4	gross. imp.	6	dist. orizz.	11	suo quadr.	121
	3	◇ somma	18			triplo	363
	2	quadr.	324	dist. vert.	4	suo quadr.	16
somma	9	....	9			somma	379
		prod.	2916			dist. vert.	4
			6			prod.	1516
		prod.	17496	....			17496
						somma	19012
		ragg.	12				
		suo cubo	1728				
			4				
		prod.	6912	....			6912
						diff.	12100
						n. cost.	0,5236
						prod.	6335,56

Secondo.

somma ◇ 18
larg. 1.° rinf. 2,6
diff. 15,4
larg. 1.° rinf. 2,6
prod. 40,04
alt. 2.° rinf. 3
prod. 120,12

.... 15,4
larg. 2.° rinf. 2,3
diff. 13,1
somma larg. sottr. 4,9
prod. 64,19
alt. 3.° rinf. 2
prod. 128,38

prod. ottenuti { 120,12 / 128,38
somma 248,50
n. cost. 6,2832
prod. 1561,3752

1.° risult. 6335,5600
2.° risult. 1561,3752
diff. 4774,1848

Dunque la misura del volume della data volta è di palmi cubici 4774,18. Dal qual numero colle regole date al principio di questo Capo (*pag. 125, 126*) calcolasi il costo di essa.

ARTICOLO VII.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A SCUDELLA.

1.

Volta a scudella estradossata piana.

REGOLA.

Si misuri la freccia della volta, il diametro della pianta del suo vano, il diametro del suo piano estradosso, e l'altezza di un tal piano sopra l'imposta.

Si facciano i quadrati dei due diametri, il minore si moltiplichi per la freccia, ed il maggiore per la doppia altezza; il primo prodotto si sottragga dal secondo, la differenza si tripli, e dal triplo si sottragga il quadruplo del cubo della freccia. Ciò che risulta si moltiplichi pel numero costante 0,1309.

Esempio.

Abbiasi una camera di pianta circolare coverta da una volta a scudella, il tutto come è rappresentato nella fig. 6. (*tav.* 7), e vogliasi la misura di tutto il muramento che costituisce una tal volta. Della quale è $abce$ la pianta del suo vano, ed $ABCE$ quella del suo piano estradosso, che in sezione secondo AC è rappresentato dalla retta $A'C'$.

Misuro la freccia Do della volta che sia di pal. 6, il diametro ac della pianta del suo vano che sia di pal. 24, il diametro $A'C'$ del suo estradosso che eguaglia AC e che sia di pal. 28, e l'altezza $A'I$ del piano estradosso $A'C'$ sopra l'imposta IH che sia di pal. 8. E sul luogo del lavoro scrivo. — Volta a scudella (e qui dicesi l'uso cui è destinata, e la natura del muramento di che è composta) di freccia pal. 6, col vano di pianta di diametro pal. 24, e ad estradosso piano di diametro pal. 28, alto sopra l'imposta per pal. 8.

Avvertimento — Se il muro, non si arrestasse alla imposta IH, ma fosse più in alto protratto per esempio in $\alpha\gamma$, potrebbesi errare nel misurare il diametro del piano estradosso; imperciocchè non in tutto sarebbe visibile, essendo allora in parte nascosto dal muro soprapposto $A'\alpha\gamma C'$. In questo caso al diametro $a'c'$ della parte dell'estradosso è uopo aggiungere le grossezze $A'a'$, $C'c'$ del muro.

Fatte tali cose sul luogo del lavoro fo poi il seguente

CALCOLO.

			diam. estrad.	28		suo quadr.	784
diam. vano vol.	24	suo quadr.	576			dopp. alt.	16
		freccia	6			prod.	12544
		prod.	3456	....			3456
						diff.	9088
						triplo	27264
frecc.	6	suo cubo	216				
		quadruplo	864	....			864
						diff.	26400
						n. cost.	0,1309
						prod.	3455,7600

Dunque la data scudella costituisce di muramento pal. cubici 3455,76. Dal qual numero colle norme date al principio di questo capo *(pag. 125, 126)* cavasi il costo della data volta.

2.

Volta a scudella estradossata secondo una calotta sferica.

REGOLA.

Si misuri la freccia della volta, il diametro della pianta del suo vano, e la distanza orizzontale e verticale del vertice dell'estradosso dalla linea esterna dell'imposta che ne è base.

Si facciano i quadrati del diametro e della doppia distanza orizzontale; il primo si moltiplichi per la freccia, il secondo per la distanza verticale, ed il primo prodotto si sottragga dal secondo. Si facciano i cubi della freccia e della distanza verticale; ed il primo si sottragga dal secondo. Il triplo della prima differenza si addizioni col quadruplo della seconda, e la somma si moltiplichi pel numero costante 0,1309.

Esempio.

Su quattro piloni, fig. 7, (*tav.* 7), P,Q,R,S, siano voltati degli archivolti con quattro peducci o pennacchi, e su di essi sia poggiata una scudella estradossata a calotta sferica; il tutto come nella figura. Ove il circolo $abcd$ è la pianta del vano $a'oc'Fa'$ della scudella, ed $ABCD$ la pianta dell'estradosso, ossia la projezione della linea esterna dell'imposta che ne è base. Vogliasi la misura del muramento che costituisce la data scudella, ossia di tutto quello compreso tra il piano d'imposta $A'C'$, e la calotta sferica della quale $A'EC'$ è la sezione secondo AC.

Misuro la freccia Fo della volta che sia di pal. 6, il diametro ac della pianta del vano della volta che sia pal. 24, e la distanza oriz-

zontale Ee, e verticale $C'e$ del vertice E dell'estradosso da un punto qualunque C' della linea $ABCD$ esterna dell'imposta $A'C'$, che è base dell'estradosso $A'EC'$. E sul luogo del lavoro scrivo — Volta a scudella (e quì dicesi il muramento di che è composta e l'uso cui è destinata) estradossata secondo una calotta sferica; e di freccia pal. 6, col vano di pianta di diametro pal. 24; e col vertice dell'estradosso distante dalla linea esterna dell'imposta che ne è base per pal. 14 orizzontalmente, e pal. 8 verticalmente.

Così operato sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

		dopp. dist. oriz.	28		suo quadr.	784
diam. vano vol.	24	suo quadr.	576		dist. vert.	8
		frecc.	6		prod.	6272
		prod.	3456	....		3456
					diff.	2816
					triplo	8448
dist. vertic.	8	suo cubo	512			
frecc.	6	suo cubo	216			
		diff.	296			
		quadruplo	1184	....		1184
					somma	9632
					n. cost.	0,1309
					prod.	1260,8288

E risulta la misura della data volta di pal. cubici 1260,83. Dal qual numero colle due prime regole date al principio di questo capo (*pag.* 125, 126) cavasi l'importo di essa volta.

ARTICOLO VIII.

DELLA MISURA DELLE VOLTE SFEROIDICHE.

§ 1.

VOLTE SFEROIDICHE DI PIANTA CIRCOLARE.

1.

Volta sferoidica a base circolare di sesto rialzato o ribassato estradossata piana.

REGOLA.

Si misuri l'ampiezza e l'altezza del vano della volta, il diametro del suo piano estradosso, e l'altezza di esso sopra l'imposta.

Il quadrato del diametro del piano estradosso si moltiplichi per la sua altezza sopra l'imposta, ed il quadrato dell'ampiezza del vano si moltiplichi per la sua altezza; dal triplo del primo prodotto si sottragga il doppio del secondo, e la differenza si moltiplichi pel numero costante 0,2618.

Esempio.

Abbiasi, fig. 8 *(tav. 7)*, una camera di pianta circolare *aemdga*, coverta da una volta sferoidica la di cui sezione secondo *ed* è *ACBDEGA*: vogliasi la misura di una tal volta, ossia di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta *AB* e quello di estradosso *DE*.

Misuro l'ampiezza *AB* e l'altezza *FC* del vano della volta, e sia *AB* pal. 24 ed *FC* pal. 6; misuro il diametro *DE* che è uguale *de* del piano estradosso, e l'altezza *GE* di esso sopra l'imposta *BG*, e sia *DE* pal. 32, e *GE* pal. 8. E sul luogo del lavoro scrivo — Volta sferoidica di base circolare (e quì dicesi il muramento di che è composta, e l'uso cui è destinata) di sesto ribassato, col vano di ampiezza pal. 24, alt. pal. 6, e coll'estradosso piano di diametro pal. 32, ed alto sopra l'imposta per pal. 8 (*).

(*) In egual modo si procederà se la volta sia di sesto rialzato: solo si scriverà — Volta sferoidica di base circolare di sesto *rialzato*, col vano di ampiezza pal. 24 *alt. pal. 48*, e coll'estradosso piano di diametro pal. 32 ed alto sopra l'imposta per *pal. 30*. E similmente, solo cambiando i numeri delle alt., si procederà nei calcoli.

Con questi dati poi fo il seguente

CALCOLO.

diam. estrad.	32	suo quadr.	1024		
		alt. su imp.	8		
		prod.	8192	suo triplo	24576
ampiez. vano	24	suo quadr.	576		
		alt. vano	6		
		prod.	3456	suo dop.	6912
				diff.	17664
				n. cost.	0,2618
				prod.	4624,4352

Dunque il muramento costituente la data volta è di pal. cubici 4624,44. Dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo *(pag. 125, 126)* cavasi il prezzo del muramento della volta medesima.

2.

Volta sferoidica a base circolare, di sesto rialzato o ribassato estradossata secondo una calotta sferoidica.

REGOLA.

Si misuri l'altezza e l'ampiezza del vano della volta, e si misurino le distanze orizzontale e verticale di un punto qualunque dell'estradosso dal suo vertice e dalla sua base, che è linea esterna dell'imposta.
Il doppio della distanza orizzontale superiore si sommi colla inferiore, ed il quadruplo della distanza verticale superiore si sommi colla inferiore; la prima somma si moltiplichi pel quadrato della somma delle due distanze verticali, e la seconda pel quadrato della somma delle due distanze orizzontali; i prodotti si moltiplichino rispettivamente per le distanze orizzontale e verticale inferiori; il primo prodotto finale si sottragga dal secondo, e la differenza si moltiplichi per la somma delle distanze verticali e si divida pel prodotto di esse. — Il quadrato dell'ampiezza del vano della volta si moltiplichi per la sua altezza, ed il prodotto si sottragga dal trovato quoziente. La differenza si moltiplichi pel numero costante 0,5236 (*).

(*) La gross. della volta debb'essere determinata principalmente, alla imposta, alla chiave, ed al punto di rottura. Epperò la ellisse che genera la sferoide di estradosso non può essere qualunque, ma debb'essere tale da passare per cinque punti individuati: che sono due alla imposta, due ai punti di rottura, ed uno alla chiave. È perciò che la superficie dell'estradosso non può supporsi concentrica con quella d'intradosso: non può supporsi cioè, fig. 10, *tav.* 7, che il centro O della ellisse AFB generatrice dell'intradosso sia ad un tempo centro della ellisse generatrice dell'estradosso. Questa avrà il suo centro in ω, uno dei suoi assi in $\omega\gamma$, e sarà $\gamma GCVI$. Di qui deriva che si è detto volta sferoidica estradossata secondo una calotta sferoidica; perciocchè la porzione $GCVI$ di ellisse non genera una semisferoide, ma un segmento di essa: e deriva pure che il calcolo che potrebbe ad alcuno sembrare più lungo del necessario non lo è; imperciocchè per la pratica bisognava eliminare gli assi $V\omega$, $\omega\gamma$ dell'ellisse γCVI, non potendosi essi misurare, per non essere apparente la posizione del centro ω.

Esempio.

Abbiasi una volta sferoidica di sesto rialzato, come sarebbe una cupola, estradossata secondo una calotta sferoidica; e sia, fig. 10 (*tav. 7,*) *afbg* la pianta di una tal volta, e $GAFBIVCG$ il suo profilo secondo *ed*. Se ne voglia la misura; vogliasi la misura cioè di tutto il muramento messo al di sopra del piano d' imposta GI, e compreso tra le due sferoide di intradosso e di estradosso.

Misuro l'alt. OF e l' ampiezza AB del vano della volta, e sia OF pal. 30,5, AB pal. 24; in oltre scelgo un punto C dell'estradosso $GCVI$ (il punto che rende più facili le operazioni a farsi) e misuro le distanze orizzontale e verticale di esso dal vertice V dell' estradosso, e dal punto G della sua base rappresentata in pianta dalla circonferenza *emde*; misuro cioè le CE, EV distanze verticale ed orizzontale del punto C dal vertice V, e le CD, DG distanze orizzontale e verticale del medesimo punto C dall'altro G, ossia dalla base dell' estradosso; e sia CE pal. 8, EV pal. 10,7, CD pal. 6,3 e DG pal. 24. E sul luogo del lavoro scrivo — Volta sferoidica (e quì dicesi la natura del muramento di che è composta e l' uso cui è destinata) di sesto rialzato col vano di alt. pal. 30,5 e di ampiezza pal. 24, ed estradossata secondo una calotta sferoidica di cui un punto è distante dal vertice verticalmente per pal. 8 ed orizzontalmente per pal. 10,7 e dalla base orizzontalmente per pal. 6,3, e verticalmente per pal. 24.

Fatte tali cose sul luogo del lavoro, fo poi il seguente

CALCOLO.

						dist. vert. sup.	8		
		dist. oriz. sup.	10,7			quadruplo	32		
		doppio	21,4	dis. oriz. sup.	10,7	dis. ver. inf.	24		
dis. ver. sup.	8	dis. oriz. inf.	6,3	dis. oriz. inf.	6,3	somma	56		
dis. ver. inf.	24	somma	27,7	somma	17,0	suo quad.	289		
somma	32	... suo quad.	1024			prod.	16184		
		prod.	28364,8			dist. vert. inf.	24		
		dist. orizz. inf.	6,3			prod.	388416,		
		prod.	178698,24	....		......	178698,24		
						diff.	209717,76	dist. ver. inf.	24
						somma dist. vert.	32	dist. ver. su.	8
						prod.	6710968,32	d. prod.	192
								quoz.	34952,96
				ampiez. vano	24	suo quadr.	576		
						alt. vano	30,5		
						prod.	17568	....	17568
								diff.	17384,96
								n. cost.	0,52
								prod.	9102,76

Epperò il muramento che costituisce la data volta sferoidica è di misura pal. cubici 9102,77. Dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il costo della data volta.

3.

Volta sferoidica a base circolare estradossata secondo una calotta sferoidica, e con rinfianco.

REGOLA.

Si misuri l'altezza e l'ampiezza del vano della volta, la distanza orizzontale e verticale del vertice della calotta di estradosso dalla sua base, e l'altezza e la larghezza del rinfianco. Si calcolino l'altezza e l'ampiezza totale della volta.

Si facciano i tre calcoli seguenti: — 1.° all'altezza totale si aggiunga la doppia altezza del rinfianco, la somma si moltiplichi pel quadrato della metà dell'ampiezza totale, ed il quadrato della distanza orizzontale si moltiplichi per la verticale; i due prodotti si addizionino e la somma si raddoppii: — 2.° dell'altezza totale e di quella del rinfianco facciansi i quadrati, il primo si moltiplichi per l'altro della distanza orizzontale, e la loro somma pel quadrato della semilarghezza totale; il primo prodotto si sottragga dal secondo, e la differenza si moltiplichi per la distanza verticale, e si divida pel prodotto dell'altezza totale nell'altezza del rinfianco: — 3.° dell'ampiezza del vano si faccia il quadrato, che si moltiplichi per la sua altezza. Dal primo risultamento si sottragga il secondo; dalla differenza il terzo, e ciò che si ha si moltiplichi pel numero costante 0,5236 (*).

Esempio.

Abbiasi una volta sferoidica di sesto rialzato, fig. 11, (*tav.* 7), come sarebbe una cupola estradossata secondo una calotta sferoidica, e con rinfianco; e sia $afbg$ la pianta di una tal volta e $GAFBIVCDG$ il suo profilo secondo ed. Se ne voglia la misura; vogliasi la misura cioè di tutto il muramento messo al disopra del piano d'imposta GI.

Misuro l'alt. OF e l'ampiezza AB del vano della volta, e sia OF pal. 30,5, AB pal. 24; misuro le distanze orizzontale VE e verticale EC del vertice V della calotta di estradosso dal punto C, ossia dalla sua base, e sia EV pal. 14,2 ed EC pal. 16; la largh. DC, e l'altezza GD del rinfianco, e sia DC pal. 2,8 e GD pal. 16; e calcolo l'alt. totale OV della volta, che è uguale ad EC più DG, e perciò risulta pal. 32, e l'ampiezza totale GI che è uguale a due volte

(*) Questa regola suppone, come va fatto in buona architettura, che la sferoide dell'estradosso passi per la circonferenza del circolo sul piano dell'imposta che è base del rinfianco. Però la ellisse generatrice della sferoide di estradosso sarà determinata dalla gross. alla imposta, al punto di rottura, ed alla chiave: e non potrà essere, come taluno potrebbe supporre, concentrica colla ellisse che genera la sferoide di intradosso. Dovendo essere la gross. alla chiave sempre minore che quella al punto di rottura, e questa minore che quella all'imposta, il centro della sferoide di estradosso cadrà al di sotto di quello della sferoide d'intradosso; però era uopo, non potendosi col fatto misurare, eliminare dai calcoli gli assi della sferoide dell'estradosso. Di qui è che i calcoli sembrano alcun poco lunghetti.

la somma di *EV* con *CD*, e perciò di pal. 34. E ad un tempo sul luogo del lavoro scrivo — Volta sferoidica (e qui dicesi di qual natura ne è il muramento di che è composta e l'uso cui è destinata) di sesto rialzato col vano di alt. pal. 30,5 ed ampiezza pal. 24, estradossata secondo una calotta sferoidica col vertice distante dalla sua base orizzontalmente pal. 14,2 e verticalmente pal. 16, e con rinfianco di largh. pal. 2,8 ed alto pal. 16, talchè l'alt. totale della volta è di pal. 32, e l'ampiezza totale di pal. 34.

Fatte tali cose sul luogo, fo poi il seguente

CALCOLO.

Primo.

alt. totale 32
dopp. alt. rinf. 32
somma 64
metà amp. tot. 17 suo quadr. 289
prod. 18496 18496
dist. orizz. 14,2 suo quadr. 201,64
dist. vert. 16
prod. 3226,24 3226,24
somma 21722,24
dopp. 43444,48

Secondo

alt. tot. 32 suo quadr. 1024
alt. rinf. 16 suo quadr. 256
somma 1280
metà amp. tot. 17 suo quadr. 289
prod. 369920 369920
alt. tot. 32 suo quadr. 1024
dist. orizz. 14,2 suo quadr. 201,64
prod. 206479,36 206479,36
diff. 163440,64 alt. tot. 32
dist. vert. 16 alt. rinf. 16
prod. 2615050,24 d. per pro. 512
quoz. 5107,52

Terzo.

ampiezza vano 24 suo quadr. 576,0
alt. vano 30,5
prod. 17568

1.° risult.	43444,48
2.° risult.	5107,52
diff.	38336,96
3.° risult.	17568,00
diff.	20768,96
n. cost.	0,5236
prod.	10874,6275

Quindi la misura del muramento della data volta è di pal. cubici 10874,63. Dal qual numero colle norme date al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il costo della data volta.

4.

Volta sferoidica a base circolare, estradossata secondo una calotta sferica e con rinfianco.

REGOLA.

Si misuri l'altezza e l'ampiezza del vano della volta, la distanza orizzontale e verticale del vertice dell'estradosso dal circolo che ne è base, e l'altezza e la larghezza del rinfianco.

Il triplo del quadrato della distanza orizzontale si addizioni col quadrato della distanza verticale, e la somma si moltiplichi per la medesima distanza verticale; la distanza orizzontale si sommi colla larghezza del rinfianco, della somma si faccia il quadrato, che si moltiplichi per l'altezza del rinfianco e per 6. I due prodotti si sommino e dalla somma si sottragga il prodotto del quadrato dell'ampiezza del vano nella sua altezza; e la differenza si moltiplichi pel numero costante 0,5236.

Esempio.

Abbiasi una volta sferoidica a base circolare, fig. 9, (*tav.* 7), e di sesto rialzato, estradossata secondo una calotta sferica, e con rinfianco; il profilo della quale è *EAFBIVCDE*: ove *AFB* è il profilo dell'intradosso, *CVH* quello dell'estradosso, ed *EDC* quello del rinfianco. Vogliasi la misura di una tal volta, ossia di tutto il muramento posto al disopra del piano d'imposta *EI*.

Misuro l'alt. *OF*, e l'ampiezza *AB* del vano della volta, e sia *OF* pal. 24, ed *AB* pal. 24, misuro le distanze orizzontale *VG*, e verticale *GC* del vertice *V* dalla base dell'estradosso, ossia dal punto *C*, e l'alt. *ED*, e la larg. *DC* del rinfianco; e sia *VG* pal. 13,1, *GC* pal. 12,5, *ED* pal. 13, *DC* pal. 3,9. E ad un tempo scrivo — Volta sferoidica (e qui dicesi di che natura è il muramento di che è composta e l'uso cui è destinata) a base circolare, di sesto rialzato col vano di alt. pal. 24 ed ampiezza pal. 24, estradossata secondo una calotta sferica col vertice distante dalla sua base orizzontalmente per pal. 13,1 e verticalmente per pal. 12,5, e con rinfianco alto pal. 13, e largo pal. 3,9.

Con questi dati poi fo il seguente

CALCOLO.

dist. orizz.	13,1	suo quadr.	171,61		
		triplo	514,83		
dist. vertic.	12,5	suo quadr.	156,25		
		somma	671,08		
		dist. vert.	12,5		
		prod.	8388,50	....	8388,50
dist. orizz.	13,1				
larg. rinf.	3,9				
somma	17,0	suo quadr.	289		
		alt. rinf.	13		
		prod.	3757		
			6		
		prod.	22542	....	22542,00
				somma	30930,50
amp. vano	24	suo quadr.	576		
		alt. vano	24		
		prod.	13824	....	13824
				diff.	17106,50
				n. cost.	0,5236
				prod.	8956,9634

Dunque la data volta è di misura pal. cubici 8956,96. Dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125,126*) cavasi il costo del muramento della volta medesima.

5.

Volta sferoidica a base circolare di sesto rialzato, estradossata secondo una calotta sferica e con più rinfianchi accollati.

REGOLA.

Si misuri l'altezza e l'ampiezza del vano della volta, le distanze orizzontale e verticale del vertice della calotta di estradosso dalla linea che ne è base, l'altezza e la larghezza di ciascun rinfianco.

Si facciano i due calcoli seguenti e dal risultato del primo si sottragga il secondo. — 1° la distanza orizzontale si addizioni colle larghezze di tutti i rinfianchi, della somma si faccia il quadrato, e questo si moltiplichi per la somma delle altezze dei rinfianchi medesimi e per 6; ed al prodotto si aggiunga l'altro che si ottiene così: delle due distanze orizzontale e verticale del vertice della calotta di estradosso dalla linea che ne è base si facciano i quadrati, ed al triplo del primo si aggiunga il secondo; la somma si moltiplichi per la distanza verticale: dalla qual somma dei due prodotti si sottragga l'altro del quadrato dell' am-

piezza del vano per la sua altezza; e la differenza si moltiplichi pel numero costante 0,5236 — 2° la distanza orizzontale si sommi (a cominciare da sopra) colla larghezza del primo rinfianco, la somma con quella del secondo, ciò che si ha con quella del terzo, e così di seguito meno quella dell'infimo; e ciascuna di tali somme si moltiplichi rispettivamente per l'altezza (coll'istesso ordine) del primo, secondo, terzo rinfianco, e così successivamente; e per le somme rispettive delle altre larghezze non addizionate: tutti i prodotti si sommino tra loro, e la somma si moltiplichi per 6,2832 — Dal 1° risultato finale si sottragga il 2° come si è detto.

Esempio.

Abbiasi una volta sferoidica come è rappresentata nella fig. 12, (*tav.* 7), di sesto rialzato, estradossata secondo una calotta sferica, e con tre rinfianchi accollati. Vogliasi la misura del volume di una tal volta, ossia di tutto il muramento messo al di sopra del piano d'imposta AB.

Misuro l'alt. OF, e l'ampiezza AB del vano della volta; e sia OF pal. 20, ed AB pal. 24; misuro le distanze orizzoutale CV, e verticale CD del vertice V dell'estradosso dalla linea che ne è base, e sia CV pal. 11, e CD pal. 8; e misuro le alt. TE,HG,KI, e le largh. DE,GT,IH de' rinfianchi, e sia TE pal. 3,5, GH pal. 4,5, KI pal. 5,5, e DE pal. 3, GT pal. 3, IH pal. 3. E ad un tempo scrivo — Volta sferoidica (e qui dicesi la natura del muramento di che è composta e l'uso cui è destinata) a base circolare, di sesto rialzato di alt. pal. 20 ed ampiezza pal. 24, estradossato secondo una calotta sferica col vertice distante dalla linea che ne è base orizzontalmente per pal. 11, e verticalmente per pal. 8, e con tre rinfianchi; il primo (a cominciare da sopra) alt. pal. 3,5 largh. pal. 3, il secondo alt. pal. 4,5 largh. pal. 3, ed il terzo alt. pal. 5,5, e largo pal. 3.

Fatte tali operazioni sul luogo del lavoro, fo poi il seguente

CALCOLO.

Primo.

		dist. orizz.	11		
			3		
		larg. linf.	3		
	3,5		3	dist. oriz. 11 suo quadr.	121
alt. rinf.	4,5	somma	20	triplo	363
	5,5	quadr.	400	dist. vert. 8 suo quadr.	64
somma	13,5	....	13,5	somma	427
		prod.	5400,0	dist. vertic.	8
			6	prod.	3416
		prod.	32400	....	32400
				somma	35816
amp. vano	24	suo quadr.	576		
		alt. vano	20		
		prod.	11520	....	11520
				diff.	24296
				n. cost.	0,5236
				prod.	12721,3856

Secondo.

dist. orizz.	11				
larg. 1.° rinf.	3				
somma	14	....	14		
larg. non addiz.	6	largh. 2. rinf.	3		
prod.	84	somma	17	prod. olt. {	294
alt. 1. rinf.	3,5	larg. non add.	3		229,5
prod.	294	prod.	51	somma	523,5
		alt. 2.° rinf.	4,5	n. cost.	6,2832
		prod.	229,5	prod.	3289,2552

1.° risult.	12721,3856
2.° risult.	3289,2552
diff.	9432,1304

Dunque la misura del volume della data volta è di pal. cubi. 9432,13. Dal qual numero colle norme date al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il costo di essa volta.

§. 2.

VOLTE SFEROIDICHE DI PIANTA ELLITTICA.

6.

Volta sferoidica a base ellittica estradossata piana.

REGOLA.

Si misurino i due assi della pianta del vano della volta, e veggasi alla metà di quali di essi n'è uguale l'altezza; si misurino i due assi del piano estradosso, e l'altezza di esso sopra l'imposta.

I due assi del piano estradosso si moltiplichino tra loro, ed il prodotto per l'altezza di esso da sopra l'imposta; l'asse della pianta del vano la di cui metà non eguaglia l'altezza si moltiplichi pel quadrato dell'altro asse; dal triplo del primo prodotto finale si sottragga il secondo, e la differenza si moltiplichi pel numero costante 0,2618.

Esempio.

Abbiasi una galleria ellittica, fig. 1 (*tav. 8*), la di cui pianta è *acbdaenk*, e sia coverta da una volta sferoidica estradossata piana, della quale $BIAEF$ è la sezione secondo *be*, e $DI'CKLN$ è la sezione secondo *dk*: sarà *bcad* la pianta del vano della volta, *knmek* quella del suo estradosso che è rappresentato nelle sezioni nelle rette MF, NL. Vogliasi la misura del volume di una tal volta; ossia di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta DE, e l'altro NF di estradosso.

Misuro i due assi *ab*, *cd* della pianta del vano, e misuratane l'alt. GI vedo esser essa uguale alla metà dell'asse minore *cd*, misuro i due assi *me*, *kn* ossia MF, NL dell'estradosso, e la sua alt. EF da

sopra l'imposta *BK*: e sia *ab* pal. 40, *cd* pal. 20, *GI* uguale alla metà di *cd*, *MF* pal. 50, ed *NL* pal. 30. E ad un tempo scrivo — Volta sferoidica (e quì dicesi l'uso cui è destinata e la natura del muramento di che è composta) di pianta ellittica col vano di asse maggiore pal. 40, minore pal. 20 e di alt. uguale alla metà dell' asse minore; e con estradosso piano, di asse maggiore pal. 50 minore pal. 30, ed alto da sopra l'imposta pal. 12.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

		as. mag. estr.	50		
		as. min. estr.	30		
		prod.	1500		
		alt. su imp.	12		
		prod.	18000	suo triplo	54000
		as. mag. vano	40		
as. min. vano	20	suo quadr.	400		
		prod.	16000	....	16000
				diff.	38000
				n. cost.	0,2618
				prod.	9948,4000

Dunque il muramento che costituisce la data volta è di misura pal. cubici 9948,40. Dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il prezzo della volta.

7.

Volta sferoidica a base ellittica estradossata secondo una semiellissoide.

REGOLA.

Si misurino i due assi della pianta del vano, se ne prendano le metà, e veggasi quale di questa è uguale alla sua altezza; e si misurino la maggiore e minore delle distanze orizzontali, e la verticale del vertice dell' estradosso dalla linea esterna dell' imposta, che ne è base.

Le due misurate distanze orizzontali del vertice dell' estradosso dalla linea che ne è base si moltiplichino tra loro, ed il prodotto per la distanza verticale; il quadrato dell' altezza del vano si moltiplichi pel semiasse della sua pianta che non gli è uguale, e dal primo prodotto finale si sottragga il secondo; la differenza si moltiplichi pel numero costante 2,0944.

Esempio.

Abbiasi una galleria ellittica, coverta da una volta sferoidica estradossata secondo una semiellissoide, il tutto come mostra la fig. 2 della (*tav. 8*), vogliasi la misura del volume di una tal volta.

Misuro i due assi *ab*, *cd* della pianta *acbd* del vano della volta, che sono rispettivamente uguali a BA, DC, e veggo quali di essi è uguale alla sua alt. GI, che perciò pure misuro; e misuro la maggiore FE' e minore $F'E''$ delle distanze orizzontali *fe*, *fe'*, *fe''* ... del vertice F dell'estradosso dalla linea esterna *mke'e''nm* dell'imposta che ne è base, e la sua distanza verticale EE', ossia NE'' dalla medesima linea; e sia *ab* pal. 40, GI pal. 10, FE' pal. 25, $F'E''$ pal. 15, EE' pal. 12. E ad un tempo scrivo — Volta sferoidica (quì dicesi l'uso cui è destinata e la natura del muramento di che è composta) di pianta ellittica col vano di asse maggiore pal. 40, e di alt. pal. 10 uguale alla metà dell'asse minore, e ad estradosso semiellissoidico col vertice distante dalla linea dell'estradosso che ne è base orizzontalmente la maggiore pal. 25, la minore pal. 15, e verticalmente pal. 12.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

mag. dist. orizz.	25		
min. dist. orizz.	15		
prod.	375		
dist. vert.	12		
prod.	4500	....	4500
alt. vano	10		
suo quadr.	100		
semiass. mag. vano	20		
prod.	2000	....	2000
		diff.	2500
		n. cost.	2,0944
		prod.	5236,0000

Dunque il volume del muramento costituente la data volta è di pal. cubici 5236. Dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi la misura della data volta.

8.

Volta sferoidica a base ellittica estradossata secondo un segmento di ellissoide, e con rinfianco.

REGOLA.

Si misurino li due assi della pianta del vano, se ne prendano le metà, e veggasi a quali di queste n'è uguale l'altezza; si misuri la maggiore e la minore tra le distanze orizzontali del vertice dell'estradosso dalla linea superiore esterna del rinfianco, la distanza verticale di esso dalla stessa, e l'altezza del rinfianco.

Facciansi i tre calcoli seguenti; — 1.° le due misurate distanze orizzontali del vertice dell'estradosso dalla linea esterna del rinfianco si moltiplichino

tra loro, per l'altezza del rinfianco, ed il prodotto si tripli: — 2.° il doppio della distanza verticale si addizioni col triplo dell'altezza del rinfianco, la somma si moltiplichi pel già trovato prodotto delle due distanze orizzontali, e ciò che si ottiene si moltiplichi pel quadrato della distanza verticale, e si divida pel quadrato della somma dell'altezza del rinfianco colla distanza verticale: — 3.° il quadrato dell'altezza del vano si moltiplichi per l'asse della sua pianta di cui la metà non gli è uguale. I primi due risultamenti si addizionino, dalla somma si sottragga il terzo, e la differenza si moltiplichi pel numero costante 1,0472.

Esempio.

Abbiasi una galleria ellittica, fig. 3 (*tav. 8*), la di cui pianta è *acbdaekmn*, e sia coverta da una volta sferoidica con rinfianco, e della quale $BIAMFV$ è la sezione secondo *me*, e $CV'LNDI'C$ la sezione secondo *dk*; sarà *bcad* la pianta del vano della volta, e *kmnek* quella della linea esterna del rinfianco denotato nelle sezioni in MFP,NLQ. Vogliasi la misura del volume di una tal volta; ossia di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta MC, ed il rinfianco e l'estradosso.

Misuro i due assi *ab*, *cd* della pianta del vano, ne prendo la metà, e vedo che la seconda di esse è uguale all'alt. GI del vano: e sia GI pal. 10, ed *ab* pal. 40; di tutte le distanze ve,ve',ve'', vn del vertice v dell'estradosso dalla linea superiore esterna *kenmk* del rinfianco misuro la maggiore *ve* ossia VF', e la minore *vn* ossia $V'L$; misuro la distanza verticale FF', ossia LL' del vertice V dalla stessa linea *mknem*, e l'alt. MF del rinfianco: e sia VF' pal. 25, $V'L'$ pal. 15, FF' pal. 4, ed MF pal. 8. E misurando le dette rette scrivo — Volta sferoidica (e quì dicesi l'uso cui è destinata e la natura del muramento di che è composta) di pianta ellittica col vano di asse maggiore di pal. 40, di semiasse minore uguale all'alt. di pal. 10, e con rinfianco alto pal. 8, la di cui linea superiore serba dal vertice dell'estradosso a segmento ellissoidico la maggiore distanza orizzontale di pal. 25, la minore di pal. 15, e la distanza verticale di pal. 4.

Dopo tutto ciò fo poi il seguente

CALCOLO.

Primo.

dist. orizz. mag.	25
dist. orizz. min.	15
◇ prod.	375
alt. rinf.	8
prod.	3000
triplo	9000

Secondo.

dist. vertic.	4	suo dop.	8		
alt. rinf.	8	suo trip.	24		
		somma	32		
		prod. ◇	375	alt. rinf.	8
		prod.	12000	alt. vert.	4
dist. vert.	4	suo quad.	16	somma	12
		prod.	192000	div. suo quad.	144
				quoz.	1333,33

Terzo

alt. vano vol.	10	suo quadr.	100
		ass. magg.	40
		prod.	4000

1.° risult.	9000
2.° risult.	1333,33
somma	10333,33
3.° risult.	4000,
diff.	6333,33
n. cost.	1,0472
prod.	6632,2632

Dunque la misura della data volta è di pal. cubici 6632,26. Dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) deducesi il costo del muramento costituente la volta.

ARTICOLO IX.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A VELA.

Le volte a vela sono sempre o di pianta rettangolare o quadrata; ed ai quattro lati sono terminate da quattro archivolti sempre uguali a due a due. Lo spazio compreso tra ciascuno di tali archivolti ed al di sopra di un piano condotto per l'imposte della volta, ossia de' detti archivolti, o punti di nascita di essi, suol essere o pieno o traforato, ed in tutto od in parte. Nelle regole che daremo supporremo esser pieni di muramento tali spazii, per modo che esse daranno non solo la misura della volta propriamente detta, ma ancora ad un tempo quella dei quattro *tamburi* compresi tra i suoi quattro archivolti: per la qual cosa sarà uopo dedurne poi i vani che potranno esservi scolpiti, per le regole date nell' articolo secondo del capo primo (*pag. 51*): ed è chiaro che quando i detti archivolti fossero del tutto a giorno vanno considerati ciascuno come un vano semicircolare o semiellittico di corda quanto l'ampiezza dell'archivolto, e di freccia quanto la freccia sua (*reg. 14, pag. 60 ; reg. 26, pag. 72.*).

Le volte medesime all'estradosso sogliono comunemente essere terminate di livello, comunque potessero pure terminarsi curve. Epperò non parleremo che delle volte a vela estradossate piane.

1.

Volta a vela di pianta quadrata con archivolti circolari.

REGOLA.

Si misuri la corda di un archivolto, un lato dell'estradosso, e la sua altezza da sopra l'imposta.

Il quadrato del lato dell' estradosso si moltiplichi per l'altezza di esso, da sopra l'imposta. Il cubo della corda si moltiplichi pel numero costante 0,5685. E dal primo prodotto si sottragga il secondo (*).

ESEMPIO.

Abbiasi una volta a vela di pianta quadrata ed estradossata piana, come è rappresentata nella fig. 4 (*tav. 8*), e vogliasi la misura del suo volume, ossia di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta AC, e l'altro di estradosso DE.

(*) Leggasi il prologo messo al principio di questo articolo.

Misuro la corda AB di un suo archivolto, un lato DE del suo estradosso e la sua alt. CD sopra l'imposta AC; e sia AB pal. 24, DE pal. 32, e CD pal. 18. Ad un tempo, scrivo. — Volta a vela di pianta quadrata, ad archivolti circolari di corda pal. 24, e ad estradosso piano di lato pal. 32, alto da sopra l'imposta per pal. 18.

Dopo ciò fo il seguente

CALCOLO.

lato estr.	32	suo quadr.	1024		
		alt. estr.	18		
		prod.	18432	....	18432
cord. archiv.	24	suo cubo	13824		
		n. cost.	0,5685		
		prod.	7858,9440	....	7858,944
				diff.	10573,056

Dunque la misura del muramento della data volta è di palmi cubici 10573,06. Dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo cavasi la misura della data volta.

Avvertimento — Qui si è supposto, conformemente a ciò che è detto al principio di questo articolo (*pag. 221*), che lo spazio ABc, compreso tra l'archivolto AcB della volta, ed il piano AC d'imposta fosse pieno di muramento, che vi fosse cioè un *tamburo* in ciascun lato. Però il numero 10573,06 contiene la misura di tutti quattro essi ancora. Se fosse a giorno come suole talora praticarsi, allora se ne caverà il vano: per esempio $\alpha\beta\gamma$, colla regola 14 dell'art. 2.° del 1.° capo (*pag. 60*); o con altra di quelle, se in vece vi fosse un vano di altra natura, come pure talora suol farsi.

2.

Volta a vela, di pianta quadrata, con archivolti ellittici di uguale altezza.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia di un archivolto, un lato dell'estradosso e l'altezza di esso da sopra l'imposta.

Il quadrato del lato dell'estradosso si moltiplichi per la sua altezza da sopra l'imposta. Il quadrato della corda si moltiplichi per la freccia, e pel numero costante 1,5708. Dal primo prodotto si sottragga il secondo (*).

(*) Leggi l'introduzione a quest'art. (*pag. 221.*).

Esempio.

Abbiasi una volta a vela, fig. 5 (*tav. 8*), estradossata piana e di pianta quadrata, come è rappresentata nella figura, con archivolti ellittici e di uguale altezza: e vogliasi la misura del volume di una tal volta, ossia di tutto il muramento compreso tra il piano AC dell'imposta, ed ED di estradosso.

Misuro la corda AB, e la freccia Fc di un archivolto, il lato DE dell'estradosso, e la sua alt. CD da sopra l'imposta BC. E sul luogo scrivo — Volta a vela di pianta quadrata ad archivolti ellittici tutti di uguale altezza, di corda pal. 24, e di freccia pal. 6, ad estradosso piano di lato pal. 32, alto da sopra l'imposta per pal. 9.

Dopo ciò fo il seguente

CALCOLO.

lato estr.	32	suo quadr.	1024		
		alt. estrad.	9		
		prod.	9216	....	9216
cor. archiv.	24	suo quadr.	576		
		frec. arch.	6		
		prod.	3456		
		n. cost.	1,5708		
		prod.	5428,6848	....	5428,6848
				diff.	3787,3152

Dunque la misura della data volta è di pal. cubici 3787,32, dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo cavasi il costo della data volta.

Avvertimento — Qui si è supposto conformemente a ciò che è detto al principio di questo articolo (*pag.* 221), che lo spazio ABc, compreso tra l'archivolto AcB della volta, ed il piano AB d'imposta fosse pieno di muramento, che vi fosse cioè un *tamburo* in ciascun lato; per la qual cosa il numero 3787,32 contiene la misura di tutti quattro essi ancora. Se fosse a giorno come suole talora praticarsi, allora se ne caverà il vano: per esempio $\beta x\gamma$ colla regola 14 dell'art. 2°. del 1°. capo (*pag.* 60); o con altra di quelle, se invece vi fosse un vano di altra natura, come pure talora suol farsi.

3.

Volta a vela di pianta rettangolare con archivolti semicircolari.

REGOLA.

Si misuri la diagonale della pianta del vano della volta, le corde di due archivolti dissuguali, i lati dissuguali dell'estradosso e l'altezza di esso sopra l'imposta.

I due lati dell' estradosso si moltiplichino tra loro, ed il prodotto nell' altezza dell' estradosso sopra le imposte. Le due corde si moltiplichino, ed al prodotto si aggiunga il doppio del quadrato della diagonale; la somma che ne risulta si moltiplichi per la somma delle corde, dal prodotto si sottragga il doppio del cubo della diagonale, e la differenza si moltiplichi pel numero costante 0,1309. Dal primo prodotto finale si sottragga il secondo.

Esempio.

Abbiasi una volta a vela estradossata piana, fig. 6 (*tav. 8*), di pianta rettangola *abg*, le di cui sezioni secondo *PQ*,*RS* sono rappresentate in *AmBCDE*, *B'nGIFD'*: vogliasi la misura del volume di una tal volta, ossia di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta *ACI*, e l'altro di estradosso *EDF*.

Misuro la diagonale *ag* della pianta *abg* del vano della volta e sia pal. 38,42; misuro la corda *AB* dell' archivolto maggiore *AmB* e sia *AB* pal. 30; e la corda *B'G* dell' archivolto minore *B'nG* e sia *B'G* di pal. 24, e misuro i lati magg. *ED*, e min. *D'F* dell' estradosso, e l'alt. *DC* di esso da sopra l' imposta *AC*; e sia *ED* pal. 40, *D'F* pal. 34, e *DC* pal. 21. E sul luogo del lavoro scrivo. — Volta a vela (e qui dicesi la natura del muramento di che è composta e l'uso cui è destinata) di pianta rettangola di diagonale di pal. 38,42, con archivolti semicircolari, i due maggiori di corda pal. 30 ed i minori di corda pal. 24, e ad estradosso piano di lato magg. pal. 40 min. pal. 34, ed alto sopra l'imposta per pal. 21.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

				lato mag. estr.	40		
				lato min. estr.	34		
				prod.	1360		
				alt. estrad.	21		
				prod.	28560	……	28560
		cor. arch. mag.	30				
		cor. arch. min.	24				
		prod.	720	cor. arc. mag.	30		
qua. diag.	1476,10			cor. arc. min.	24		
suo dopp.	2952,20	……..	2952,20	somma	54		
		somma	3672,20	……………	3672,20		
				prod.	198298,80		
cub. diag.	56711,62						
suo dopp.	113423,24	………………		………………	113423,24		
				diff.	84875,56		
				n. cost.	0,1309		
				prod.	11110,2108	…..	11110,2108
						diff.	17449,7892

Dunque la misura del volume della data volta è di pal. cubici 17449,79, dal qual numero colle norme date al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi l'importo della data volta.

Avvertimento — Come è detto nel prologo a questo articolo (*pag. 221*) il numero 17449,79 comprende non solo la misura della volta propriamente detta, ma ancora quella dei *tamburi* messi al disotto dei suoi archivolti, dei quali $AmBA$, $B'nGB'$ ne sono due; poichè la regola suppone che essi fossero pieni. Se fossero traforati, se vi fossero aperti dei lumi cioè, misurati essi per le regole date nell'articolo secondo della prima parte (*pag. 51*), i numeri che ne risulterebbero si sottrarrebbero dall'altro 17449,79. Similmente se i detti archivolti fossero del tutto a giorno, come pure suol pratticarsi; allora si considererebbe AmB come un vano semicircolare, che si misurerà per la reg. 51 dell'art. 2.° del cap. I.° (*pag. 60*) e ciò che ne verrà si dedurrà dal detto numero ottenuto per la regola precedente.

4.

Volta a vela estradossata piana, di pianta rettangolare con archivolti due opposti semicircolari e gli altri due semiellittici, e tutti di eguale altezza.

REGOLA.

Si misurino le corde di un archivolto semicircolare e di uno dei semiellittici, un lato maggiore ed un minore dell'estradosso e la sua altezza da sopra l'imposta.

I due lati dell'estradosso si moltiplichino, ed il prodotto nell'altezza dell'estradosso sopra l'imposta. Il quadrato della corda dell'archivolto semicircolare si moltiplichi per la corda dell'archivolto semiellittico, e pel numero costante 0,5685. Dal primo prodotto finale si sottragga il secondo.

Esempio.

Abbiasi una volta a vela di pianta rettangola, fig. 7 (*tav. 8*), come è rappresentata nella figura; sul lato maggiore, cioè, ab della pianta abbia un archivolto AmB a forma di semiellisse, e sul lato minore bg della pianta medesima abbia un archivolto semicircolare $B'nG$, la di cui altezza o raggio On, sia uguale all'alt. o freccia Om dell'archivolto semiellittico; e così sui lati opposti hg, ah; talchè tutti i quattro della volta abbiano uguale altezza: e sia estradossata piana. Vogliasi la misura del muramento di una tal volta, ossia di tutto quello compreso tra il piano d'imposta $ACB'I$ e l'altro di estradosso EDF; non escluso i tamburi AmB, $B'nG$, e gli opposti.

Misuro le corde AB, $B'G$ di due archivolti, l'uno ellittico e l'altro circolare, il lato magg. DE, ed il min. $D'F$ dell'estradosso e l'alt. CD del piano estradosso ED, sopra l'imposta AC; e sia AB pal. 30, $B'G$ pal. 24, ED pal. 40, $D'F$ pal. 34, e CD pal. 18. Ad un tempo scrivo — Volta a vela (e qui dicesi la natura del muramento di che è composta e l'uso cui è destinata) di pianta rettangolare con archivolti tutti di uguale alt., i due maggiori semiellittici depressi di corda pal. 30, ed i due minori semicircolari di corda pal. 24, e ad estradosso piano di lato magg. pal. 40, min. pal. 34, ed alto sopra l'imposta pal. 18.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

		lato magg. estr.	40		
		lato min. estr.	34		
		prod.	1360		
		alt. estr.	18		
		prod.	24480	.. ..	24480
cor. circ.	24	suo quadr.	576		
		cor. ellis.	30		
		prod.	17280		
		n. cost.	0,5685		
		prod.	9823,6800	....	9823,68
				diff.	14656,32

Dunque la misura della data volta, ossia di tutto il muramento compreso tra i piani della sua imposta e del suo estradosso è di pal. cubici 14656,32. Dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi la misura della data volta.

AVVERTIMENTO — Come si è detto (*pag. 221*) la regola dà la misura di tutto il muramento compreso tra i piani d'imposta e di estradosso non escluso i *tamburi* $AmBA, B'nGB'$. Che se questi fossero traforati, o del tutto a giorno, dall' ottenuto numero si sottrarranno i numeri esprimenti la misura dei vani, e che si ottengono per le regole riportate nell' articolo 2.° del capo primo: così se saranno del tutto a giorno, si misurerà tutto il vano del tamburo AmB e del suo opposto colla regola 26 del detto articolo (*pag. 72*) e l'altro $B'nG'$ e suo opposto colla regola 14 dell' articolo medesimo (*pag. 60*).

5.

Volta a vela di pianta rettangolare con archivolti semiellittici tutti di uguale altezza.

REGOLA.

Si misurino le corde di due archivolti disuguali, la freccia di uno di essi il lato maggiore ed il minore dell' estradosso, e l' altezza sua da sopra l'imposta.

I due lati dell' estradosso si moltiplichino ed il prodotto nell' altezza dell' estradosso sopra l'imposta. Le due corde si moltiplichino tra loro, ed il prodotto per la freccia e pel numero costante 1,137. Dal primo prodotto finale si sottragga il secondo.

ESEMPIO.

Abbiasi una volta a vela di pianta rettangolare, come è rappresentata dalla fig. 8. *(tav. 8.)*, di pianta rettangolare *abgh* e con archivolti semiel-

litici AmB,$B'nG$, tutti di uguale altezza come vedonsi nelle sezioni della volta secondo PQ ed SR. Vogliasi la misura di una tal volta ossia di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta AI, e quello di estradosso EF, non escluso i tamburi AmB, $B'nG$ e gli opposti, dei suoi archivolti.

Misuro le corde AB,$B'G$ di due suoi archivolti disuguali, la freccia no di uno di essi, i lati magg. ED, e min. $D'F$ dell'estradosso, e la sua alt. DC da sopra l'imposta AC; e sia AB pal. 30, $B'G$ pal. 24, no pal. 6, ED pal. 40, $D'F$ pal. 34, e DC pal. 10. E ad un tempo scrivo — Volta a vela (e qui dicesi la natura del muramento di che è composta, e l'uso cui è destinata) di pianta rettangolare, con archivolti semiellittici li due maggiori di corda pal. 30, i minori di corda pal. 24 e tutti di uguale freccia di pal. 6; e ad estradosso piano di lato magg. pal. 40, min. pal. 34, alto sopra l'imposta per pal. 10.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

lato mag. estr.	40		
lato min. estr.	34		
prod.	1360		
alt. estr.	10		
prod.	13600	....	13600
cor. mag.	30		
cor. min.	24		
prod.	720		
frecc.	6		
prod.	4320		
n. cost.	1,[illegible]7		
prod.	4911,840	....	4911,84
		diff.	8688,16

Dunque la data volta, compresi i tamburi dei suoi quattro archivolti, è di misura pal. cubici 8688,16. Dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo, cavasi l'importo della data volta.

Avvertimento — Come si è detto (*pag. 221*) la regola dà la misura di tutto il muramento compreso tra i piani d'imposta e di estradosso non escluso i *tamburi* $AmBA$, $B'nGB'$. Che se questi fossero traforati, o del tutto a giorno; dall'ottenuto numero si sottrarranno i numeri esprimenti la misura dei vani, e che si ottengono per le regole riportate nell'articolo 2° del capo primo: così se saranno del tutto a giorno si misurerà tutto il vano dei tamburi AmB, $B'nG$ e degli opposti colla regola 26 del detto articolo (*pag. 72*).

ARTICOLO X.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A CROCIERA.

Le volte a crociera sono terminate ai quattro lati da quattro archivolti; e lo spazio compreso tra ciascuno di essi ed al di sopra di un piano condotto per l'imposte della volta, ossia de' detti archivolti, o punti di nascita di essi, suol essere o pieno o traforato, ed in tutto od in parte. Nelle regole che daremo supporremo esser pieni di muramento tali spazii, per modo che esse daranno non solo la misura della volta propriamente detta, ma ancora ad un tempo quella dei quattro *tamburi* compresi tra i suoi quattro archivolti: per la qual cosa sarà uopo dedurne poi i vani che potranno esservi scolpiti, per le regole date nell'articolo secondo del capo primo (*pag. 51*): ed è chiaro che quando i detti archivolti fossero del tutto a giorno vanno considerati ciascuno come un vano semicircolare o semiellittico di corda quanto l'ampiezza dell'archivolto, e di freccia quanto la freccia sua (*reg. 14, pag. 60; reg. 26, pag. 72.*).

Le volte medesime all'estradosso sogliono comunemente essere terminate di livello comunque potessero pure terminarsi curve. Epperò non parleremo che delle volte a crociera estradossate piane. In oltre il loro intradosso ha il suo vertice od allo stesso livello colle sommità dei suoi quattro archivolti, od al di sopra di tutti essi o di alcuno; nel primo caso le volte a crociera sono *cilindriche*, nel secondo *ellissoidiche*; e nel secondo più difficili a misurarsi che non nel primo. Per la qual cosa divideremo questo articolo in due paragrafi: nel primo si daranno le regole per le volte a crociera cilindriche, nel secondo per quelle ellissoidiche.

§ 1.

VOLTE A CROCIERA CILINDRICHE.

1.

Volta a crociera estradossata piana di pianta quadrata con archivolti circolari.

REGOLA.

Si misuri la corda di un archivolto, un lato dell'estradosso, e la sua altezza da sopra l'imposta.

Il quadrato del lato dell'estradosso si moltiplichi per l'altezza di esso da sopra l'imposta. Il cubo della corda si moltiplichi pel numero costante 0,452. E dal primo prodotto si sottragga il secondo (*).

(*) Leggasi il prologo messo al principio di questo articolo.

Esempio.

Abbiasi una volta a crociera di pianta quadrata ed estradossata piana, come è rappresentata nella fig. 9 (*tav. 8*), e vogliasi la misura del suo volume, ossia di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta AC, e l'altro di estradosso DE non escluso i suoi quattro tamburi.

Misuro la corda AB di un suo archivolto, un lato DE del suo estradosso e la sua alt. CD sopra l'imposta AC; e sia AB pal. 24, DE pal. 32, e CD pal. 14. Ad un tempo scrivo. — Volte a crociera di pianta quadrata, ad archivolti circolari di corda pal. 24, e ad estradosso piano di lato pal. 32, alto da sopra l'imposta per pal. 14.

Dopo ciò fo il seguente

CALCOLO.

lato ester.	32	suo quadr.	1024		
		alt. estrad.	14		
		prod.	14336	....	14336
cord. archiv.	24	suo cubo	13824		
		n. cost.	0,452		
		prod.	6248,4480	....	6248,448
				diff.	8087,552

Dunque la misura del muramento della data volta è di pal. cubici 8087,55. Dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo cavasi la misura della data volta.

Avvertimento — Qui si è supposto, conformemente a ciò che è detto al principio di questo articolo (*pag. 228*), che lo spazio ABc, compreso tra l'archivolto AcB della volta, ed il piano AC d'imposta fosse pieno di muramento, che vi fosse cioè un *tamburo* in ciascun lato. Però il numero 8087,55 contiene la misura di tutti quattro essi ancora. Se fosse a giorno come suole talora praticarsi, allora se ne caverà il vano: per esempio $\alpha\beta\gamma$, colla regola 14 dell' art. 2.° del 1.° capo (*pag. 60*); o con altra di quelle, se invece vi fosse un vano di altra natura, come pure talora suol farsi.

2.

Volta a crociera cilindrica estradossata piana, di pianta quadrata, e con archivolti semiellittici.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia di un archivolto, un lato dell' estradosso e l'altezza di esso da sopra l'imposta.

Il quadrato del lato dell' estradosso si moltiplichi per la sua altezza da sopra l'imposta. Il quadrato della corda si moltiplichi per la freccia, e pel numero costante 0,9041. Dal primo prodotto si sottragga il secondo (*).

Esempio.

Abbiasi una volta a crociera cilindrica, fig. 10 (*tav. 8*), estradossata piana e di pianta quadrata, come è rappresentata nella figura, con archivolti ellittici e di uguale altezza: e vogliasi la misura del volume di una tal volta, ossia di tutto il muramento compreso tra il piano *AC* dell' imposta, ed *ED* di estradosso, non escluso i suoi quattro tamburi.

Misuro la corda *AB*, e la freccia *Fc* di un archivolto, il lato *DE* dell' estradosso, e la sua alt. *CD* da sopra l' imposta *AC*. E sul luogo scrivo — Volta a crociera cilindrica di pianta quadrata ad archivolti ellittici tutti di uguale altezza, di corda pal. 24, e di freccia pal. 6, ad estradosso piano di lato pal. 32, alto da sopra l'imposta per pal. 8.

Dopo ciò fo il seguente

CALCOLO.

lato estr.	32	suo quadr.	1024		
		alt. estrad.	8		
		prod.	8192	....	8192
cor. arch.	24	suo quadr.	576		
		frec. arch.	6		
		prod.	3456		
		n. cost.	0,9041		
		prod.	3124,5696	....	3124,5696
				diff.	5067,4304

Dunque la misura della data volta è di pal. cubici 5067,43 dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il costo della data volta.

Avvertimento — Qui si è supposto conformemente a ciò che è detto al principio di questo articolo (*pag. 228*), che lo spazio *AB*c, compreso tra l'archivolto *AcB* della volta, ed il piano *AB* d'imposta fosse pieno di muramento, che vi fosse cioè un *tamburo* in ciascun lato; per la qual cosa il numero 5067,43 contiene la misura di tutti quattro essi ancora. Se fosse a giorno come suole talora praticarsi, allora se ne caverà il vano: per esempio $\alpha\beta\gamma$ colla regola 26 dell' art. 2°. del 1.° capo (*pag. 72*); o con altra di quelle, se invece vi fosse un vano di altra natura, come pure talora suol farsi.

(*) Leggi l' introduzione a questo art. (*pag. 228*).

3.

Volta a crociera cilindrica estradossata piana, di pianta rettangolare con archivolti due opposti semicircolari e gli altri due semiellittici.

REGOLA.

Si misurino le corde di un archivolto semicircolare e di uno dei semiellittici, un lato maggiore ed uno minore dell'estradosso e la sua altezza da sopra l'imposta.

I due lati dell'estradosso si moltiplichino, ed il prodotto nell'altezza dell'estradosso sopra l'imposta. Il quadrato della corda dell'archivolto circolare si moltiplichi per la corda dell'archivolto ellittico, e pel numero costante 0,452. Dal primo prodotto finale si sottragga il secondo (*).

Esempio.

Abbiasi una volta a crociera cilindrica di pianta rettangolare, come è rappresentata nella fig. 11, (*tav. 8*), sul lato maggiore *ab* della pianta abbia un archivolto *AmB* a forma di semiellisse, e sul lato minore *bg* della pianta medesima abbia un archivolto semicircolare *B'nG*, la di cui altezza o raggio *On*, sia uguale all' alt. o freccia *Om* dell'archivolto ellittico; e così sui lati opposti *hg*, *ah*; talchè tutti i quattro della volta abbiano uguale altezza; e sia estradossata piana. Vogliasi la misura del muramento di una tal volta, ossia di tutto quello compreso tra il piano d'imposta *ACB'I* e l'altro di estradosso *EDF*, non escluso i tamburi *AmB*, *B'nG*, e gli opposti.

Misuro le corde *AB*, *B'G* di due archivolti, l'uno ellittico e l'altro circolare, il lato magg. *DE*, ed il min. *D'F* dell'estradosso, e l'alt. *CD* del piano estradosso *ED*, sopra l'imposta *AC*; e sia *AB* pal. 30, *B'G* pal. 24, *ED* pal. 40, *D'F* pal. 34, e *CD* pal. 14. Ad un tempo scrivo — Volta a crociera cilindrica (e quì dicesi la natura del muramento di che è composta e l'uso cui è destinata) di pianta rettangolare con archivolti tutti di uguale alt.; i due maggiori semiellittici depressi di corda pal. 30 e i due minori semicircolari di corda pal. 24, e ad estradosso piano di lato magg. pal. 40, min. pal. 34, ed alto sopra l'imposta pal. 14.

(*) Leggi il prologo a questo art.° (*pag. 228*).

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

	lato magg. estr.	40		
	lato min. estr.	34		
	prod.	1360		
	alt. estr.	14		
	prod.	19040	....	19040
cor. arc. circ. 24	suo quadr.	576		
	cor. ellis.	30		
	prod.	17280		
	n. cost.	0,452		
	prod.	7810,56	....	7810,56
			diff.	11229,44

Dunque la misura della data volta, ossia di tutto il muramento compreso tra i piani della sua imposta e del suo estradosso è di pal. cubici 11229,44. Dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il costo della data volta.

Avvertimento — Come si è detto (*pag. 228*) la regola dà la misura di tutto il muramento compreso tra i piani d'imposta e di estradosso non escluso i *tamburi AmBA*, *B'nGB'*. Che se questi fossero traforati, o del tutto a giorno; dall'ottenuto numero si sottrarranno i numeri esprimenti la misura dei vani, e che si ottengono per le regole riportate nell'articolo 2.° del capo primo: così se saranno pel tutto a giorno si misurerà tutto il vano del tamburo *AmB* e del suo opposto colla regola 26 del detto articolo (*pag. 72*) e l'altro *B'nG* e suo opposto colla regola 14 dell'articolo medesimo (*pag. 60*).

4.

Volta a crociera cilindrica di pianta rettangolare con archivolti ellittici.

REGOLA.

Si misurino le corde di due archivolti dissuguali, la freccia di uno di essi, il lato maggiore, ed il minore dell'estradosso, e l'altezza sua da sopra l'imposta.

I due lati dell'estradosso si moltiplichino ed il prodotto nell'altezza dell'estradosso sopra l'imposta. Le due corde si moltiplichino tra loro, ed il prodotto per la freccia e pel numero costante 0,9041. Dal primo prodotto finale si sottragga il secondo (*).

(*) Leggi l'introduzione a questo articolo (*pag. 228*).

Esempio.

Abbiasi una volta a crociera cilindrica di pianta rettangolare, come è rappresentata nella fig. 12, (*tav. 8*), di pianta rettangolare *abg*, e con archivolti ellittici *AmB*, *B'nG*, tutti di uguale altezza, come vedonsi nelle sezioni della volta secondo *PQ* ed *SR*. Vogliasi la misura di una tal volta ossia di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta *AI*, e quello di estradosso *EF*, non escluso cioè i tamburi *AmB*, *B'nG* e gli opposti, dei suoi archivolti.

Misuro le corde *AB*,*B'G* di due suoi archivolti dissuguali, la freccia *no* di uno di essi, i lati magg. *ED*, e min. *D'F* dell'estradosso, e la sua alt. *DC* da sopra l'imposta *AC*; e sia *AB* pal. 30, *B'G* pal. 24, *no* pal. 6, *ED* pal. 40, *D'F* pal. 34, e *DC* pal. 8. E ad un tempo scrivo — Volta a crociera cilindrica (e quì dicesi la natura del muramento di che è composta, e l'uso cui è destinata) di pianta rettangolare, con archivolti semiellittici li due maggiori di corda pal. 30, i minori di corda pal. 24 e tutti con freccia di pal. 6; e ad estradosso piano di lato magg. pal. 40, min. pal. 34, alto sopra l'imposta per pal. 8.

Con questi dati fò poi il seguente

CALCOLO.

lato magg. estr.	40		
lato min. estr.	34		
prod.	1360		
alt. estrad.	8		
prod.	10880	....	10880
cor. mag.	30		
cor. min.	24		
prod.	720		
frecc.	6		
prod.	4320		
n. cost.	0,9041		
prod.	3905,712	....	3905,712
		diff.	6974,288

Dunque la data volta, compresi i tamburi dei suoi quattro archivolti, è di misura pal. cubici 6974,29. Dal qual numero colle norme prescritte al principio di questo capo, cavasi l'importo della data volta.

Avvertimento — Come si è detto (*pag. 228*) la regola dà la misura di tutto il muramento compreso tra i piani d'imposta e di estradosso non escluso i *tamburi AmBA*, *B'nGB'*. Che se questi fossero traforati, o del tutto a giorno; dall'ottenuto numero si sottrarranno i numeri esprimenti la misura dei vani, e che si ottengono per le regole riportate nell'articolo 2° del capo primo: così se saranno del tutto a giorno si misurerà tutto il vano dei tamburi *AmB*, *B'nG* e degli opposti colla regola 26 del detto articolo (*pag. 72*).

§. 2.

VOLTE A CROCIERA ELLISSOIDICHE.

5.

Volta a crociera ellissoidica estradossata piana di pianta quadrata con archivolti circolari.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del vano della volta, la corda di un archivolto, un lato dell'estradosso, e l'altezza di esso sopra l'imposta.

Si facciano i quadrati dell'altezza del vano e della semicorda; dal primo se ne sottragga il secondo, e dalla differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò — 1.° una tal radice si sottragga dall'altezza del vano dell'intradosso e si aggiunga al doppio dell'altezza medesima; ed il quadrato della differenza si moltiplichi per la somma e pel numero costante 1,5708; — 2.° la corda si moltiplichi per mille, il prodotto si divida per l'altezza dell'intradosso, e si trovi nella *Tav.* (A) la lung. dell'arco corrispondente al quoziente come corda (*V. art. prelimin. pag. 18*); lunghezza che si moltiplichi pel cubo dell'altezza dell'intradosso e si divida per mille; dal quoziente che se ne ha si sottragga il primo risultamento, e la differenza si moltiplichi per la doppia corda ed il prodotto si divida pel triplo della radice trovata: — 3.° il quadrato del lato dell'estradosso si moltiplichi per la sua altezza sopra l'imposta; e dal prodotto si sottragga il secondo risultamento (*).

Esempio.

Abbiasi una volta a crociera ellissoidica ed estradossata piana, come è rappresentata alla fig. 1, (*tav. 9*), di pianta quadrata *ABHI*, e ad archivolti circolari, dei quali *afb*, ne è uno. Vogliasi la misura del volume di una tal volta, ossia di tutto il muramento compreso tra il piano d'imposta *ac*, e l'altro di estradosso *ed*, non escluso i tamburi dei quali *afba* n'è uno.

Misuro l'altezza *on* del vano della volta, la corda *ab* di uno degli archivolti, un lato *ed*, ossia *ED* dell'estradosso, e l'altezza *dc* di esso estradosso da sopra l'imposta *ac*. E sul luogo del lavoro scrivo — Volta a crociera ellissoidica (e quì dicesi il muramento di che è composta, e l'uso cui è destinata) col vano di alt. pal. 16, di pianta quadrata con archivolti circolari ciascuno di corda pal. 24, e ad estradosso piano di lato pal. 32, ed alto sopra l'imposta per pal. 18.

(*) Leggi l'introduzione a questo art. *pag. 228*.

Dopo ciò fò il seguente

CALCOLO.

alt. vano	16	suo quadrato	256		
semicor.	12	suo quadrato	144		
		diff.	112	sua radice	10,58

Primo.

alt. vano	16	suo doppio	32
radice	10,58	....	10,58
		somma	42,58
diff.	5,42	suo quadr.	29,3764
		prod.	1250,8471
		n. cost.	1,5708
		prod.	1964,8306

Secondo.

mill. cor. 24000 div. alt. vano	16			
quoz.	1500	arc. corrisp.	1692,97	
			2,91	
		lungh. arc.	1695,88	
alt. vano	16	suo cubo	4096	
		prod.	6946324,48	
		div. per mille	6946,3245	
		1.° risult.	1964,8306	
		diff.	4981,4939	
		dopp. cor.	48	
		prod.	239111,7072	div.
		triplo rad.	31,74	
		quoz.	7533,45	

Terzo.

lato estr.	32	suo quadr.	1024
		alt. su imp.	18
		prod.	18432
		2.° risult.	7533,45
		diff.	10898,55

Dunque il muramento costituente la data volta è di misura pal. cubici 10898,55; dal qual numero colle norme date al principio di questo capo *(pag. 225, 226)* cavasi la misura della data volta.

Avvertimento — Come è detto innanzi il numero trovato 10898,55 dà non solo la misura della volta propriamente detta, ma ad un tempo anche quella dei quattro suoi tamburi. Epperò se questi fossero traforati, dal detto numero si dedurranno quelli esprimenti i vani, che calcolansi per le regole date nell' art. 2.° del Capo I.° *(pag. 51)*.

6.

Volta a crociera ellissoidica estradossata piana, di pianta quadrata con archivolti ellittici tutti di uguale altezza.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del vano della volta, la corda e la freccia di un archivolto, un lato dell'estradosso, e l'altezza di esso sopra l'imposta.

Si facciano i quadrati dell'altezza del vano, e della freccia; dal primo se ne sottragga il secondo, e dalla differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò: — 1.° una tal radice si sottragga dall'altezza del vano dell'intradosso, e si aggiunga al doppio dell'altezza medesima; ed il quadrato della differenza si moltiplichi per la somma, e pel numero costante 1,5708: — 2.° la freccia si moltiplichi per duemila, il prodotto si divida per l'altezza del vano, e si trovi nella *Tav. (A)* la lunghezza dell'arco corrispondente al quoziente come corda (*v. art. prelimin. pag. 18*); lunghezza che si moltiplichi pel cubo dell'altezza del vano dell'intradosso, e si divida per mille; dal quoziente che se ne ha si sottragga il primo risultamento, la differenza si moltiplichi pel quadrato della corda, e ciò che si ottiene si divida pel triplo del prodotto della trovata radice per la freccia dell'archivolto: — 3.° il quadrato del lato dell'estradosso si moltiplichi per la sua altezza sopra l'imposta; e dal prodotto si sottragga il secondo risultamento (*).

Esempio.

Abbiasi una volta a crociera ellissoidica, come è rappresentata nella fig. 2. (*tav. 9*), cioè tale che il vertice *n* del vano della volta, ossia l'incontro dei canti *an*, *bn* del suo intradosso stia più alto che i vertici dei suoi archivolti uno dei quali è *f*: e sia di pianta quadrata *ABHI*, e ad archivolti ellittici tutti di uguale altezza di cui uno è rappresentato in *afb*, nella sezione della volta secondo *KG*, e sia estradossata piana, come è rappresentato in *de* nella stessa sezione. Vogliasi la misura di una tal volta, ossia di tutto il muramento di che è composta, compreso tra il piano d'imposta *ab*, e l'altro di estradosso *de*, non escluso i *tamburi* posti tra i suoi quattro archivolti, dei quali *abfa* ne è uno.

Misuro l'alt. *on* del vano della volta e sia di pal. 7,5, la corda *ab* e la freccia *of* di un suo archivolto, e sia *ab* pal. 24, ed *of* pal. 6, misuro un lato dell'estradosso *ed*, projettato in pianta in *ED*, che sia di pal. 32, e misuro l'alt. *dc* di un tal piano da sopra l'imposta *ac* della volta, e sia *dc* pal. 9. E ad un tempo, eseguendo la misura, scrivo sul luogo del lavoro. — Volta a crociera ellissoidica (e quì dicesi il muramento di che è composta e l'uso cui è destinata) col vano di alt. pal. 7,50, di pianta quadrata con archivolti

(*) Leggi a *pag. 228* l'introduzione a questo articolo.

ellittici tutti di uguale altezza e ciascuno di corda pal. 24 e di freccia pal. 6, e di estradosso piano di lato pal. 32, ed alto da sopra l'imposta per pal. 9.
Dopo ciò fò il seguente

CALCOLO.

alt. vano 7,50 suo quadr. 56,25
frec. 6 suo quadr. 36
diff. 20,25 sua radice 4,5

Primo.

alt. vano 7,50 suo doppio 15
radice 4,50 4,5
somma 19,5
diff. 3,00 suo quadr. 9
prod. 175,5
n. cost. 1,5708
prod. 275,6754

Secondo.

duemila frec. 12000 div.alt.van. 7,5
quoz. 1600
cor. tav. min. 1599 arc. cor. 1850,05
2,91
diff. 1 arc. cor. 0,87
lung. arc. 1853,83
cubo alt. vano 421,875
prod. 782084,5312
div. per mille 782,0845
1.° risult. 275,6754 rad. 4,5
diff. 506,4091 frecc. 6
quadr. cor. 576 prod. 27,0
prod. 291691,6416 d.tri. 81
quoz. 3601,1314

Terzo.

lato estrad. 32 suo quadrato 1024
alt. su imp. 9
prod. 9216
2.° risult. 3601,1314
diff. 5614,8686

Dunque il muramento costituente la data volta coi suoi quattro tamburi è di misura pal. cubici 5614,87. Dal qual numero colle norme date al principio di questo capo (*pag. 125, 126*) cavasi il costo della data volta.

Avvertimento — Se tutti i quattro archivolti, od alcuno di essi fosse a giorno, cioè senza i tamburi, allora dal trovato numero 5614,87

bisognerà dedurne quello esprimente la misura del vano degli archivolti, o dell' archivolto a giorno colla regola 26 dell' art. 2.° del Cap. I.° (*pag.* 72). Similmente se nei tamburi fossero scolpiti vani di altra natura bisognerà dedurre dall' ottenuto numero 5614,87 la misura di essi, che si otterrà colle regole riportate nel detto art. 2.° del Cap. I.°

7.

Volta a crociera ellissoidica estradossata piana, di pianta rettangolare, ad archivolti circolari.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del vano della volta, la corda del maggiore e del minore archivolto, il maggiore ed il minore lato dell' estradosso, e l'altezza di esso sopra l' imposta.

Facciansi i due calcoli seguenti impiegando prima le dimensioni dell' archivolto maggiore e poi quelle del minore: cioè — 1.° si facciano i quadrati dell' altezza del vano della volta e della semicorda, dal primo se ne sottragga il secondo, e dalla differenza si estragga la radice quadrata; la quale separatamente si sottragga dall' altezza del vano, e si aggiunga al doppio dell' altezza medesima; ed il quadrato della differenza si moltiplichi per la somma e pel numero costante 1,5708: — 2.° la corda si moltiplichi per mille e si divida per l' altezza del vano, e si trovi nella *Tav.* (*A*) la lunghezza dell' arco corrispondente al quoziente come corda (*V. art. prelimin. pag. 18*); lunghezza che si moltiplichi pel cubo dell' altezza dell' intradosso, e si divida per mille; dal quale quoziente sottratto il primo risultamento, la differenza si divida pel prodotto della corda nella trovata radice. Fatti tali calcoli il risultamento finale di quelli eseguiti colle dimensioni dell' archivolto maggiore, si addizioni coll' altro di quelli eseguiti colle dimensioni dell' archivolto minore; e la somma si moltiplichi per le corde dei due archivolti e del prodotto se ne prenda la terza parte. I due lati dell' estradosso si moltiplichino tra loro, il prodotto per la sua altezza da sopra l' imposta; e da quello che ne risulta si sottragga la presa terza parte suddetta.

Esempio.

Abbiasi una camera di pianta rettangolare, e sia coverta da una volta a crociera ellissoidica, fig. 3 (*tav.* 9), di quelle cioè il di cui vertice *n*, incontro delle costole *an*, *bn*, non è all' istesso livello col vertice degli archivolti suoi; ed essendo *ABHI* la pianta della camera, ossia della volta, abbia i suoi archivoli circolari, come è rappresentata nelle sezioni secondo *CG*, *DF*, rappresentati in *afb*, *hgb'*. Vogliasi la misura del volume di una tal volta, ossia di tutto il muramento compreso tra il piano di imposta *abl* e l'altro di estradosso *cd* non escluso i suoi quattro tamburi, dei quali *abf*, *b'hg* sono due.

Misuro l'alt. *on* del vano della volta, e sia di pal. 19, la corda *ab* del maggiore archivolto *afb*, e quella *hb'* del min. *hgb'*, e sia *ab* pal. 30 ed *hb'* pal. 24; e misuro il lato maggiore *ed* ed il minore *d'f* dell' estradosso, e la sua alt. *d'l* da sopra l'imposta; e sia *de* pal. 40, *d'f* pal. 34, e *d'l* pal. 21. E ad uu tempo sul luogo del lavoro scrivo — Volta a crociera ellissoidica (e quì dicesi la natura del muramento di che è composta, e l'uso cui è destinata) col vano di alt. pal. 19, di pianta rettangolare, con archivolti circolari i due maggiori di corda pal. 30, i due minori di corda pal. 24, e ad estradosso piano di lati i due maggiori di pal. 40, i due minori di pal. 34, la di cui alt. da sopra l'imposta è di pal. 21.

Con questi dati fò poi il seguente

CALCOLO.

(colle dimensioni dell' archivolto maggiore)

Primo.

alt. vano 19	suo quadrato	361		
semicor. 15	suo quadrato	225		
	diff.	136	sua radice	11,66

alt. vano 19	suo dopp.	38
radice 11,66	....	11,66
	somma	49,66
diff. 7,34	suo quadrato	53,8756
	prod.	2675,4623
	n. cost.	1,5708
	prod.	4202,6162

Secondo.

mille cor. 30000	div. alt. vano	19		
	quoz.	1578 arc. cor.		
		1815,14		
		2,91		
	lung. arc.	1818,05		
	cubo alt. vano	6859		
	prod.	12470004,95		
	div. per mille	12470,0049	radice	11,66
	1.° risult.	4202,6162	corda	30
	diff.	8267,3887	d.pro.	349,8
			quoz.	23,6346

(colle dimensioni dell' archivolto minore)

Primo.

alt. vano 19 suo quadrato 361
semicor. 12 suo quadrato 144
diff. 217 sua radice 14,73
alt. vano 19 suo dopp. 38
radice 14,73 14,73
somma 52,73
diff. 4,27 suo quadrato 18,2329
prod. 961,4208
n. cost. 1,5708
prod. 1510,1998

Secondo.

mille cor. 24000 div. alt. vano 19
quoz. 1263 arc. corris. 1361,36
5,82
lung. arc. 1367,18
cubo alt. vano 6859
prod. 9377487,62
div. per mille 9377,4876 radice 14,73
1.° risult. 1510,1998 corda 24
diff. 7867,2878 d.pro. 353,52
quoz. 22,2542

risult. dimens. arc. magg. 23,6346
risult. dimens. arc. min. 22,2542
somma 45,8888
cor. arc. magg. 30
prod. 1376,6640
cor. arc. min. 24
prod. 33039,9360
◇ terza parte 11013,3120

lato magg. estr. 40
lato min. estr. 32
prod. 1280
alt. estr. 21
prod. 26880
terza parte ◇ 11013,3120
diff. 15866,6880

Dunque il volume del muramento della data volta, ossia la misura di essa è di pal. cubici 15866,69.

Avvertimento — Come è detto innanzi il numero 15866,69 è la misura di tutto il muramento tra l'imposta *al*, ed il piano di estradosso

ad'; epperò comprende pure i tamburi *bafb*, *b'ghb'* ed i suoi opposti, i quali se non vi sono, essendo gli archivolti a giorno, converrà dal detto numero dedurne il vano, per la regola 14 dell'art. 2°. del capo I. (*pag. 60*). Similmente se vi fossero dei vani di altra natura converrà sottrarre dal numero 15^{m}66,69 quelli esprimenti la misura di tali vani, che si troveranno per le regole date nello stesso art. 2°. del cap. I.

8.

Volta a crociera ellissoidica estradossata piana di pianta rettangolare ad archivolti di uguale altezza, due circolari, e gli altri due ellittici.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del vano della volta, la corda del maggiore e del minore archivolto, il maggiore ed il minore lato dell'estradosso, e l'altezza sua da sopra l'imposta.

Si facciano i quadrati dell'altezza del vano e della semicorda dell'archivolto circolare; dal primo se ne sottragga il secondo, e dalla differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò — 1°. una tal radice si sottragga dall'altezza del vano dell'intradosso, e si aggiunga al doppio dell'altezza medesima; ed il quadrato della differenza si moltiplichi per la somma e pel numero costante 1,5708: — 2°. la corda dell'archivolto circolare si moltiplichi per mille, il prodotto si divida per l'altezza dell'intradosso, e si trovi nella *Tav. (A)* la lunghezza dell'arco corrispondente al quoziente come corda (*V. art. prelimin. pag. 16*); lunghezza che si moltiplichi pel cubo dell'altezza del vano, e si divida per mille; dal quoziente che se ne ha si sottragga il primo risultamento, la differenza si moltiplichi per la doppia corda dell'archivolto ellittico, ed il prodotto si divida pel triplo della radice trovata: — 3°. i due lati dell'estradosso si moltiplichino tra loro, ed il prodotto per l'altezza di esso estradosso da sopra l'imposta; da ciò che si ottiene si sottragga il secondo risultamento.

Esempio.

Abbiasi una volta a crociera ellissoidica di pianta rettangolare, come è rappresentata nella fig. 4, *tav. 9*: sul lato maggiore cioè *AB* della pianta abbia un archivolto *afb* a forma di semiellisse, e sul lato minore *AH* della pianta medesima, abbia un archivolto semicircolare *b'gh*, e l'alt. o freccia *of* dell'archivolto ellittico, sia uguale all'alt. o raggio *o'g* del circolare, talchè tutti i quattro della volta abbiano uguale alt.: e sia estradossata piana. Il vertice *n* dell'intradosso non è all'istesso livello dei vertici *f* e *g* degli archivolti, nel qual caso la volta sarebbe a crociera cilindrica. Vogliasi la misura del muramento di una tal volta, ossia di tutto quello compreso tra il piano d'imposta *abl* e l'altro di estradosso *edd'*; non escluso i tamburi *afba*, *b'ghb'*, e gli opposti.

Misuro l' alt. *on* del vano della volta, le corde del maggiore e del minore archivolto, ossia *ab* dell'ellittico, e *b'h* del circolare, i lati maggiore e minore dell' estradosso, e la sua alt. *ld'* da sopra l' imposta: e sia *on* pal. 16, *ab* pal. 30, *b'h* pal. 24, *ed* pal. 40, *d'f* pal. 34, e *d'l* pal. 18. E ad un tempo scrivo. — Volta a crociera ellissoidica (e qui dicesi la natura del muramento di che è composta, e l'uso cui è destinata) col vano di alt. pal. 16, di pianta rettangolare ad archivolti di uguale alt., i due maggiori semiellittici di corda pal. 30, ed i due minori semicircolari di corda pal. 24; e ad estradosso piano di lati il maggiore pal. 40, ed il minore pal. 34, ed alto da sopra l' imposta per pal. 18.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

alt. vano	16	suo quadrato	256		
semicor.	12	suo quadrato	144		
		diff.	112	sua radice	10,58

Primo.

alt. vano	16	suo doppio	32
radice	10,58	....	10,58
		somma	42,58
diff.	5,42	suo quadr.	29,3764
		prod.	1250,8471
		n. cost.	1,5708
		prod.	1964,8306

Secondo.

mill. cor. arc. 24000 div. alt. vano	16		
quoz.	1500	arc. lav. corrisp.	1692,97
			2,91
		lungh. arc.	1695,88
		cubo alt. vano	4096
		prod.	6946324,48
		div. per mille	6946,32
		1.° risult.	1964,83
		diff.	4981,49
		dop. cor. arc. eH.	60
		prod.	298889,40 div.
		triplo radice	31,74
		quoz.	9416,81

Terzo.		
—	lato magg. estr.	40
	lato min. estr.	34
	prod.	1360
	alt. estrad.	18
	prod.	24480
	2° risult.	9416,81
	diff.	15063,19

Dunque il muramento costituente la data volta, coi suoi quattro tamburi è di misura pal. cubici 15063,19.

AVVERTIMENTO — Conformemente a ciò che si è detto al principio di questo art. (*pag.* 228) il numero 15063,19 dà non solo la misura della volta propriamente detta, ma ad un tempo comprende anche quella de' quattro tamburi. Epperò se questi fossero traforati, dal detto numero si dedurranno quelli esprimenti i vani, che calcolansi per le regole date nell'art. 2°. del cap. I. (*pag.* 51 *e segu.*).

9.

Volta a crociera ellissoidica estradossata piana, di pianta rettangolare, ad archivolti ellittici tutti di uguale altezza.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del vano della volta, la corda del maggiore e del minore archivolto, la freccia di uno di essi, i due lati maggiore e minore dell' estradosso, e l' altezza di esso da sopra l' imposta.

Si facciano i quadrati dell'altezza del vano e della freccia; dal primo se ne sottragga il secondo, e dalla differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò: — 1°. una tal radice si sottragga dall' altezza del vano, e si aggiunga al doppio dell' altezza medesima; ed il quadrato della differenza si moltiplichi per la somma e pel numero costante 1,5708: — 2°. la freccia si moltiplichi per duemila, il prodotto si divida per l' altezza del vano, e si trovi nella TAV. (*A*) la lunghezza dell' arco corrispondente al quoziente come corda (*V. art. prelimin. pag.* 16.); lunghezza che si moltiplichi pel cubo dell'altezza del vano e si divida per mille; dal quale quoziente si sottragga il primo risultamento, la differenza si moltiplichi per le corde dei due archivolti, ed il prodotto si divida per l'altro del triplo della radice trovata, nella freccia: — 3°. i due lati dell' estradosso si moltiplichino tra loro, ed il prodotto per l' altezza di esso estradosso da sopra l' imposta; da ciò che si ottiene si sottragga il secondo risultamento.

ESEMPIO.

Abbiasi una volta a crociera ellissoidica, come vedesi rappresentata in pianta e ne' due suoi spaccati nella fig. 5, *tav.* 9; cioè coi suoi

quattro archivolti semiellittici e di uguale altezza, dei quali AmB è uno dei due eretti sui lati maggiori ab ed il suo opposto, e l'altro $B'nG$ uno dei due eretti su i lati minori. Vogliasi la misura del muramento di una tal volta, ossia di tutto quello compreso tra il piano d'imposta $ACB'G$ e l'altro di estradosso EDF: non escluso cioè i suoi quattro tamburi $AmBA$, $B'nGB'$, e gli opposti.

Misuro l'alt. Oo del vano della volta, la corda AB del maggiore archivolto, e l'altra $B'G$ del minore, la freccia Om di uno di essi, i due lati, maggiore ED e minore $D'F$ dell'estradosso e l'alt. sua DC da sopra l'imposta: e sia Oo pal. 9, AB pal. 30, $B'G$ pal. 24, Om pal. 6, ED pal. 40, $D'F$ pal. 34, e DC pal. 11. E ad un tempo scrivo: — Volta a crociera ellissoidica (e quì dicesi la natura del muramento di che è composta) col vano di alt. pal. 9, di pianta rettangolare ad archivolti semiellittici di uguale freccia di pal. 6; i due maggiori di corda pal 30, i due minori di corda pal. 24; e ad estradosso piano di lato maggiore pal 40, ed il minore pal. 34, ed alto da sopra l'imposta pal. 11.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

alt. vano	9	suo quadr.	81		
frecc.	6	suo quadr.	36		
		diff.	45	sua rad.	6,71

Primo.

alt. vano	9	suo dopp.	18
radice	6,71	....	6,71
		somma	24,71
diff.	2,29	suo quadr.	5,2441
		prod.	129,5817
		n. cost.	1,5708
		prod.	203,5469

Secondo.

due mila frecc.	12000	div. alt. vano	9			
		quoz.	1334	arc. corr.	1448,62	
					11,64	
			lung. arc.	1460,26		
			cubo alt. vano	729		
			prod.	1064529,54		
			div. mille	1064,53		
			1°. risult.	203,55		
			diff.	860,98		
			cor. arch. magg.	30		
			prod.	25829,40	tr. rad.	20,13
			cor. arch. min.	24	frecc.	6
			prod.	619905,6	d. pro	120,78
					quoz.	5132,52

Terzo.

lato magg. estrad.	40
lato min. estrad.	34
prod.	1360
alt. estrad.	11
prod.	14960
2°. risult.	5132,52
diff.	9827,48

Dunque il muramento costituente la data volta coi suoi quattro tamburi è di misura pal. cubici 9827,48.

Avvertimento — Se tutti i quattro archivolti, od alcuno di essi fosse a giorno, cioè senza i tamburi, allora dal trovato numero 9827,48 bisognerà dedurne quello esprimente la misura del vano degli archivolti o dell'archivolto a giorno, colla regola 26 dell'art. 2°. del cap. I. (*pag.* 72). Similmente se nei tamburi fossero scolpiti vani di altra natura bisognerà dedurre dall'ottenuto numero 9827,48 la misura di essi, che si otterrà colle regole riportate nel detto art. 2°. del Capo I.

ARTICOLO XI.

DELLA MISURA DEI PEDUCCI, DETTI ANCHE PENNACCHI.

I peducci più generalmente sostengono i tamburi cilindrici delle cupole o duomi, o le stesse volte sferoidiche quando sono posate sopra una pianta rettangolare: sogliono pure usarsi per costituire passaggi pensili che talora si praticano agli angoli delle corti, o di grandi saloni; ed hanno nascimento od in punta, o secondo una linea, nel quale ultimo caso il rettangolo della pianta è tagliato agli angoli secondo archi circolari od ellittici tutti uguali tra loro e simmetricamente posti, secondo che essi peducci hanno o nò uguale sporto da ciascun lato.

Ciascuno di essi (che nel caso di una cupola sono quattro) è ordinariamente affidato a due archivolti contigui voltati sui lati della pianta, formando corpo con essi; ed eziandio si affidano alcune volte a muri pieni o comunque traforati.

Per le quali cose, e perchè i detti archivolti sogliono formare talora continuazione di volte a botte (come avviene a cagion di esempio in alcune delle navate delle chiese a croce greca o latina), e possono essere terminati all'estradosso in tutti i modi come esse, per non moltiplicare regole senza necessità, che dovrebbono essere tante per quante sono le maniere di volte a botte ad intradosso semicircolare o semiellittico già considerate, daremo le regole per la misura dei peducci propriamente detti soltanto, cioè per quella porzione di muramento che forma strapiombo: la qual cosa torna commoda soprattutto quando sui lati della pianta fossero elevati dei muri pieni o comunque traforati, li quali vanno misurati a parte; appunto come avviene più particolarmente quando impiegansi peducci per passaggi angolari, nel qual caso i muri che li sostengono possono essere comunque traforati con porte, finestre, e simili vani: ed è chiaro che misurando così i peducci, possono sempre colle date regole e facilmente misurarsi a parte gli archivolti, la qual cosa è tanto più commoda, quando essi formano continuazione di altra volta a botte.

Il perchè le regole seguenti daranno la misura di un solo peduccio e nel modo anzidetto (*).

(*) Il chiarissimo professore Tucci nel suo trattato della misura delle volte rette ed oblique, d'onde abbiamo tolte, colle debbite trasformazioni per la pratica, la maggior parte delle regole che da noi si danno, dà, come dovea, seguitando in tutto un andamento rigorosamente scientifico, la formola per la misura ad un tempo dei quattro peducci della cupola e dei suoi quattro archivolti, avendola fatta dipendere da quella per la volta a vela che pure porge ad un tempo la misura dei quattro archivolti di essa. Il quale andamento essendo in vece per noi del tutto architettonico, abbiamo dovuto fare diversamente.

1.

Peduccio affidato a muri od archivolti eretti sui lati di una pianta rettangola intera, a sporti laterali uguali.

AVVERTIMENTO — Chiamo *sporto laterale* del peduccio lo sporto che ha verso uno dei suoi lati su cui è affidato, a computare dal paramento visto dell' altro lato.

REGOLA.

Si misuri l' altezza, ed uno dei sporti laterali del peduccio.
Il quadrato dello sporto si moltiplichi per l' altezza e pel numero costante 0,0349.

ESEMPIO.

Abbiansi, fig. 7, *tav.* 7, quattro piloni P, Q, R, S, sormontati da una scudella sferica: vogliasi la misura del muramento costituente uno dei peducci affidati agli archivolti voltati su essi piloni; il quale è rappresentato in pianta in *dead*, ed in $Ga'FG$ in elevato.
Misuro l' alt. Ga' di esso, e sia pal. 12, ed uno dei suoi sporti laterali *ed*, ossia Gi che sia di pal. 12. E ad un tempo scrivo — Peduccio affidato agli archivolti (*) eretti sui lati di una pianta rettangola intera, a sporti laterali uguali di pal. 12, ed alto pal 12.
Fatte le quali cose sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

sporto lat.	12
suo quadr.	144
alt.	12
prod.	1728
n. cost.	0,0349
prod.	**60,3072**

Dunque la misura di uno dei quattro peducci, il quale forma strapiombo, è di pal. cubici 60,31 (**).

(*) Se il peduccio fosse affidato a muri pieni o traforati comunque, in vece che *agli archivolti*, in un tal caso si scriverà *affidato a' muri*.
(**) Nell' esempio riportato si è supposto essere semicircolari gli archivolti cui sono affidati i peducci, il qual caso è il più frequente per la bellezza ed eleganza delle forme soprattutto. Similmente procederebbesi se gli archivolti fossero semiellittici; nel qual caso l' alt. del peduccio sarebbe non uguale ai suoi sporti laterali.

2.

Peduccio affidato a muri od archivolti eretti sui lati di una pianta rettangola intera, a sporti laterali dissuguali.

Avvertimento — Chiamo *sporto laterale* del peduccio lo sporto che ha la cima della sua linea d'attacco con uno dei muri cui è affidato sull'altro muro.

REGOLA.

Si misurino i due sporti laterali del peduccio, e la sua altezza.
Li due sporti laterali si moltiplichino tra loro, ed il prodotto per l'altezza e pel numero costante 0,0349.

Esempio.

Una volta ellissoidica a pianta ellittica, fig. 2 *tav. 8*, sia posata sur una pianta parallelogramma, per mezzo di quattro peducci affidati agli archivolti sottoposti e voltati su quattro piloni posti agli angoli del rettangolo: vogliasi la misura di uno di essi, ossia del muramento projettato in *dbPd* nella pianta ed in *ign*, *i'g'n* nei due spaccati, e che forma strapiombo.
Misuro li due suoi sporti laterali, cioè il maggiore *iN* che sia di pal. 20, ed il minore *i'k* che sia di pal. 10, e la sua alt. *Nn*, ossia *ig*, o *kn'*, che sia di pal. 10. E ad un tempo scrivo — Peduccio affidato agli archivolti (*) eretti sui lati di una pianta rettangola intera, ed a sporti laterali dissuguali il maggiore di pal. 20 ed il minore di pal. 10, ed alto pal. 10 (**).
Fatte tali cose sul luogo fo il seguente

CALCOLO.

sporto magg.	20
sporto min.	10
prod.	200
alt.	10
prod.	2000
n. cost.	0,0349
prod.	69,8000

Dunque la misura del peduccio, ossia del muramento che lo costituisce e che forma strapiombo è di pal. cubici 69,80.

(*) Se in vece degli archivolti vi fossero dei muri pieni o traforati si scriverà *affidato ai muri ec.*
(**) Qui è l'altezza del peduccio uguale al suo sporto laterale minore; perchè si è supposto, per essere questa la più elegante maniera e perciò la più frequente, che l'archivolto voltato sui piloni secondo il lato minore della pianta sia semicircolare; se fosse in vece pure semiellittico, come l'altro secondo il lato maggiore, allora l'alt. del peduccio sarebbe non uguale a nessuno dei due sporti laterali.

3.

Peduccio affidato a muri od archivolti eretti sui lati di una pianta rettangola tagliata agli angoli, a sporti laterali uguali.

Avvertimento — Chiamo *sporto laterale totale* del peduccio, lo sporto che ha la cima della sua linea d'attacco con uno dei muri od archivolti laterali sull'altro contiguo; e chiamo *sporto laterale parziale* quello della cima medesima della linea d'attacco sul suo punto di nascita alla imposta.

REGOLA.

Si misuri uno dei sporti laterali totali del peduccio, uno dei suoi sporti laterali parziali, e la sua altezza.

Si calcolino i quadrati dei misurati sporti laterali totale e parziale, e se ne faccia la somma, dal triplo della quale si sottragga separatamente ciascuno de' medesimi quadrati; la differenza minore che ne risulta si moltiplichi pel doppio sporto totale, e la differenza maggiore per lo sporto parziale. Della somma dei medesimi quadrati suddetti già fatta si calcoli il cubo; e da esso si estragga la radice quadrata, che si quadrupli: e ciò che risulta si sottragga dalla somma dei due precedenti prodotti. Ciò che si ottiene si moltiplichi pel numero costante 0,2618, e si divida per lo sporto parziale, ed il quoziente si sottragga dal quadrato dello sporto totale. La differenza si moltiplichi per l'altezza.

Esempio.

Una volta emisferica, fig. 3, *tav.* 7, sia posata su quattro piloni eretti agli angoli di una pianta quadrata tagliata agli angoli secondo gli archi, come l'*ec.* Vogliasi la misura di uno dei quattro peducci che la sorreggono affidati agli archi voltati tra i piloni: e propriamente di quella porzione di muramento che formando strapiombo sui lati del quadrato è rappresentata in pianta in *aecfa* ed in elevato in *gnAb*.

Misuro uno dei sporti laterali totali del peduccio, rappresentato in pianta in *if* uguale *ap'* ed in elevato in *bp*, e lo sporto laterale parziale rappresentato in pianta in *cf* ed in sezione in *gp*, e misuro l'alt. *pn* del peduccio. E ad un tempo scrivo — Peduccio affidato agli archivolti (*) eretti sui lati di una pianta quadrata tagliata agli angoli, ed a sporti laterali totali uguali di pal. 12, e parziali pure uguali di pal. 6 e di alt. pal. 6 (**).

(*) Se il peduccio fosse affidato a muri pieni o comunque traforati, in vece che agli archivolti, si scriverà *affidato a' muri etc.*

(**) In questo esempio l'alt. del peduccio è uguale allo sporto parziale, perchè si è supposto, come è più elegante, essere circolari gli archivolti, e così pure le linee di attacco del peduccio. Similmente procederebbesi se fossero ellittiche, nel qual caso, l'alt. sarebbe maggiore o minore dello sporto parziale.

Fatte tali cose sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO

sporto tot.	12 suo quadr.	144				
sporto par.	6 suo quadr.	36				
	◇ somma	180				
	triplo.	540	....	540		
	1.° quadr.	144	2°. quad.	36		
			diff.	504		
	diff.	396	spor. par.	6		
	dopp. sport. tot.	24	prod.	3024		
	prod.	9504	.....	9504		
			somma	12528		
cubo somma◇5832000	sua rad.	2414,95	quadru.	9659,80		
			diff.	2868,20		
			n°. cost.	0,2618		
			prod.	750,8948	sp. parz.	6
					● quoz.	125,1491
	quadr. spor. tot.	144				
	quoz. ●	125,1491				
	diff.	18,8509				
	alt.	6				
	prod.	113,1054				

Dunque il volume del dato peduccio è di misura pal. cubici 113,11.

4.

Peduccio affidato a muri od archivolti eretti sui lati di una pianta rettangola tagliata agli angoli, a sporti laterali dissuguali.

AVVERTIMENTO — Chiamo *sporto laterale totale* del peduccio, lo sporto che ha la cima della sua linea d'attacco con uno de' muri od archivolti laterali sull'altro; e chiamo *sporto laterale parziale*, quello della medesima cima della linea d'attacco dal suo punto di nascita alla imposta.

REGOLA.

Si misurino li sporti laterali totali e parziali del peduccio e la sua altezza.

Si calcolino i quadrati delli sporti laterali maggiori totale e parziale e se ne faccia la somma, dal triplo della quale si sottragga separatamente ciascuno dei medesimi quadrati; la differenza minore che ne risulta si moltiplichi pel doppio sporto maggiore totale, e la differenza maggiore per lo sporto maggiore parziale. Della già fatta somma dei suddetti quadrati si calcoli il cubo, da esso si estragga la radice quadrata, che si quadrupli, e

ciò che risulta si sottragga dalla somma dei due precedenti prodotti. La differenza si moltiplichi per lo sporto parziale minore e pel numero costante 0,2618, si divida pel quadrato dello sporto parziale maggiore, ed il quoziente si sottragga dal prodotto dei due sporti laterali totali. La differenza si moltiplichi per l'altezza.

Esempio.

Una volta ellissoidica a pianta ellittica, fig. 3 *tav. 8*, covra una sala di pianta parallelogramma tagliata agli angoli, per modo che sia poggiata su quattro peducci affidati ai muri della camera medesima, le linee di attacco dei quali, a due a due costituiscono gli archi *t'ri*, *nom* e gli opposti. Vogliasi la misura di uno di essi peducci, ossia del muramento projettato in *adtsa* nella pianta, ed in *s't'rA*, *s''noD* nei due spaccati, e che forma strapiombo.

Misuro il maggiore sporto laterale totale *s'a* del peduccio, e sia di pal. 20, ed il maggiore sporto laterale parziale *t'a* e sia pal. 12; misuro li sporti laterali minori, totale *s''f* che sia di pal. 10, e parziale *nf* che sia di pal. 6; e l'alt. *ra* del peduccio che sia pure di pal. 6. E ad un tempo scrivo — Peduccio affidato ai muri eretti sui lati di una pianta rettangola (*) tagliata agli angoli ed a sporti laterali dissuguali, il totale maggiore di pal. 20, il parziale maggiore pal. 12 il totale minore di pal. 10, ed il parziale pure minore di pal. 6, e di alt. di pal. 6 (**).

(*) Se in vece di essere affidato ai muri, il peduccio fosse affidato a due archivolti, come quando la volta fosse soprapposta a quattro piloni, scriverebbesi: *Peduccio affidato agli archivolti voltati su quattro piloni e secondo i lati di una pianta etc.*

(**) Qui si ha l'alt. del peduccio uguale al suo sporto parziale minore perchè si è supposto, ciò che è più frequente perchè più elegante, che l'una delle due linee di attacco del peduccio, cioè quella di minore sporto laterale sia un quadrante circolare: il contrario avverrebbe se fosse ellittico; ed allora nei calcoli procederebbesi nel modo medesimo.

Fatte tali cose sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

sporto mag. tot. 20 suo quadr. 400
sporto mag. parz. 12 suo quadr. 144
◇somma 544
triplo 1632 1632
1.° quadr. 400 2.° quadr. 144
diff. 1488
diff. 1232 spor. mag. parz. 12
dopp. sp. mag. tot. 40 prod. 17856
prod. 49280 49280
somma 67136
cubo somma◇160989184 sua radice 12688 . suo quadrup. 50752
diff. 16384
spor. parz. min. 6
prod. 98304
n. cost. 0,2618
prod. 25735,9872 div.
quad. spor. par. mag. { 144
● quoz. 178,722.
spor. tot. mag. 20
spor. tot. min. 10
prod. 200
quoz. ● 178,722
diff. 21,278
alt. 6
prod. 127,668

Dunque la misura di uno dei quattro peducci di che si tratta è di pal. cubici 127,67.

ARTICOLO XII.

DELLA MISURA DEI PIANEROTTOLI ANGOLARI.

Questa specie di volte, com'è noto, si usa agli angoli dei passetti pensili; li quali servono nell' interno delle corti per mettere comunicazione per l'esterno tra più membri di un piano: vedesi un esempio di tali passetti nelle fig. 6 e 7, della *tav. 9*. Ove possano aversi delle grosse lastre di pietra d'intaglio, tali passetti possonsi con esse formare, nel qual caso non han luogo i pianerottoli di che si tratta (*): ma quando di tali lastre non si hanno, o che vuolsi dare notevole larghezza ai passetti si costituiscono di muramento a volta e sono allora terminati dai pianerottoli.

In questo articolo daremo le regole per la misura dei pianerottoli, nel seguente per quella dei passetti.

1.

Pianerottolo angolare a spicchi.

REGOLA.

Si misuri uno dei lati del pianerottolo, e l' altezza sua totale.

Il quadrato del lato si moltiplichi per la differenza tra l' altezza e i due terzi del lato (**).

Avvertimento — questa regola dà la misura del pianerottolo propriamente detto; cioè di tutto quel muramento che forma sporto sui muri cui è addossato: quella parte di muramento che direbbonsi le prese del pianerottolo (***) viene a misurarsi nel fare la misura del muro.

Esempio.

Abbiasi un cortile, una porzione della di cui pianta è rappresentata nella fig. 6 della *tav. 9*, e le diverse camere di un appartamento che vi affacciano comunichino tra loro per mezzo di un ambulacro costituito dai passetti *ABGK*, *EHCB*, *CDLN*, uniti agli angoli con pianerottoli

(*) Questo è il caso dei balconi lunghi intorno ai cortili, che ora si usano frequentemente tra noi per rendere indipendenti varii membri di un' appartamento.

(**) Questa regola suppone che i spicchi del pianerottolo sieno di tutto sesto, cioè che di ciascuno sia, fig. 6 *tav. 9*, lo sporto *gb* uguale alla freccia *bo*; non vi essendo ragione di fare diversamente: e tanto più che quelli di tutto sesto sono i più convenienti in ordine al decoro, solidità e facile esecuzione.

(***) È indicato in $\alpha\beta\gamma$.

angolari a spicchi. Vogliasi la misura del muramento costituente uno di tali pianerottoli, che è rappresentato in pianta in *EFGB*, ed in elevato in *gbb'g'*: del quale i due spicchi sono indicati in pianta nei triangoli *FGB*, *FEB*, ed il secondo di questi in elevato in *gbo*.

Misuro il lato *g'b'* o *gb* uguale *GB* del pianerottolo e la sua altezza totale *bb'*: e sia *gb* pal. 6 e *bb'* pal. 8. E ad un tempo scrivo — Masso di fabbrica, (e quì dicesi di qual natura essa sia) costituente il pianerottolo angolare a spicchi di lato pal. 6 e di alt. totale pal. 8.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO

alt. tot.	8		
due terzi lato	4	lato 6 suo quadr.	36
diff.	4	....	4
		prod.	144

Dunque la misura del muramento costituente il dato pianerottolo, ossia del volume suo, è di pal. cubici 144.

2.

Pianerottolo angolare conico (*).

REGOLA.

Si misuri lo sporto angolare totale del pianerottolo, e la sua altezza totale.

Lo sporto si ripeta quattro volte, e del prodotto si prenda la nona parte, che si sottragga dalla metà dell'altezza: la differenza si moltiplichi pel quadrato dello sporto.

Avvertimento — Questa regola dà la misura del pianerottolo propriamente detto; cioè di tutto quel muramento che forma sporto sui muri cui è addossato: quella parte di muramento che costituisce le prese del pianerottolo nei muri (**) si viene a misurare nel misurarsi essi.

Esempio.

Abbiasi un cortile rappresentato in parte in icnografia nella fig. 7, della *tav.* 9; e le diverse camere di uno stesso piano che vi prendono lume comunichino tra loro per mezzo di passetti *ABCD*, *BEFG*, *GIKH*, uniti agli angoli con pianerottoli angolari conici. Vogliasi la misura del muramento costituente uno di tali pianerottoli che è rappresentato in pianta in *CBEL* ed in elevato in *cbecc'b'*.

Ne misuro lo sporto angolare totale *LB*, e la sua alt. totale *bb'*: e sia *LB* pal. 9, e *bb'* pal. 10,4. E ad un tempo scrivo — Masso di fabbrica

(*) Questa sorta di volta dicesi dai francesi *Trombe sur le coin*.

(**) È indicata in $\alpha\beta\gamma$.

(e quì dicesi di qual natura essa sia) costituente il pianerottolo angolare conico di sporto angolare totale di pal. 9, e di altezza totale di pal. 10,4.
Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO

sporto	9	alt.	10,4
ripet.	4	metà	5,2
prod.	36	sua nona parte	4
		diff.	1,2
		quadr. spor.	81
		prod.	97,2

Dunque la misura del muramento costituente il dato pianerottolo angolare conico è di misura pal. cubici 97,2.

ARTICOLO XIII.

DELLA MISURA DEI PASSETTI PENSILI (*).

1.

Passetto pensile terminato da pianerottoli angolari a spicchi.

REGOLA.

Si misuri lo sporto, l'altezza totale, e la lunghezza del passetto. Lo sporto si moltiplichi pel numero costante 0,7854, il prodotto si sottragga dall'altezza totale, e la differenza si moltiplichi per lo sporto ed il prodotto per la lunghezza (**).

Avvertimento — Questa regola dà la misura del pianerottolo propriamente detto; cioè di tutto quel muramento che forma sporto sui muri cui è addossato: quella parte di muramento che direbbonsi le prese del pianerottolo (***) viene a misurarsi nel fare la misura del muro.

Esempio.

Per mettere in comunicazione varie camere di un appartamento e renderle indipendenti, nell'interno di un cortile, tutto intorno siavi un ambulacro scoverto formato a volta, come è rappresentato nella fig. 6 della *tav. 9;* e sia costituito dai passetti pensili $KGBA$, $EBCH$, $CDLN$, terminati da pianerottoli angolari a spicchi $BEFC$, $CNOH$. Vogliasi la misura del volume del muramento costituente uno di tali passetti: di quello rappresentato in pianta in $BEFC$, ed in elevato in $bcob'c'$.

Misuro lo sporto BE del passetto, l'alt. sua totale bb' e la lung. bc uguale BC: e sia BE pal. 6, bb' pal. 7, e BC pal. 48. E ad un tempo scrivo—Masso di fabbrica (e quì si descriva la natura sua) costituente il passetto pensile terminato da pianerottoli angolari a spicchi, e di sporto pal. 6, alt. totale pal. 7, e lungh. pal. 48.

(*) Leggi il prologo dell'art.° XII. a pag. 253.

(**) Questa regola suppone che li pianerottoli che terminano il passetto sieno di tutto sesto; epperò che la centina del passetto sia un quadrante circolare.

(***) È rappresentata in $\alpha\beta\gamma$.

Fatte tali cose sul luogo, fo poi il seguente

CALCOLO.

sporto	6		
n. cost.	0,7854	alt. tot.	7
prod.	4,7124	....	4,7124
		diff.	2,2876
		sporto	6
		prod.	13,7256
		lungh.	48
		prod.	658,8288

Dunque il volume del muramento costituente il dato passetto pensile è di misura pal. cubici 658,83.

2.

Passetto pensile terminato agli angoli da pianerottoli angolari conici.

REGOLA.

Si misuri lo sporto del passetto sul muro, l'altezza del suo sesto, la sua altezza totale, e la lunghezza.

Dall'altezza totale si sottraggano i due terzi dell'altezza del sesto, la differenza si moltiplichi per lo sporto ed il prodotto per la lunghezza.

Avvertimento — Questa regola dà la misura del pianerottolo propriamente detto; cioè di tutto quel muramento che forma sporto sui muri cui è addossato: quella parte di muramento che costituisce le prese del pianerottolo nei muri (*) si viene a misurare nel misurarsi essi.

Esempio.

Tutto all'intorno di un cortile, per rendere indipendenti varie camere di un appartamento, siavi un ambulacro, costituito da quattro passetti pensili terminati da pianerottoli angolari conici, il tutto come nella fig. 7 della *tav.* 9, che rappresenta una metà della icnografia e la sezione. Vogliasi la misura del passetto $BGFE$, $bb'g'g$.

Misuro lo sporto EB che ugnaglia cb, l'alt. be del suo sesto efc, l'alt. totale bb', e la sua lung. bg; e sia EB pal. 6,38, be pal. 9, bb' pal. 10,4, bg pal. 48. E ad un tempo scrivo—Masso di fabbrica (e quì se ne descriva la natura) costituente uno dei passetti pensili terminato da pianerottoli angolari conici, e con sporto di pal. 6,38, alt. del suo sesto pal. 9, alt. totale pal. 10,4, e lungo pal. 48.

(*) È rappresentata in $\alpha\beta\gamma$ fig. 7 *tav.* 6.

Fatto ciò sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

alt. tot.	10,4
due terzi alt. sesto	6
diff.	4,4
sporto	6,38
prod.	28,072
lungh.	48
prod.	1347,456

Dunque il volume del muramento costituente il dato passetto pensile terminato da pianerottoli angolari conici è di misura pal. cubici 1347,46.

CAPO TERZO.

DELLA MISURA DELLE SCALE.

Tutte le svariatissime maniere di scale compongonsi in generale di rampe e riposi; essendo destinate le prime ad ascendere e discendere, ed i secondi a caminare per passare dall' una all' altra, ed insieme per si riposare dal salire. Li quali riposi diconsi anche pianerottoli se collegano due rampe messe ai lati contigui della pianta della scala, e ballatoi se collegano quelle su lati non contigui: e sono o pieni di muramento al di sotto senza esservi vuoto di sorta, e misuransene i volumi per le regole date nel primo capo; o vuoti, e sono delle volte propriamente dette, il di cui estradosso costituisce il riposo; ed allora misuransi per le regole date nel capo precedente. Onde è che in questo capo terzo non debbonsi dare che le regole per la misura delle rampe. Che, come è noto, sono composte da una serie di scalini o soprapposti ad una sorta di volta estradossata secondo un piano inclinato, del di cui pendio l'altezza stà alla base come l'altezza di ogni scalino alla sua pedata; od addossati l'uno all'altro per modo da costituire essi stessi come una volta, essendone tagliato il masso inferiore secondo i conci o cunei di essa. Dei quali modi il primo è tra noi il più usitato, ed il secondo meno, o quasi nullo, se si eccettuino le scale a chiocciola. Epperò due maniere assai distinte di misurare le rampe fissandosene diversamente l' unità di prezzo, relativamente a ciascuno dei due casi suddetti.

Se i gradini di una rampa sono soprapposti ad un masso di murazione costituente volta, pagasi il prezzo del muramento di questa, proporzionatamente alla misura del suo volume moltiplicandola pel prezzo del cubo unità, e pagasi poi il prezzo di ciascuno scalino di quelli soprapposti alla rampa, col poco di muramento ad esso sottoposto da aggiungersi al precedente, che dicesi scannello, e che và ordinariamente compreso nel prezzo della mettitura in opera di ogni scalino. Se i gradini sono l'un l'altro addossati costituendo essi stessi la volta, pagasi la volta soltanto secondo la misura della sua superficie d' intradosso, e la somma

delle superficie della pedata e fronti dei scalini che la compongono. Onde è che tutto ciò che tiene alle superficie, formando oggetto della seconda parte del manuale, quì si daranno le regole per misurare i volumi di quelle sorte di volte cui sono immediatamente li scalini delle rampe addossati: e ciò basta, dopo tutto ciò che precedentemente si è detto, per misurare tutte le scale costrutte nella prima delle due accennate maniere, risultando il prezzo totale di ciascuna rampa dalla somma del prezzo del suo muramento e dei suoi scalini, li quali basta contare misurandone la superficie di ciascuno, cosa assai facile, e misurando il corrispondente scannello; che debbesi credere non v'è chi non sappia fare.

Noi dunque quì daremo le regole per misurare il volume del muramento costituente ciascuna delle sorte di volte suddette: e l'ingegno del misuratore saprà discernere ciascuna delle singole parti di una scala, se appartenente ai riposi, con quale delle regole del precedente capitolo debba misurarsi, e con quale di questo se alle rampe: come pure con quali di quelle date nel primo capitolo si debba misurarne la gabbia e le sue parti completive, come a dire pilastri, colonne e simili cose.

ARTICOLO I.

DELLA MISURA DELLE RAMPE A BOTTE COMPLETA.

1.

Rampa a botte semicircolare completa.

REGOLA.

Si misuri la base del pendio della rampa, la corda del suo sesto, e la grossezza alla cima.

La somma della semicorda colla grossezza alla cima si moltiplichi per la corda. Si faccia il quadrato della semicorda, si moltiplichi pel numero costante 1,5708, e quest' ultimo prodotto si sottragga dal precedente: la differenza si moltiplichi per la base del pendio della rampa.

Avvertimento—Questa regola dà la misura di tutto quel muramento che forma sporto sui muri cui è addossato: quella parte di muramento che direbbesi le *prese* della botte, viene a misurarsi nel fare la misura della gabbia o camera della scala.

Esempio.

Abbiasi la scala rappresentata dalla fig. 1, *tav. 10*, in pianta, e ne' due spaccati secondo LM e PQ. Vogliasi misurare una tale scala; vogliasi cioè la misura del volume delle sue singole parti.

I muri eretti su i tre lati AB, BC, CD, del rettangolo $ABCD$ costituiscono la camera o gabbia della scala, il muro EF che si eleva sino ad $e\varphi$ ne è il nucleo. A tali muri sono affidati i riposi o ballatoi interni e le rampe della scala, sull' estradosso delle quali sono posati i gradini: i riposi esterni formano parte del portico che precede la scala, e che si eleva su i pilastri G, H, I. Ascesa la rampa DF arrivasi al primo riposo CFB, cf, $c'f'$, dal quale si passa alla seconda rampa FA, fk, che mena sull' altro riposo GA, $g'z$ che è al disopra del portico GA, ai, $a'd'$, e che forma esso stesso parte di altro portico: dal quale riposo si passa sulla rampa km, per la quale si ascende al terzo riposo mo; che serve di comunicazione tra la rampa km e la seguente me posta al di dietro del muro FE, e che mena all' ultimo riposo ne, $n_i e_i$. Ogni riposo è l' estradosso di due volte a crociera cilindriche di pianta quadrata e ad archivolto di tutto sesto, connesse tra loro per mezzo di un arco: li scalini di ogni tesa sono affidati a rampe a botte semicircolari complete: una simile rampa, senza avere scalini al disopra, che è la $e\varphi$, covre la terza rampa di scalini km, ed una simile pure

senza scalini, che è la sy covre l'ultima me: il solaio $a_{,}b_{,}$ covre tutta la gabbia della scala: al di sotto dei scalini della prima tesa, e del primo riposo, vi è un masso di murazione $aqbca$. $ea_{,}$ è un muro che chiude verso l'interno l'ultimo ballatojo: $e'a'f'$ un simile muro che chiude il vano che resta al disotto della seconda tesa.

I scalini misuransi separatamente avendo riguardo al loro paramento visto ed alla mettitura in opera, come è detto nel prologo a questo capo (*pag.* 259); il solaio come si dirà nella parte seconda che tratta delle superficie. Le rimanenti parti si descriverauno coll'ordiue suddetto, indicandone di ciascuna le dimensioni, come è prescritto nelle regole rispettive, sui quali dati si calcoleranno poi per le medesime regole i volumi di esse parti:

1°. Pei tre muri costituenti la gabbia reg. 1. art. 1. cap. 1. *pag.* 29; avvertendo che se le lungh. dei muri laterali AB, DC, si computano sino alla parete esterna RS del muro di fronte, per lungh. di questo và computata la BC, ed è mestieri indicare che nella lungh. dei muri AB, DC và compresa *la croce* del muro.

2°. Pel muro costituente il nucleo della scala reg. 1, art. 1, capo 1. *pag.* 29: il quale muro non avendo dappertutto la medesima altezza, delle due ae, $q\varphi$, si noterà la media, che è uguale alla semisomma, e si indicherà esser d'essa l'altezza *totale* e *media* del muro.

3°. Pei pilastri del portico inferiore e dei due superiori reg. 2, art. 3, *pag.* 119.

4°. Per ogni riposo: si misurerà ogni volta a crociera delle due contigue, reg. 1, art. 10, cap. 2, *pag.* 228: prendendo OC per lato dell'estradosso; e si misurerà l'arco FO interposto alle due crociere contigue, reg. 1, art. 1, cap. 2, *pag.* 127: avvertendo nella misurazione della grossezza alle imposte doversi escludere il muro in fronte della gabbia, ed il nucleo della scala già misurati 1°. 2°.

5°. I parapetti del portico, dei quali $n\beta$ ne è uno, come un muro in tela, reg. 1, art. 1, cap. 1, *pag.* 29.

6°. Il muro $a_{,}e$ che chiude l'ultimo riposo verso l'interno e l'altro $a'e'f'$ che chiude il vano sottoposto alla seconda tesa: reg. 1, art. 1, cap. 1, *pag.* 29.

7°. Le rampe cui sono addossati li scalini, e quelle che covrono le due ultime tese, e che sono le $e\varphi$, sy, si misureranno con la regola che questo esempio accompagna: onde si procederà come appresso.

Misuro la base rf del pendio della rampa, che è pure uguale ad EF, la corda $s\delta$ del sesto che è uguale al doppio della sua freccia tu, e la gross. vu alla cima: e sia rf pal. 26, $s\delta$ pal. 10, vu pal. 1,5. E ad un tempo scrivo—Rampa a botte semicircolare completa (e qui dicesi la natura del muramento di che è costrutta) di sostegno ai gradini della terza tesa (*), con pendio di base pal. 26, corda del suo sesto pal. 10, e gross. alla imposta pal. 1,50.

(*) Così si direbbe della *seconda tesa*, della *quarta tesa*, o di quale rampa si tratta: e direbbesi rampa a botte semicircolare completa di covertura alla terza o quarta tesa se si trattasse della $e\varphi$ che covre la tesa km, o dell'altra che covre la me.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

semicor.	5		
gross. cima	1,5		
somma	6,5		
corda	10		
prod.	65	....	65
quadr. semic.	25		
n. cost.	1,5708		
prod.	39,2700	....	39,27
		diff.	25,73
		base	26
		prod.	668,98

Dunque la data rampa a botte semicircolare completa che sostiene i scalini di una delle tese della data scala, è di misura pal. cubici 668,98.

2.

Rampa a botte semiellittica completa.

REGOLA.

Si misuri la base del pendio della rampa, la corda e la freccia del suo sesto e la grossezza alla cima.

La freccia si moltiplichi pel numero costante 0,2146, ed al prodotto si aggiunga la grossezza alla cima; la somma si moltiplichi per la corda, e per la base della rampa.

Avvertimento — Questa regola dà la misura di tutto quel muramento che forma sporto sui muri cui è addossato: quella parte di muramento che direbbesi le *prese* della botte viene a misurarsi nel fare la misura della camera o gabbia della scala.

Esempio.

Abbiasi la scala rappresentata dalla fig. 2 della *tav. 10*, in pianta, e nei due spaccati secondo *LM*, e *PQ*. Vogliasi misurare una tale scala, vogliasi cioè la misura del volume delle sue singole parti.

I muri eretti sui quattro lati *AB*, *BC*, *CD*, *DA*, del rettangolo *ABCDA* costituiscono la camera o gabbia della scala, i vani inferiori *DH*, *IA* l'ingresso, i vani superiori ad essi i lumi. Il muro *EF* che arrestasi al piano *eq* è il nucleo della scala. Essi muri sostengono le rampe della scala, sull'estradosso delle quali sono posati i gradini, e sostengono i riposi o ballatoi. Ascesa la rampa *EF* arrivasi al primo riposo *CFB*, *cf*, *c'f'*, dal quale si passa alla seconda rampa *FA*, *fk*, che mena

sul secondo riposo GA, gz; ed indi per la rampa km si ascende al terzo riposo mo, che, tà comunicar essa coll'altra me posta al di dietro del nucleo EF, per la quale si giunge all'ultimo riposo ne, $n'e'$. Ogni riposo è l'estradosso di due volte a crociera cilindriche di pianta quadrata, e ad archivolto semiellittico, congiunte tra loro per mezzo di una piccola botte ad intradosso pure semiellittico uguale agli archivolti della crociera. I scalini di ogni tesa sono affidati a rampe a botte semiellittica completa: simili rampe, senza avere scalini sul loro estradosso, covrono la terza tesa km, e la quarta me. Il solaio a,b, covre tutta la gabbia della scala. Al di sotto dei scalini della prima tesa v'è un masso di murazione $qafc$. ea, è un muro che chiude verso l'interno l'ultimo ballatojo.

Li scalini misuransi separatamente, avendo riguardo al loro paramento visto ed alla mettitura in opera, come è detto nel prologo a questo capo (*pag.* 259): il solaio come si dirà nella Parte Seconda che tratta delle superficie. Le rimanenti parti si descriveranno coll'ordine di sopra, indicandone di ciascuna le dimensioni, come è prescritto nelle regole rispettive; sui quali dati si calcoleranno poi per le medesime regole i volumi di esse parti: cioè

1°. Pei quattro muri costituenti la gabbia reg. 1, art. 1, cap. 1, *pag.* 29; avvertendo che se le lungh. dei muri laterali AB, DC, si computano sino alla parete esterna RS del muro di fronte, ed alla esterna IG del muro d'ingresso, per lungh. di questi due và computata la BC: ed è mestieri indicare che nella lungh. dei muri AB, DC vanno comprese le *croce* dei muri.

2°. Per le porte d'ingresso agli appartamenti vanno dedotti dai muri AB, DC laterali i vani ch'esse vi lasciano, e misurati i relativi magisteri: reg. 2, 3, e 4, art. 2, cap. 1, *pag.* 52.

3°. Per l'ingresso nella scala, e per li lumi suoi, dal muro d'ingresso DA vanno dedotti i vani DH, IA, e gli altri superiori di ampiezza minore: reg. 46, 47, 48, art. 2, cap. 1, *pag.* 92.

4°. Pel muro costituente il nucleo della scala reg. 1, art. 1, *pag.* 29; il quale muro essendo terminato dal piano inclinato $e\varphi$ si noterà la media delle altezze sue che è uguale alla semisomma della più piccola ae, e della più grande $q\varphi$; e si indicherà essere essa *l'alt. totale media* del muro costituente il nucleo.

5°. Per ogni riposo: si misurerà ogni volta a crociera delle due contigue, reg. 2, art. 10, capo 2, *pag.* 229; prendendo OC per lato dell'estradosso; e si misurerà l'arco interposto alle due crociere contigue reg. 5, art. 1, capo 2, *pag.* 132: avvertendo doversi avere uguale zero le grossezze alla imposta, imperciocchè così non facendo misurerebbesi due volte una certa porzione del muro d'ingresso, e di quello di fronte della gabbia, e del nucleo della scala.

6°. Il muro a,e che chiude l'ultimo riposo verso l'interno, reg. 1, art. 1, cap. 1, *pag.* 29.

7°. Il masso sottoposto alla prima tesa af non v'è chi non sappia misurare.

8°. Quanto alle rampe cui sono addossati li scalini, e quelle che covrono le ultime due tese cioè le $e\varphi$, $\varepsilon\gamma$, si misureranno colla regola

qui sopra data, alla quale questo esempio serve di chiarimento: onde si procederà come appresso.

Misuro la base *rs* del pendio della rampa, la corda *ab* e la freccia del sesto che è uguale *tv*, e la gross. *vu* alla cima: e sia *rs* pal. 22, *ab* pal. 12, *tv* pal. 4, *vu* pal. 1,5. E ad un tempo scrivo — Rampa a botte semiellittica completa (e qui dicesi la natura del muramento di che è costrutta) di sostegno ai gradini della terza tesa (*), col pendio di base pal. 22, con sesto di corda pal. 12, e freccia pal. 4, e di gross. alla cima pal. 1,5.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

frecc.	4
n. cost.	0,2146
prod.	0,8584
gross. cim.	1,5
somma	2,3584
corda	12
prod.	28,3008
base	22
prod.	622,6176

Dunque il volume della data rampa a botte semiellittica completa che entra nella composizione della data scala è di misura pal. cubici 622,62.

(*) Similmente si direbbe della *seconda tesa*, della *quarta tesa*, o di quale rampa si tratta: direbbesi Rampa a botte semiellittica completa di covertura della terza o quarta tesa se si trattasse della *eq* che covre la tesa *km*, o dell'altra che covre la *me*.

ARTICOLO II.

DELLA MISURA DELLE SCALE CON RAMPE A BOTTE INCOMPLETA.

1.

Rampa a botte incompleta, avente per centina un quadrante circolare (*).

REGOLA.

Si misuri la base del pendio della rampa, la larghezza sua, e la grossezza alla cima.

La larghezza si moltiplichi pel numero costante 0,2146, al prodotto si aggiunga la grossezza alla cima, e la somma si moltiplichi per la larghezza della rampa e per la base del pendio.

Avvertimento — Questa regola dà la misura di tutto quel muramento che forma sporto sui muri cui è addossato: quella parte di muramento che direbbonsi *le prese* della rampa viene a misurarsi nel fare la misura della camera o gabbia della scala.

Esempio 1°.

Abbiasi la scala rappresentata in pianta e nei spaccati secondo LM, NO, nella fig. 1 della *tav. 11*. Vogliasi misurare una tale scala, vogliasi la misura cioè del volume di ognuna delle sue singole parti.

I muri eretti su i quattro lati AB, BC, CD, DA del rettangolo $ABCD$ costituiscono la gabbia o camera della scala. Ad essi sono affidati otto pianerottoli angolare a spicchi, uno dei quali si è segnato colle lettere $AGEF$ in pianta, ed efg nello spaccato secondo LM. Tali pianerottoli terminano le sei tese della scala, i scalini delle quali sono addossati (meno la prima che lo è ad un masso di murazione) ad altrettante rampe a botte incompleta tutte aventi per centina un quadrante circolare di ugual raggio, che è ad un tempo sesto o centina delli spicchi o pianerottoli contigui: della seconda rampa veduta per di sotto in $f'g'q'p'$, i quadranti $f'g'$, $p'q'$ ne sono le centine o sesto; comune il primo collo spicchio contiguo del pianerottolo angolare $e'f'g'$ che è rappresentato in pianta in $DF_{,}E_{,}$ e l'altro collo spicchio del pianerottolo che termina la rampa medesima dall'altro estremo. Nel lato DA in vece di rampe vi sono due passetti pensili terminati ai pianerottoli medesimi $AGEF$, $DE_{,}F_{,}$; li quali passetti coi pianerottoli contigui costituiscono i ballatoi della scala, che insieme cogli altri pia-

(*) Questa specie di rampa nella migliore architettura è terminata o da due riposi sostenuti ciascuno da una volta a botte con fronti di tutto sesto estradossata piana; o da due pianerottoli angolari a spicchi: e sono i due esempii prescelti.

nerottoli ne sono tutti i riposi. Nel muro *AD* v' è il vano d'ingresso nella scala, che per essere un vano a fianchi verticali terminato superiormente da un semicircolo impostato a livello col primo passetto (il tutto come vedesi nello spaccato secondo *NO*) ne taglia una lunetta ellissoidica *oix*. Negli altri due muri *AB*, *DC* sono i vani d'ingresso negli appartamenti, dimostrati quelli del muro *AB* nello spaccato secondo *LM*. Tutta la scala è coverta da una volta a gavetta estradossata piana, nel succielo della quale è aperto un vano rettangolare che illumina tutta la scala. Ed è chiaro dimostrato dalla fig. come è composta tutta la scala, e come ascendesi dal pianterreno ai piani superiori.

Li scalini misuransi separatamente avendo riguardo al loro paramento visto ed alla mettitura in opera, come è detto nel prologo a questo articolo (*pag.* 259): le rimanenti parti si descriveranno coll' ordine suddetto indicandone di ciascuna le dimensioni, come è prescritto nelle regole rispettive, sui quali dati presi sul luogo, si calcoleranno poi per le medesime regole i volumi di esse parti, e si compilerà la misura del tutto. Cioè

1°. Pei quattro muri costituenti la gabbia della scala, capo 1, art. 1, reg. 1, *pag.* 29.

2°. Dai quali si dedurranno: dal muro d'ingresso, il vano d'ingresso, capo 1, art. 2, reg. 34, 35, 36 *pag.* 81: dal muro a destra i vani d'ingresso negli appartamenti capo 1, art. 2, reg. 2, 3, e 4, *pag.* 52: dal muro a sinistra simili vani.

3°. Pei quattro riposi angolari si misureranno i volumi dei pianerottoli angolari a spicchi, capo 2, art. 12, reg. 1, *pag.* 253; ed è da avvertire, che nel prendere l'alt. sua totale non vi si debbe comprendere l'alt. del rivestimento del suo estradosso, che è su cui caminasi, e che và misurato superficialmente, per le regole che si daranno nella parte seconda.

4°. I due riposi ballatoi misuransi ognuno in due porzioni: misuransi cioè i due pianerottoli angolari a spicchi, che li terminano, come è detto di sopra; ed il passetto pensile intermedio, capo 2, art. 13, reg. 1, *pag.* 256; avendo le medesime avvertenze che pei pianerottoli.

5°. Dal primo ballatojo si dedurrà il vano che vi lascia la lunetta ellissoidica *oxi*: capo 2, art. 5, reg. 5, (quando la volta è a botte); avvertendo doversi prendere per *corda della volta* (*come dice la reg.*) *il doppio dello sporto* del passetto che già trovasi misurato *pag.* 185.

6°. Per la volta a gavetta che covre tutta la scala: capo 2, art. 4, reg. 1, *pag.* 173.

7°. Dalla quale se ne dedurrà il vano di luce rettangolare che è scolpito nel suo succielo, che si può riguardare come un muro in tela la di cui gross. fosse quanto le gross. del muramento costituente esso succielo: capo 1, art. 2, reg. 1, e 2, *pag.* 51.

8°. Il masso di murazione che sostiene i gradini della prima tesa non v'è chi non sappia misurare.

9°. Le rampe a botte incompleta avente per centina un quadrante circolare si misureranno per la regola cui questo esempio accompagna: così per l'ultima rampa misuro la base $\alpha\beta$ del pendio $\beta\gamma$ della rampa, la larg. sua *GE*, che è uguale a $\chi\sigma$, e la gross. *cl* alla cima; e sia

$\alpha\beta$ pal. 24, GE pal. 10, cl pal. 1,5. E ad un tempo scrivo—Rampa a botte incompleta (e quì dicesi la natura del muramento di che è formata) avente per centina un quadrante circolare; col pendio di base pal. 24, di largh. pal. 10, e di gross. alla cima pal. 1,5.

E computo il volume del muramento costituente la rampa col seguente

CALCOLO.

larg. rampa	10
n° cost.	0,2146
prod.	2,146
gross. cima	1,5
somma	3,646
larg. rampa	10
prod.	36,46
base pendio	24
prod.	875,04

Dunque il muramento costituente la rampa che sostiene i scalini dell'ultima tesa della data scala è di misura pal. cubici 875,04.

Esempio 2°.

Abbiasi la scala rappresentata nella fig. 3 della *tav. 10*, nella pianta e nei due spaccati secondo LM, PQ; è vogliasi la misura del volume delle sue singole parti.

Li tre muri eretti su i tre lati AB, BC, CD costituiscono la gabbia o camera della scala. Quattro volte a botte con fronti ad intradosso di tutto sesto estradossate piane addossate ai muri laterali AB, CD, come loro piedritti, e due col fronte posteriore sulla parete interna del muro di fronte CB, e due col fronte anteriore sull'istesso piano che termina al davanti i muri AB, CD costituiscono quattro riposi ballatoi della scala. Dal pianterreno per la prima tesa di scalini larga quando la metà della camera $ABCD$ si ascende al primo riposo ce, $c'e'$, e da ivi per la seconda tesa di uguale larghezza quanto la metà della camera $ABCD$ al secondo riposo df, $d'f'g'$ che inimette, per mezzo delle porte indicate, negli appartamenti al primo piano. Da quivi in su, le scalinate si ristringono, come chiaramente vedesi nella tesa $f'g'i$ veduta di fronte, e nell'altra $d''h'l'$ veduta di sotto, che lasciano perciò uno spazio libero indicato in pianta nel rettangolo punteggiato $FIHK$, a differenza delle due prime che non lasciano un tale spazio; ma che ove il limite $R'e'$ termina in e' ivi comincia l'altro confine $e'f'$ della seconda tesa, laddove il termine i' del confine $f'i'$ della terza tesa non è comune col punto h' del confine $h'l'$ dell'ultima tesa: restandovi così la distanza libera $i'h'$. Delle quali tese i scalini sono sostenuti nella seconda da una rampa a botte incompleta avente per centina un quadrante circolare, come è l'arco $S'r$, e la terza e la quarta da una rampa a botte incompleta avente per centina un arco circolare, come $d's'$: quelli della prima sono addossati ad un masso di murazione. E tutta la scala è coverta

da una volta a gavetta incompleta, in quanto che manca del gavetto nel lato *AD*, ma da questa parte il succielo ed i gavetti laterali prolungansi sino al piano di fronte *DA*.—Vogliasi la misura di una tale scala; ossia del volume di ciascuna delle sue parti integranti.

I scalini, come è detto nel prologo a questo articolo (*pag. 259*) misuransi separatamente avendo riguardo al paramento visto di ogni uno di essi ed alla loro mettitura in opera: le rimanenti parti si descriveranno coll' ordine suddetto indicandone di ciascuna le dimensioni, come è prescritto nelle regole rispettive date negli articoli precedenti: cioè

1°. Pei tre muri costituenti la gabbia: capo 1, art. 1, reg. 1, *pag. 29;* avvertendo che se le lungh. dei muri laterali *AB*, *CD* si computano sino alla parete esterna *VM* del muro di fronte, per lungh. di questo và computata la *BC:* ed è mestieri indicare che nella lungh. dei muri laterali vanno comprese *le croce dei muri*.

2°. Per dedurne i vani d'ingresso negli appartamenti, tre dal muro laterale *AB*, e tre dall'altro *DC*, capo 1, art. 2, reg. 2, 3, e 4, *pag. 52*.

3°. Per li quattro riposi: capo 2, art. 1, reg. 1, *pag. 127;* avendo due avvertenze: non comprendere nella gross. alla chiave l'altezza del rivestimento sul pavimento del riposo, come lastrico, pietra d'intaglio, o simile, che pagasi a parte misurandone la superficie (V. parte seconda): ed avere nel calcolo come nulla la gross. alla imposta, senza di che due volte verrebbonsi a computare alcune porzioni de' muri laterali della gabbia della scala.

4°. Per la covertura di tutta la scala si avrà ricorso a quattro regole: capo 2, art. 4, reg. 1, *pag. 173;* ma questa darà la misura della volta a gavetta, come se non vi mancasse, come è detto di sopra, il gavetto nel lato *DA;* onde se ne dedurrà ciò che vi manca: cioè 1°. la gross. alla imposta computata per tutta l'alt. della volta, capo 1, art. 1, reg. 1, *pag. 29;* 2°. il gavetto, che si compone di un passetto pensile terminato da due pianerottoli angolari a spicchi, e di questi; capo 2, art. 13, reg. 1, *pag. 256;* ed art. 12, reg. 1, *pag. 253*.—Il lato maggiore della volta qui sarà *AB* (uguale *ab*) accresciuta di *bc*, che è pure lo sporto del passetto e la largh. del pianerottolo, che, come si è detto, si debbono dedurre.

5°. Il volume del muramento ove sono addossati li primi scalini, essendo quello di un prisma a base triangolare che misurasi moltiplicando il triangolo della base per la sua alt., non v'è chi non sappia misurare.

6°. Le rampe a botte incompleta avente per centina un arco circolare, cui sono addossati li scalini della terza e quarta tesa si misureranno come prescrive la reg. seguente a *pag. 270*, e come indica l'esempio che l'accompagna.

7°. La rampa a botte incompleta avente per centina un quadrante circolare cui sono addossati li scalini della seconda tesa, come la regola di sopra: così

Misuro la base $\alpha\beta$ del pendio $\beta\gamma$ della rampa, la largh. sua $S'R'$ che è uguale a $\gamma\varepsilon$, e la gross. εf alla cima; e sia $\alpha\beta$ pal. 24, $S'R'$ pal. 11, ed εf pal. 1,5. E ad un tempo scrivo — Rampa a botte incompleta (e qui dicesi la natura del muramento di che è formata) con pendio di base pal. 24, larg. pal. 11, e gross. alla cima pal. 1,5.

Coi quali dati computo il volume del muramento costituente la rampa col seguente

CALCOLO.

largh. rampa	11
n° cost.	0,2146
prod.	2,3606
gross. cima	1,5
somma	3,8606
largh. rampa	11
prod.	42,4666
base pendio	24
prod.	1019,1984

Dunque il muramento costituente la rampa a botte incompleta cui sono addossati gli scalini della seconda tesa della data scala è di volume pal. cubici 1019,1984.

2.

Rampa a botte incompleta, avente per centina un arco di circolo minore del quadrante.

REGOLA.

Si misuri la base del pendio della rampa, lo sporto suo sul muro laterale, l'altezza della centina, e la grossezza alla cima.

L'altezza della centina si raddoppii, e considerando questo doppio come corda e lo sporto come freccia, si trovi colla *Tav.* (*A*) (*art. prelimin. pag. 17*) la lunghezza dell'arco che gli corrisponde. Si computi la differenza e la somma dei quadrati dell'altezza e dello sporto; la differenza si moltiplichi per l'altezza, e la somma per la metà della trovata lunghezza di arco; il primo prodotto si sottragga dal secondo, e la differenza si divida per quattro volte lo sporto. La grossezza alla cima si aggiunga all'altezza della centina, la somma si moltiplichi per lo sporto; dal prodotto si tolga l'ottenuto quoziente, e ciò che risulta si moltiplichi per la base del pendio della rampa.

ESEMPIO.

Leggasi il secondo esempio della regola precedente (*pag. 268, e fig. 3, tav. 10*); e quanto alle due rampe che sostengono i gradini della terza e quarta tesa, si proceda come in questa reg. è detto, che per la quarta è come quì appresso.

Misuro la base gf del pendio gi della rampa, lo sporto suo $d'n'$ sul muro laterale $d'a'$, l'alt. $n's'$ ossia gs della centina $d's'$, e la gross. $s'h'$ alla cima che è uguale ad sh: e sia gf pal. 26, $d'n'$ pal. 4,5, $n's'$ pal. 7,5, sh pal. 3. E ad un tempo scrivo — Rampa a botte incompleta (e quì dicesi la natura del muramento di che è formata) con

pendio di base pal. 24, ed avente per centina un arco di circolo minore del quadrante, di alt. pal. 7,5, di sporto sul muro laterale pal. 4,5, e di gross. alla cima pal. 3.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

alt. cent.	7,5	suo quadr.	56,25				
sporto.	4,5	suo quadr.	20,25				
		somma	76,50	div. per dopp.sp.	9		
				1° quoz.	8,5		
due mila v. alt.	15000	div. per 1° quoz.	8,5				
		cor. tav.	1765	... arc. corrisp.	2146,75		
					14,54		
				somma	2161,29		
				1° quoz.	8,5		
				prod.	18370,965		
				langh. rich.	18,370		
quad. alt. cent.	56,25	....	56,25				
quadr. sport.	20,25	....	20,25				
		somma	76,50				
diff.	36,00	metà arco	9,185				
alt. cent.	7,5	prod.	702,6525				
prod.	270,00	....	270				
		diff.	432,6525	div. qual. sp.	18		
				● quoz.	24,036		
		alt. cent.	7,5				
		gross. cima	3				
		somma	10,5				
		sport.	4,5				
		prod.	47,25				
		quoz. ●	24,036				
		diff.	23,214				
		base pend.	24				
		prod.	557,136				

Dunque il volume del muramento costituente la rampa cui sono affidati gli scalini della quarta tesa della data scala rappresentata nella pianta e suoi spaccati secondo *LM*, e *PQ* nella fig. 3 della *tav. 10* è di misura pal. cubici 557,14.

3.

Rampa a botte incompleta, avente per centina un quadrante ellittico.

REGOLA.

Si misuri la base del pendio della rampa, lo sporto suo sul muro laterale, l'altezza della centina, e la grossezza alla cima.

L'altezza si moltiplichi pel numero costante 0,6073, ed al prodotto si aggiunga la grossezza alla cima; e la somma che ne risulta si moltiplichi per lo sporto e per la base del pendio della rampa.

Esempio.

Abbiasi lo scala rappresentata dalla fig. 4 della *tav.* 10, in pianta e nei due suoi spaccati secondo *LM*, e *PQ*; e vogliasi la misura sua ossia del volume di ciascuna delle sue singole parti.

I tre muri eretti su i tre lati *AB*, *BC*, *DC* del rettangolo *ABCD* costituiscono la gabbia o camera della scala. Quattro volte a botte con fronti ad intradosso semiellittico estradossate piane, ne costituiscono i riposi *ec*, *e'c'*; *df*, *d'f'*; *hi*, *h'i'*; *lm*, *l'm'*, ai quali terminano le quattro tese della scala; i di cui scalini per la prima sono addossati ad un masso di murazione, per le altre tre sono addossati a tre rampe a botte incomplete aventi per centina un quadrante ellittico: ed ogni una delle quali è tanta larga da occuparne due tutta la larghezza *BC*; per modo che non resta spazio libero nel mezzo di esse, ed ove in *e'* termina il confine *R'e'* della prima rampa, quivi comincia l'altro *e'f'* della seconda *rf'*: essendo così il quadrante ellittico *s'r* ad un tempo metà del profilo dell'intradosso della volta del primo riposo, e centina della rampa che sostiene i gradini della seconda tesa. Tutta la scala è coverta da una volta a botte della stessa natura delle volte dei riposi.

A volere la misura di tutte le parti di tale scala; li scalini suoi, come è detto nel prologo a questo articolo *pag.* 259; si misurano separatamente, avendo riguardo al paramento visto di ogni uno di essi, ed alla loro mettitura in opera: le rimanenti parti si descriveranno col- l'ordine suddetto indicandone di ciascuna le dimensioni, come è prescritto nelle regole rispettive date innanzi: cioè

1°. Pei tre muri costituenti la gabbia: capo 1, art. 1, reg. 1, *pag.* 29: avvertendo che se le lunghezze dei muri laterali *AB*, *CD* si computano sino alla parete esterna *VM* del muro di fronte, per lunghezza di questo va misurata la *BC*: ed è mestieri indicare che nelle lungh. dei muri laterali vanno comprese le *croce dei muri*.

2°. Si dedurranno dai muri laterali i vani d'ingresso negli appartamenti, cioè quanti ve ne sono da ogni parte: per ognuno reg. 2, 3, e 4, capo 1, art. 2, *pag.* 52.

3°. Per le volte dei quattro riposi: capo 2, art. 1, reg. 5, *pag.* 132, avvertendo doversi avere nei calcoli come nulla la gross. alle imposte; perchè diversamente facendo verrebbonsi a misurare due volte quelle parti

dei due muri laterali della gabbia della scala, che sono a contatto delle spalle di esse volte; ed avvertendo ancora non si dover comprendere nella gross. alla chiave il rivestimento del pavimento del riposo: del quale va misurata la superficie, come si dirà nella parte seconda.

4°. Per la volta a botte che covre tutta la scala: capo 2, art. 1, reg. 5, *pag. 132*.

5°. Pel tamburo, o tompagno che sul muro di fronte giace al disotto di essa volta: capo 1, art. 3, reg. 6, *pag. 122*.

6°. Pel muramento cui sono addossati li scalini della prima tesa, non v'è chi non sappia misurare, essendo un prisma retto a base triangolare, e che misurasi moltiplicando la superficie della base per la sua altezza.

7°. Per le rampe cui sono addossati gli scalini delle altre tese, la regola di sopra. Così per la misura della rampa della seconda tesa.

Misuro la base $\alpha\beta$ del pendio $\gamma\beta$ della rampa, lo sporto suo $s't$ sul muro laterale $s'l'$, l'alt. tr che è uguale γs della centina $s'r$, e la gross. en uguale re' della rampa alla cima: e sia $\alpha\beta$ pal. 24, $s't$ pal. 9, tr pal. 5, en pal. 1,5. E ad un tempo scrivo—Rampa a botte incompleta (e quì dicesi la natura del muramento di che è formata e l'uffizio suo), con pendio di base pal. 24, ed avente per centina un quadrante ellittico di sporto pal. 9, ed alto pal. 5, e di gross. alla cima pal. 1,5.

E con quei dati fo il seguente

CALCOLO.

alt. cent.	5
n. cost.	0,6073
prod.	3,0365
gross. cima	1,5
somma	4,5365
sporto	9
prod.	40,8285
base pend.	24
prod.	979,8840

Dunque il muramento costituente la rampa che sostiene i scalini della seconda tesa della data scala è di misura pal. cubici 979,88.

4.

Rampa a botte incompleta avente per centina un arco parabolico (*).

REGOLA.

Si misuri la base del pendio della rampa, lo sporto suo sul muro laterale, l'altezza della centina, e la grossezza alla cima.

Al terzo dell'altezza si aggiunga la grossezza alla cima, e la somma che ne risulta si moltiplichi per lo sporto, e per la base.

(*) Tali rampe sono in buona architettura terminate a due pianerottoli angolari conici: e così è nell'esempio che segue.

Esempio.

Abbiasi la scala indicata in pianta e nei due suoi spaccati secondo *LM*, *NO* nella fig. 2, della *tav. 11*. Vogliasi la misura sua, ossia quella del volume delle sue singole parti.

Per essa si ascende a due appartamenti: in uno dei quali si ha l'ingresso per la porta *x*, nell'altro superiore per la porta *y*. Per la prima tesa di scalini, che sono addossati ad un masso di murazione si arriva ad un pianerottolo angolare conico *CE*, *ce*. Al quale è appoggiata col suo estremo inferiore una rampa a botte incompleta poggiata all'altro capo ad un altro pianerottolo angolare conico *BFK*, *bf*, che precede l'ingresso *x*, ed è lateralmente poggiata al muro eretto sopra *BC*: rampa che sostiene i scalini della seconda tesa. Similmente un'altra rampa a botte incompleta è terminata al disotto dal pianerottolo *bf*, ed al disopra dall'altro *AGI*; il quale ad un tempo termina al di sotto la rampa dell'ultima tesa, come il pianerottolo *DH*, *dh* che precede l'ingresso al piano superiore la termina al di sopra. È chiaro l'uffizio di ciascuna rampa, la centina delle quali è un arco parabolico: come un arco parabolico è il contorno dell'intradosso di ciascun pianerottolo, ove si attacca colle rampe contigue (*). I muri eretti su i lati *AB*, *BC*, *CD*, *DA* del rettangolo *ABCD*, ai quali sono appoggiati i quattro pianerottoli, e le quattro rampe da un lato, costituiscono insieme la gabbia o camera della scala; la quale tutta intera è coverta da una volta a gavetta sostenuta dai quattro muri medesimi. Le due porte che al pianterreno sono scolpite nei muri *AB*, *CD* sono d'ingresso nella scala, il vano scolpito nel muro *BC* è un finestrone che illumina tutta la scala.

Di questa scala, come di tutte le altre, i scalini misuransi separatamente, come è detto nel prologo a questo capo, (*pag. 259*) avendo riguardo al loro paramento visto, ed alla loro mettitura in opera: per tutte le altre parti si procederà coll'ordine più conveniente, secondo le norme prescritte nelle rispettive regole date innanzi, descrivendo le dimensioni e la natura di esse parti: cioè

1°. Per li muri *AB*, *BC*, *CD*, *DA* costituenti la camera della scala: capo 1, art. 1, reg. 1, *pag. 29*; avvertendo che se per lungh. dei muri *AB*, *CD*, si computi sino alle pareti esterne *VM*, *RS* degli altri due muri, per lungh. di questi debbonsi prendere le *BC*, *AD* arrestandosi alle pareti interne dei primi: e si indicherà essere comprese nella lungh. dei muri *AB*, *CD* le *croci* del muro.

2°. Dai muri *AB*, *CD* si dedurranno i vani d'ingresso negli appartamenti, e quelli d'ingresso nella scala, capo 1, art. 2, reg. 34, *pag. 81*.

3°. Dal muro *BC* si dedurrà il vano di finestrone, capo 1, art. 2, reg. 43, *pag. 89*.

4°. Per la volta che covre tutta la scala, capo 2, art. 4, reg. 1, *pag. 173*.

(*) Il taglio per angolo di uno di questi pianerottoli, e di uno di quelli dell'altra scala fig. 1, *tav. 11*, sono rappresentati nella fig. 3 della medesima tavola: e da essa comprendesi chiaro in che i pianerottoli angolari conici sono diversi dai pianerottoli angolari a spicchi.

5°. Per li quattro pianerottoli angolari conici, ai quali mettono capo le quattro tese, e che formano i riposi della scala: capo 2, art. 12, reg. 2, *pag. 254*.

6°. Per la prima tesa si misurerà il masso di murazione cui i suoi scalini sono affidati: ed è cosa facilissima, costituendo esso un prisma retto a base triangolare.

7°. Per le rampe che sostengono li scalini delle altre tre tese si procederà come nella regola di sopra. Così per la rampa *GIKF:*

Misuro la base $\alpha\beta$ del pendio $\beta\gamma$ della rampa, lo sporto suo *gi*, ossia *GI*, sul muro laterale *AB*, $a'b'$, l'alt. $\gamma\epsilon$ che è uguale a *in* della centina *goi* e la gross. ϵe alla cima: e sia $\alpha\beta$ pal. 39, *gi* pal. 9, $\epsilon\gamma$ pal. 12,3, ed ϵe pal. 1,5. E ad un tempo scrivo — Rampa a botte incompleta col pendio di base pal. 39, ed avente per centina un arco parabolico collo sporto sul muro laterale di pal. 9, e di alt. pal. 12,3, e grossa alla cima pal. 1,5.

Coi quali dati fo poi il seguente.

CALCOLO.

alt. cent.	12,3	suo terzo	4,1
		gross. cima	1,5
		somma	5,6
		sporto	9
		prod.	50,4
		base	39
		prod.	1965,6

Dunque il volume del muramento costituente la rampa cui sono addossati i scali della terza tesa della data scala è di misura pal. cubici 1965,6.

ARTICOLO III.

DELLA MISURA DELLE SCALE CON RAMPE A SAGOMA RAMPANTE.

Come fin dal principio dicemmo, non avendo noi in mira che quei solidi li quali possono adoperarsi in una bene intesa opera architettonica, è chiaro non dovere questo articolo contenere che due regole soltanto: l'una per gli archi rampanti a sagoma continua, nel qual caso essa è una porzione di ellisse; l'altra per gli archi rampanti a sagoma discontinua, nel qual altro caso essa è composta da due archi circolari che hanno nel punto d'incontro una tangente comune: e la bellezza loro stà in questo principalmente, che mentre (*fig.* 2, *tav.* 12) la linea di pendio *ab*, può non essere parallela alla linea di sublimità *cd*, la curva *aeb* che costituisce la sagoma della volta è tangente alla stessa linea *cd* di sublimità, alla linea *df* ed alla opposta *al* dei due piedritti che la sorreggono; per lo che ad un tempo lasciano ad arbitrio dell'architetto la disposizione decorativa inferiore, e possono sempre accommodarsi al rapporto richiesto tra l'altezza e la pedata delli scalini sopraposti, d'onde dipende la inclinazione della linea di sublimità *cd*: ed in oltre guardata la rampa da sotto desta sempre nell'animo dell'osservatore la comodità che dovrà incontrare nel salire per essa rampa; imperciocchè la direzione dell'elemento *e* della curva *aeb* dimostra la inclinazione della linea di sublimità *cd*. Ma per queste medesime cose vedesi essere preggio della sagoma discontinua sulla continua la facilità della esecuzione soltanto, non potendo variare in qualunque modo la distanza dei piedritti *ac*, *fbd*, la distanza verticale *ei* delle due linee di sublimità e di pendio, e le inclinazioni di tali linee; laddove l'altra, mentre per variare la curvatura della linea *aeb* ad ogni punto, più difficile n'è la esecuzione, ha il preggio sulla prima di potersi tutte le dette cose variare a piacimento dell'architetto. Così nel partito preso nella scala della fig. 1, *tav.* 12, non potrebbe adottarsi punto una sagoma a due archi circolari: la distanza verticale *ei* tra le due linee *ab*, *cd*, serbando le stesse tutte le altre cose, dovrebbe essere assai maggiore quando la curva *aeb* invece di essere ellittica si componesse di due archi circolari; la qual cosa vedesi manifesta paragonando la *aeb* della fig. 1, colla *aeb* della fig. 2.

Nelle fabbriche trascurate vedonsi pure adottate altre sagome diverse dalle dette di sopra; ma alcune non ammettono generazione geometrica alcuna, epperò è impossibile misurarle geometricamente; altre compongonsi di porzioni di solidi malamente messi insieme e che malamente si uniscono coi loro piedritti, e questi potrebbero misurarsi a parte a parte, onde dovrebbero tanto variare le regole per misurare cotali rampe, per quanto può variare il capriccio di coloro che malamente fanno. E tutte cotali specie di rampe sono tali che ordinariamente alla deformità loro portono connessa la poco stabilità e durevolezza.

Per tutte siffatte ragioni adunque, con assai maggiore franchezza ci

Per tutte siffatte ragioni adunque, con assai maggiore franchezza ci staremo al nostro primiero divisamento: epperò due sole regole daremo per le rampe di che si tratta, di due sorte essendo quelle che in una bene intesa opera architettonica sogliono adottarsi (*).

I.

Rampa a sagoma rampante ellittica.

REGOLA.

Si misuri la base della linea di pendio, la distanza del punto medio di questa dal punto della sagoma che trovasi sulla verticale che passa per esso punto medio, e la distanza del punto medio stesso dal punto dell' estradosso che trovasi sulla verticale medesima, e si misuri la larghezza della rampa.

La distanza del punto medio della linea di pendio dal punto della sagoma sulla stessa verticale, si moltiplichi pel numero costante 0,7854, ed il prodotto si sottragga dalla distanza del punto medio della linea stessa di pendio dal punto dell'estradosso che è sulla verticale medesima; la differenza si moltiplichi per la base del pendio, ed il prodotto per la larghezza della rampa.

Esempio.

Abbiasi la scala indicata in pianta in elevato e nel suo spaccato secondo LM, nella fig. 1, *tav. 12*. Vogliasi la misura di una tale scala, ossia di tutte le sue singole parti.

I tre muri AB, BC, CD eretti sui lati del rettangolo $ABCD$ costituiscono la camera o gabbia della scala, la quale è aperta a giorno nel lato AD. Sul piano verticale AD sono i fronti di due portici soprapposti l' uno all' altro come vedesi nel prospetto; l' uno al piano terreno e l' altro al primo piano, ed ogni uno composto da una volta a botte addossata ai quattro pilastri E, E', F, F', e da due volte a padiglione di sesto rialzato che tengono immezzo la volta a botte: addossate l' una al muro AB ed ai pilastri E, E', l'altra al muro CD ed ai pilastri F', F; e tutte estradossate piane ad egual livello. Somiglianti volte sono erette, col fronte posteriore sul paramento CB del muro di fronte della gabbia, e su i muri laterali ed i pilastri E'', F''; ma i due pilastri E'', F'' alti quanto li E, E', F, F', sono piantati sul pavimento lg, del primo riposo $CF''E''BC$ della scala, che è estradosso di una volta a botte di tutto sesto. Sur un muramento prismatico piantato su $F'F''G''G'$, ed indicato a puntini proiettato in fbd sono addossati li scalini costituenti la prima rampa di scala: per la quale si ascende dal pianterreno sul primo riposo lg. Secondo il senso dei muri AB, CD, sono alle volte a spicchi contigue col muro AB addossate due

(*) Vi sono esempii in buona architettura di archi rampanti a più di due centri, come vi sono archi ribassati non rampanti a cinque sette, e fino ad undici centri. Ma cotali archi rampanti solendo adottarsi per più facile esecuzione soltanto, ove si vorrebbero gli ellittici, ed essendo tali da confondersi con essi, potrà francamente farsi uso della prima delle regole seguenti quando si avesse a misurare una rampa avente per sagoma un arco rampante a molti centri.

volte a sagoma rampante continua, ossia ellittica, aeb, $a'e'b'$, e che hanno uno dei fronti sul paramento interno del muro laterale sinistro AB: ed alle due volte a spicchi contigue al muro CD, è addossata un'altra volta o rampa a sagoma rampante continua, che ha uno dei suoi due fronti sul paramento interno dell'altro muro laterale CD, sull'estradosso delle quali volte sono addossati li scalini della seconda, terza, e quarta tesa della scala. Asceso dal pianterreno sul primo riposo lg, per la seconda rampa ascendesi secondo lk al secondo riposo kh; da quivi per la terza rampa secondo $k'l'$ al terzo riposo $l'g'$, e per l'ultima rampa secondo $l''k'$ si passa dal riposo $l''g'$ all'ultimo $h'k'$. Giunto ai riposi secondo ed ultimo hk, $h'k'$, può accedersi negli appartamenti pei vani d'ingresso R, S. Tutta la scala è coverta da una gran volta a botte ribassata al quarto di sesto semiellittico.

A voler misurare una tale scala, prescindendo dalli scalini che misuransi separatamente, avendo riguardo al loro paramento visto ed alla mettitura in opera, come è detto nel prologo a questo capo (*pag.* 258), si procederà misurando ciascuna delle parti sue integranti, descrivendole presso a poco coll'ordine suddetto, e secondo che è prescritto colle relative regole precedentemente date. Così:

1.° Pei tre muri costituenti la gabbia reg. 1, art. 1, *pag.* 29: avvertendo che se i muri laterali AB, CD, si computano sino alla parete esterna VU del muro di fronte, per lungh. di questo và computata la BC; ed è mestieri indicare che nella lungh. di ciascun muro AB, CD và compresa la *croce dei muri*.

2.° Pei vani d'ingresso R, S, da dedursi dal muro AB, e pegli opposti da dedursi dal muro CD capo 1, art. 2, reg. 2, *pag.* 52.

3.° Pei pilastri E_{γ} E', F', F, pei soprapposti, e pei due E'', F'', capo 1, art. 3, reg. 2 e 3, *pag.* 119.

4.° Pel masso prismatico di muramento rappresentato in fbd, non v'è chi non sappia doversi misurare moltiplicando l'area del triangolo bdf che debbe aversi come una base, per la sua alt., che è la largh. $G'F'$ della tesa.

5.° Pel muro bd che forma da un lato piediritto della volta a botte il di cui estradosso forma primo riposo: capo 1, reg. 1. art. 1, *pag.* 29; ed è uopo prendere per alt. di questo muro tutta l'alt. bl sino al piano del riposo lg: ed è mestieri notare essere l'alt. di esso muro *computata sino al piano dell'estradosso della volta a botte che forma riposo*.

6.° Per la volta a botte di tutto sesto che forma riposo, capo 2, art. 1, reg. 1, *pag.* 127; prendendo uguale zero la gross. alla imposta, non dovendo misurarsi che il solo muramento compreso tra i piani dl, βg; essendosi il rimanente muramento laterale alla volta e da sopra il suo piano d'imposta già misurato nel misurare i muri 1°, e 5°.

7.° Per le sei volte a padiglione di sesto rialzato proiettate in pianta in $DFF'G'$, $CG''F''K$, $IE''H''B$, $EE'H'A$; capo 2, art. 2, reg. 2, *pag.* 143: dal numero rappresentante la misura di ciascuna delle quali volte è mestieri dedurne quelle porzioni di muramento comprese tra i piani di imposta e di estradosso, che sono comune coi già misurati muri AB, BC, CD; e che misuransi colla reg. 1, dell'art. 1, del capo 1, (*pag.* 29) prendendo per lungh. del muro il lato dell'estradosso

della volta (ossia la distanza dei due lati paralleli più due volte la gross. alla imposta), e per alt. l'alt. dell'estradosso sopra l'imposta.

8°. Le tre volte a botte che sono ciascuna immezzo a due volte a padiglione, capo 2, art. 1, reg. 1, *pag.* 127: e si avrà per zero la gross. alla imposta, essendosi quel muramento che la costituisce già misurato nel misurarsi le laterali volte a spicchi, 7.°

9. Pel muramento del prospetto della scala messo al disopra dell'ultimo riposo: i pilastri capo 1, art. 3, reg. 2 e 3, *pag.* 119; ed il rimanente, la parte intermedia capo 2, art. 1, reg. 1, *pag.* 127, e le laterali capo 1, art. 1, reg. 1, *pag.* 29.

10°. Per la volta che covre tutta la scala, capo 2, art. 1, reg. 5 *pag.* 132.

11. Per le volte delle tre rampe a sagoma rampante continua, ossia ellittica si procederà come è prescritto nella regola cui quest'esempio serve di chiarimento; e che applicata alla seconda rampa è come segue.

Misuro la base *bf* della linea di pendio *ab*; ed applicando al punto *a* l'estremo del nastro graduato lo svolgo, e tenendolo teso per quanto è possibile lo applico al punto *b*, accomodandolo così secondo la linea di pendio *ab*. Fissato il punto *i* medio della *ab*, che sarà ove è la numerazione metà della numerazione che cade in *b*, fò passare per un tal punto *i* il filo a piombo appoggiandolo sul fronte *aeblka* della volta (*V. art. prelim. pag. 13*); e del filo a piombo misuro la parte *ie* intercetta tra la linea di pendio *ab* e la curva *aeb*, e l'altra *io* intercetta tra la linea di pendio medesima *ab* e la retta *kl* estradosso della volta, che debb'essere ordinariamente parallela alla linea di sublimità *cd*: sarà *ie*, la distanza del punto medio della linea di pendio dal punto della sagoma che trovasi sulla verticale che passa per esso, ed *io* la distanza del punto medio stesso dal punto dell'estradosso che trovasi sulla verticale medesima; e misuro per ultimo la largh. *E'H'* della rampa. E così misurate le cose risulti *bf* pal. 31, *ie* pal. 9, *io* pal. 11, ed *E'H'* pal. 10,5. facendo la quale misurazione scrivo — Masso di fabbrica (e quì dicesi la natura sua) costituente la rampa, cui sono addossati li scalini della seconda tesa larga pal. 10,5; a sagoma rampante continua, ossia ellittica colla base della sua linea di pendio di pal. 31, il di cui punto medio è distante dal punto della sagoma il quale è sulla stessa verticale per pal. 9, e da quello della retta di estradosso e che è sulla verticale medesima per pal. 11.

Fatte le quali cose sul luogo, fo poi il seguente

CALCOLO.

n. cost.	0,7854		
dist. sagom.	9.	dist. estrad.	11
prod.	7,0686	....	7,0686
		diff.	3,9314
		base pend.	31
		prod.	121,8734
		largh. ram.	10,5
		prod.	1279,6707

Dunque il muramento constituente la rampa alla quale sono affidati li scalini della seconda tesa della data scala è di pal. cubici 1279,67.

pendio *ab* della rampa, e la largh. sua: e sia *eo*, pal. 2, *ol* pal. 19,5, *ok* pal. 13,5, *ae* pal. 32, *aβ* pal. 5, *eb* pal. 16, *εγ* pal. 4, *af* pal. 31,5, e la largh. che sia di pal. 11. Facendo la quale misurazione scrivo. — Rampa a sagoma rampante discontinua grossa al punto di sommità pal. 2, il quale è situato in modo che la verticale che passa per esso divide la retta di estradosso in due parti la inferiore di pal. 19,50, e la superiore di pal. 13,5, e la sagoma della rampa nei due archi circolari che la compongono, l'inferiore di corda pal. 32 e freccia pal. 5, ed il superiore di corda pal. 16, e freccia pal. 4; essendone il pendio di base pal. 31,5, e la largh. di pal. 11.

Coi quali dati fo poi il seguente

CALCOLO.

(determinaz. lungh. arc. inferiore)

semic. 16 suo quadrato 256
frecc. 5 suo quadrato 25
somma 281 div. per dopp. frec. 10
◇ 1. quoz. 28,1

mille vol. cor. 32000 div. per 1. quoz. 28,1
cor. tav. 1139
cor. mio. 1138 arc. corrisp. 1204,28
5,82
diff. 1 arc. corrisp. 0,87
arc. corrisp. alla cor. 1210,97
1. quoz. 28,1
prod. 34028,26
diviso. mille 34,03

(determinaz. lungh. arch. superiore)

semic. 8 suo quadr. 64
frecc. 4 suo quadr. 16
somma 80 divis. per dopp. frec. 8
Θ quoz. 10

mille vol. cor. 16000 div. per 1. quoz. 10
cor. tav. 1600
cor. min. 1599 arc. corrisp. 1850,05
2,91
diff. 1 arc. corrisp. 0,87
arc. corrisp. alla cor. 1853,83
1. quoz. 10
prod. 18538,30
div. mille 18,54

dopp. parte infer. estr.	39	
lungh. arc. infer.	34,03	
diff.	4,97	
1. quoz. ◇	28,1	
prod.	139,657	 139,657
dopp. part. super. estr.	27	
lungh. arc. super.	18,54	
diff.	8,46	
1. quoz. Θ	10	
prod.	84,60	 84,60
base pendio	31,50	
gross. sommità	2	
prod.	63,00	 63,00
	somma	287,257
	largh. ram.	11
	prod.	3157,827

Dunque il muramento costituente la data rampa a sagoma rampante discontinua è di misura pal. cubici 3157,83.

MANUALE

PER

LA MISURA DELLE FABBRICHE.

PARTE SECONDA

MISURA DELLE SUPERFICIE.

CAPO PRIMO

DELLA SUPERFICIE DEI MURI E DEI PAVIMENTI.

Questo capo sarà diviso in quattro articoli: i primi due saranno relativi ai muri propriamente detti, conformemente alla divisione loro in muri pieni e muri traforati, come fu detto nella prima parte (*pag.* 29); nel terzo si daranno le regole per la misura della superficie di quei medesimi solidi dei quali s' insegnò a misurare il volume nell' articolo terzo del capo primo della parte prima e che pure possono andar compresi nella classe dei muri; nel quarto si parlerà dei pavimenti.

ARTICOLO I.

DELLA SUPERFICIE DEI MURI PIENI.

I.

Muro in tela.

REGOLA.

Si misuri la lunghezza e l' altezza del muro.
La lunghezza si moltiplichi per l' altezza.

Esempio.

Abbiasi un muro in tela con una delle sue facce rivestita di stucco: vogliasi la misura di un tale rivestimento; o ciò che è lo stesso della superficie sua.

Misuro la sua lungh. e l'alt.; e sia la lungh. pal. 60, e l'alt. pal. 24. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o dicesi qual altro lavoro vi sia) del muro in tela di lungh. pal. 60, e di alt. pal. 24.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

lungh.	60
alt.	24
prod.	1440

Dunque la misura del rivestimento del dato muro; ossia di una delle sue facce è di pal. quadrati 1440.

2.

Muro in tela, con contrafforti di pianta rettangolare ed a fianchi verticali.

REGOLA.

Si misuri la lungh. e l'alt. del muro; l'alt., e lo sporto di un contrafforte.

Si moltiplichi l'alt. di un contrafforte pel suo sporto, il prodotto si ripeta tante volte per quanti essi sono, ed a ciò che si ottiene si aggiunga il prodotto della lungh. del muro per la sua altezza.

Avvertimento — Questa regola suppone essere tutti i contrafforti uguali tra loro, come è nelle buone costruzioni: e dà un risultato alcun poco minore del vero; imperciocchè alla faccia anteriore di un contrafforte viene a sostituirvi quella porzione di superficie ch'esso covre; ciò si fa in grazia della brevità, e sarebbe facile aversi la esatta misura, calcolando ad una ad una ogni faccia del solido composto come è.

Esempio.

Abbiasi il muro in tela con contrafforti come è rappresentato dalla fig. 11, *tav. 1*, e si voglia la misura della sua superficie anteriore.

Misuro la lungh. EF del muro e sia di pal. 68, l'alt. HG sia di pal. 18; l'alt. AB di un contrafforte e sia di pal. 15, il suo sporto BD e sia di pal. 3. E ad un tempo scrivo — (Dopo aver indicato il lavoro superficiale come per esempio intonaco, bianchеggiatura, ec.) del muro in tela di lungh. pal. 68, alt. pal. 18, con numero 5 contrafforti di pianta rettangolare ed ai fianchi verticali ciascuno di alt. pal. 15, e di sporto pal. 3.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

contraff. alt. pal.	15		
sporto	3		
prod.	45		
n. contraff.	5		
prod.	225	....	225
muro lungh.	68		
alt.	18		
prod.	1224	....	1224
		somma	1449

Dunque la superficie del dato muro con contrafforti, dalla parte ove sono questi, è di pal. quadrati 1449.

3.

Muro in tela con contrafforti di pianta trapezia.

REGOLA.

Si misuri la lunghezza e l'altezza del muro; e di un contrafforte l'altezza, le due larghezze al piede, e quella alla cima, e la distanza di questa dalla esterna al piede, e di un suo fianco il lato saliente e la sua distanza dal vertice dell'angolo ad esso opposto.

La lunghezza del muro si moltiplichi per la sua altezza, e l'altezza del contrafforte per la semisomma della larghezza interna al piede con quella alla cima e pel numero dei contrafforti, e dal primo prodotto si sottragga il secondo. La semisomma delle due larghezze esterne al piede ed alla cima si moltiplichi per la loro distanza, il lato saliente per la sua distanza dal vertice dell'angolo ad esso opposto, i due prodotti si addizionino e la somma si moltiplichi pel numero dei contrafforti. Il prodotto che ne risulta si aggiunga alla ottenuta differenza.

Avvertimento — Si suppone essere i contrafforti tutti uguali tra loro, come è nella buona architettura.

Esempio.

Abbiasi il muro in tela con contrafforti di pianta trapezia, come è presentato nella fig. 12, *tav. 1;* e si voglia la misura della superficie sua compresi i contrafforti, e dalla parte dove essi sono.

Misuro la lungh. EF del muro, e sia di pal. 40, la sua alt. HG, e sia pal. 15; in oltre di un contrafforte misuro l'alt. Ba che sia di pal. 12 le sue due largh. al piede cb, BC, ed alla cima AP, e sia la prima di pal. 3, la seconda di pal. 5, e la terza di pal. 4, la distanza ab della

AP dalla *bc* che sia di pal. 12,01, il lato saliente *Ab* che sia di pal. 12,03, e la distanza sua *Be* dal vertice *B* dell'angolo opposto e sia pal. 3,16. Il qual muro coi suoi contrafforti, così indico colle dimensioni. (E prima dicesi la natura del lavorio superficiale che va misurato e pagato, come a dire per es.) Intonaco del muro in tela di langh. pal. 40, ed alto pal. 15, con numero 4 contrafforti di pianta trapezia, ciascuno di largh. al piede interna pal. 5, esterna pal. 3, e di largh. alla cima pal. 4, distante dalla precedente per pal. 12,01; alto pal. 12, e con facce laterali col lato saliente di pal. 12,03 distante dal vertice dell'angolo opposto per pal. 3,16.

Coi quali dati presi sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO

lungh. muro	40				
alt. muro	15				
prod.	600	 600			
largh. cima	4				
largh. int. piede	5				
somma	9				
semisomma	4,5				
alt.	12				
prod.	54				
n. contraff.	4				
prod.	216	....	216		
		diff.	384	....	384
largh. est. piede	3				
largh. cima	4				
somma	7				
semisomma	3,5				
dist.	12,01				
prod.	42,035	....	42,035		
lato saliente	12,03				
sua dist. dal vert. opp.	3,16				
prod.	38,0148	....	38,0148		
		somma	80,0498		
		n. contraff.	4		
		prod.	320,1992	....	320,1992
				somma	704,1992

Dunque la misura dell'intonaco che riveste il dato muro in tela con contrafforti di pianta trapezia, è di misura pal. quadrati 704,20.

4.

Muro in tela con contrafforti di pianta triangolare.

REGOLA.

Si misuri la lunghezza e l'altezza del muro; e di un contrafforte l'altezza, la larghezza, il suo lato saliente, e la distanza di questo dal vertice dell'angolo opposto.

La lunghezza del muro si moltiplichi per la sua altezza, la larghezza del contrafforte per la metà della sua altezza e pel numero dei contrafforti, e dal primo prodotto si sottragga il secondo. Il lato saliente si moltiplichi per la sua distanza dal vertice dell'angolo opposto, e pel numero dei contrafforti. Il prodotto che ne risulta si aggiunga alla ottenuta differenza.

Esempio.

Abbiasi un muro con contrafforti di pianta triangolare, come è rappresentato nella fig. 13, *tav. 1*; e la sua parte anteriore, cioè ove sono i contrafforti sia rivestita d'intonaco. Vogliasi la misura di un tale rivestimento, o ciò che è lo stesso, la misura della superficie del muro coi contrafforti, dalla parte ove questi sono.

Misuro la lungh. *HG* del muro e sia di pal. 40, e la sua alt. *IK* che sia di pal. 15; in oltre misuro l'alt. *BA'* di un contrafforte e sia di pal. 12, la sua largh. *BD* che sia di pal. 6, ed il lato saliente *AC* e la sua distanza *ID* dall'angolo *I* ad esso opposto, e sia *AC* pal. 12,37, e *DI* pal. 5. E ad un tempo scrivo — Rivestimento d'intonaco (o direbbesi invece qual altra sorta di lavoro superficiale vi sia) della parte anteriore del muro in tela di lungh. pal. 40, ed alt. pal. 15, con numero 4 contrafforti di pianta triangolare, ciascuno di alt. pal. 12, largh. pal. 6, e col lato saliente di pal. 12,37 distante dal vertice dell'angolo opposto per pal. 5.

Coi quali dati presi sul luogo, fo poi il seguente

CALCOLO.

lungh. muro	40	
alt. muro	15	
prod.	600	600
largh. contr.	6	
metà alt. contr.	6	
prod.	36	
n. contraf.	4	
prod.	144	144
	diff.	456

		diff. preced.	456
lato saliente	12,37		
sua dist. ang. opp.	5		
prod.	61,85		
n. contraff.	4		
prod.	247,40	....	247,40
		somma	703,40

Dunque la misura del detto rivestimento d'intonaco, ossia la superficie del dato muro in tela con contrafforti di pianta triangolare, dalla parte ove questi sono, è di misura pal. quadrati 703,40.

5.

Muro diritto di pianta circolare.

REGOLA.

Si misuri il diametro del circolo interno od esterno della pianta del muro, secondo che si voglia la superficie concava o convessa; e si misuri l'altezza del muro.

Il diametro si moltiplichi per l'altezza e pel numero costante 3,1416.

Esempio.

Abbiasi un pozzo di pianta circolare, rappresentato nella fig. 16 *tav.* 1, e vogliasi la misura della superficie concava della sua canna *abceda*.

Volendo la superficie concava della canna, misuro il diametro *AB* del circolo interno della pianta, e sia pal. 8, e misuro la sua alt. *eb* che sia di pal. 24. E sopra luogo scrivo — Superficie concava (e qui dicesi la natura del lavoro da pagarsi) formante la canna del pozzo di pianta circolare col circolo interno di diametro pal. 8, ed alta pal. 24.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO

diam. circ. int.	8
alt.	24
prod.	192
n. cos.	3,1416
prod.	603,1872

Dunque la superficie concava della data canna di pozzo è di misura pal. quadrati 603,1872.

6.

Muro diritto di pianta semicircolare.

REGOLA.

Si misuri il diametro del semicircolo pianta del paramento concavo, o convesso, secondo che vuolsi la superficie concava o convessa del muro, e si misuri l'altezza sua.

Il diametro si moltiplichi per l'altezza e pel numero costante 1,5708.

Esempio.

Abbiasi una *Cona* di pianta semicircolare, come rappresentata nella fig. 17 *tav. 1*; e sia nell'interno rivestita di stucco. Vogliasi la misura di un tale rivestimento; o ciò che è lo stesso la misura della superficie concava del muro diritto di pianta semicircolare costituente la parete della *Cona*.

Misuro il diametro AC del semicircolo ABC pianta del paramento concavo del muro, e ne misuro l'alt. TE; e sia AC pal. 19,8, e TE pal. 28. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco della parete interna della Cona costituita da un muro diritto di pianta semicircolare; di diametro il circolo pianta del paramento concavo pal. 19,8, ed alto pal. 28.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

diam.	19,8
alt.	28
prod.	554,4
n. cost.	1,5708
prod.	870,85152

Dunque la superficie concava del dato muro diritto di pianta semicircolare costituente parete della *Cona* è di misura pal. quadrati 870,85.

7.

Muro diritto di pianta ad arco di circolo.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell'arco pianta del paramento concavo o convesso del muro, secondo che vuolsi la superficie dell'uno o l'altro paramento, e si misuri l'altezza del muro.

Si trovi la lunghezza dell'arco corrispondente alla data corda e freccia per la *Tav.* (*A*) (*art. prelimin. pag. 18*) e ciò che si ottiene si moltiplichi per l'altezza del muro.

Esempio.

Abbiasi un nicchione di pianta *ACBbca*; ed essendo rivestito di stucco, vogliasi la misura di un tale rivestimento, ossia la misura della superficie del paramento concavo del muro di esso nicchione.

Misuro la corda *ab* e la freccia *dc* dell'arco *acb*, pianta del paramento concavo del nicchione, e l'alt. del suo muro: e sia *ab* pal. 14, *dc* pal. 5, e l'alt. del paramento, ossia del muro pal. 20. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi invece qual altra sorta di lavoro superficiale vi fosse fatto) della parete concava del muro dritto di pianta ad arco di circolo di corda pal. 14, e freccia pal. 5, ed alto pal. 20, costituente la parete del nicchione.

Coi quali dati fo poi il seguente

CALCOLO.

semicor.	7	suo quadrato	49		
freccia	5	suo quadrato	25		
		somma	74	divid. dop. frecc.	10
				1° quoz.	7,4
mill. vol. cor. 14000 div. per 1° quoz.			7,4		
		cor. tav.	1892	arc. tav. corrisp.	2478,37
					2,91
				somma	2481,28
				molt. 1° quoz.	7,4
				prod.	18361,47
				lungh. arc.	18,36
				alt. muro	20
				prod.	367,20

Dunque la misura del detto rivestimento, ossia la superficie del paramento concavo del dato muro diritto di pianta ad arco di circolo à di pal. quadrati 367,20.

8.

Muro diritto di pianta ellittica.

REGOLA.

Si misurino i due assi dell'ellisse pianta del paramento concavo o del paramento convesso, secondo che vogliasi la superficie concava o convessa del muro, e si misuri l'altezza sua.

I due semiassi si sommino e si sottraggano, la somma si moltiplichi per la differenza, e dal prodotto si estragga la radice quadrata, che si divida pel semiasse maggiore. Il quoziente si consideri come un numero

dato di quelli della *Tav.* (*B*) (*V. art. prelim. pag. 21*), ed il numero che vi corrisponde sotto la rubrica risultamenti si moltiplichi per l' asse maggiore e per l' altezza del muro, ed il prodotto finale si raddoppi.

Esempio.

Abbiasi una sala ellittica rivestita di stucco; e vogliasi la misura del rivestimento del muro che ne costituisce la parete, ossia della sua superficie concava.

Misuro l'asse maggiore *AB* (fig. 14, *tav. 1*), ed il minore *CD* dell' ellisse *ADBC* pianta del paramento concavo del muro, e misuro la sua alt.; e sia *AB* pal. 44, *CD* pal. 24, e l' alt. pal. 20. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi in vece qual altra sorta di lavoro vi fosse) del paramento concavo del muro diritto costituente le pareti della sala ellittica, nell' interno di asse maggiore pal. 44, minore pal. 24, ed alto pal. 20.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

semias. magg. 22 22
semias. min. 12 12
somma 34 — diff. 10

somma semias. 34
diff. semias. 10
prod. 340 — sua rad. 18,43909 — div. semias. mag. 22
quoz. 0,83814

n. dato 0,83814
n. pross. min. *tav. (B)* 0,82904 — risult. corris. 1,24918
diff. 0,00910
rapp. diff. 0,99
prod. 0,009009 0,00901
risult. rich. 1,25819
asse magg. 44
prod. 55,36036
alt. muro 20
prod. 1107,20720
dopp. 2214,41440

Dunque la superficie del paramento concavo del dato muro è di misura pal. quadrati 2214,41.

9.

Muro diritto di pianta semiellittica.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell' arco pianta del paramento concavo o convesso, secondo che vogliasi la superficie concava o convessa del muro, e si misuri l' altezza sua.

La semicorda colla freccia si sommino e si sottraggano, la somma si moltiplichi per la differenza, e del prodotto si estragga la radice quadrata, che si divida per la semicorda. Il quoziente si consideri come un numero dato di quelli della *Tav.* (*B*), ed il numero che vi corrisponde sotto la rubrica risultamenti (*V. art. prelim. pag.* 23) si moltiplichi per la corda e per l' altezza del muro.

Esempio.

Abbiasi un portico semiellittico la di cui icnografia è data dalla fig. 15 *tav.* 1; ed essendo rivestito di stucco vogliasi la misura del rivestimento del muro *ACEB* che ne costituisce la parete continuata, ossia della superficie del suo paramento concavo.

Misuro la corda *AB* e la freccia *DC* dell' arco *ACB* pianta del paramento concavo del muro, e l' alt. sua: e sia *AB* pal. 44, *DC* pal. 12 e l' alt. pal. 20. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altra sorta di lavorio superficiale vi fosse) del paramento concavo del muro diritto di pianta semiellittica di corda pal. 44, freccia pal. 12, ed alto pal. 20.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

semicor. 22	....	22		
frec. 12	....	12		
	diff.	10		
somma 34	....	34		
	prod.	340 sua rad. 18,43909	div. semicor.	22
			quoz.	0,83814
	n. dato	0,83814		
	n. pross. min. *tav.* (*B*)	0,82904	risult. corris.	1,24918
	diff.	0,00910		
	rapp. diff.	0,99		
	prod.	0,009009	....	0,00901
			risult. rich.	1,25819
			corda	44
			prod.	55,36636
			alt. muro	20
			prod.	1107,20720

Dunque il rivestimento del paramento concavo del dato muro, ossia la superficie sua, è di misura pal. quadrati 1107,21.

10.

Muro a scarpa di pianta retta.

REGOLA.

Si misuri la lunghezza del muro, e la distanza del suo canto in sublime dal suo canto alla base.

La lunghezza si moltiplichi per la distanza.

Avvertimento — Questa regola dà la misura della superficie della faccia inclinata del muro; epperò le dimensioni s'intende doversi prendere da questa parte. La superficie della faccia opposta misurarsi per la reg. 1, *pag. 283.*

Esempio.

Abbiasi un muro a scarpa (fig. 18, *tav. 1*); vogliasi la misura della superficie della sua faccia inclinata *AD.*

Misuro la lunghezza del muro; e la distanza *AD* del suo canto in sublime dal suo canto alla base. E ad un tempo scrivo — Rivestimento (e dicesi la sorta di rivestimento) della faccia inclinata del muro a scarpa di lungh. pal. 40, e col suo canto in sublime distante da quello alla base per pal. 12,37.

Coi quali dati raccolti sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

lungh.	40
dist.	12,37
prod.	494,80

Dunque la superficie della faccia inclinata del dato muro a scarpa di pianta retta è di pal. 494,80.

11.

Muro a scarpa di pianta circolare.

REGOLA.

Si misuri la grossezza del muro al piede ed alla cima, la distanza del circolo esterno in sublime dal circolo esterno alla base, ed il diametro del circolo pianta del paramento concavo.

Al diametro si aggiungano le due grossezze e la somma si moltiplichi per la distanza e pel numero costante 3,1416.

Avvertimento — Questa regola dà la misura della superficie del paramento convesso del muro. La superficie del suo paramento concavo misurasi per la reg. 5, *pag. 288.*

Esempio.

Il piede di una torretta sia tutto intorno rivestito di pietre d'intaglio; e vogliasi la misura di un tal rivestimento. Trattasi di misurare la superficie del suo paramento convesso.

Misuro (fig. 19, *tav. 1*) la gross. *CB* al piede, e sia di pal. 9, l'altra *C'B'* alla cima e sia di pal. 4; misuro la distanza del circolo esterno in sublime dal circolo esterno alla base, che è *BB'*, e sia di pal. 18,70, e misuro il diametro del circolo pianta del paramento concavo, che è il doppio di *AC*, e che sia di pal. 20. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di pietre d'intaglio (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) sulla superficie convessa del muro a scarpa di pianta circolare, formante il piede della torretta, di gross. al piede pal. 9, alla cima pal. 4, col circolo esterno in sublime distante dal circolo esterno alla base per pal. 18,70, e col circolo pianta del paramento concavo di diametro pal. 20.

Coi quali dati fo il seguente

CALCOLO.

diam.	20
gross. al piede	9
gross. alla cima	4
somma	33
dist.	18,7
prod.	617,1
n. cost.	3,1416
prod.	1938,68136

Dunque la superficie convessa del dato piede di torretta è di misura pal. quadrati 1938,68.

ARTICOLO II.

DELLA SUPERFICIE DEI MURI TRAFORATI.

Come pei volumi (*parte prima pag. 51, reg. 1.*) così per le superficie, i muri traforati si misurano prima come se fossero pieni e poi se ne deducono quelle porzioni di superficie che i vani ne portano via: dei fianchi dei quali, talora è mestieri eziandio misurare la superficie; quando essi trovansi cioè nelle circostanze medesime che tutto il muro. Così per esempio quando una galleria fosse rivestita d'intonaco e dipinta, possono essere rivestiti d'intonaco e dipinti i fianchi ed il soffitto dei vani che vi sono. Epperò sembrerebbe doversi da noi dare per ogni vano le regole per misurare quella parte di superficie da togliersi dal muro considerato come pieno, e quelle per misurare la superficie dei fianchi e soffitti dei vani medesimi; che quando sono nelle medesime circostanze che le superficie dei muri (ove essi vani sono scolpiti) alla superficie di queste debbonsi aggiungere. Ma per la facilità di misurare tali superficie dei vani, se trattasi dei fianchi loro o squarci, riducendosi alle cose medesime che per la misura dei magisteri delle terze e quarte facce che nella prima parte abbiamo imparato a misurare, e la misura del loro soffitto riducendosi alla misura della superficie di volte se sono terminati al disopra in forma di archi circolari od ellittici, che appresso impareremo a calcolare, quì non daremo che le regole per misurare per ogni vano ciò che và dedotto dalla misura della superficie del muro considerato come pieno, la quale si ha per le regole dell'articolo precedente. Ed è per questa ragione che quì non dovremo tener conto dei varii casi che presenta un medesimo vano: così a cagion di esempio quando trattavasi dei volumi, un vano nei muri in tela con fianchi verticali terminato superiormente da un semicircolo offriva cinque casi; quando i suoi fianchi sono paralleli e non ha squarci, quando ha i squarci solamente ai fianchi, quando ne ha uno solo al di sotto, quando l'ha al di sotto ed ai fianchi e quando ne ha tutto intorno; tutti li quali ne offrono uno solo e medesimo nella misura delle superficie, quando si vuole aver riguardo, come noi qui facciamo, soltanto a quella parte della superficie del muro che debbesi dedurre dalla misura sua considerato come pieno; imperciocchè sulla superficie del muro sempre un vano della figura di un rettangolo sormontato da un semicircolo vi sta.

1.

Vano nei muri in tela di porta o balcone rettangolare a fianchi verticali.

REGOLA.

Si misuri l'altezza e la larghezza del vano.
Si moltiplichi l'altezza del vano per la sua larghezza.

Avvertimento — Le dimensioni suddette vanno misurate su quella faccia del muro ove è scolpito il vano, della quale si è misurato la superficie considerata come piena, per poi dedurne quella parte toltane via dal vano.

Esempio.

La faccia, fig. 26, *tav.* 2, interna *AD* di un muro ove è scolpito il vano *ABD*, sia rivestita d' intonaco. A voler misurare un tale intonaco è mestieri considerare prima il muro come pieno, e poi sottrarre dalla misura dell' intonaco, così considerando il muro, la sua parte mancante a cagione del vano: e dopo avere misurato il muro colla reg. 1, dell' articolo preced. (*pag. 283*) si misurerà il vano, ossia la parte d' intonaco da togliersi colla regola superiore. E poichè trattasi dell' intonaco sulla faccia interna *AD*, misuro del vano l' alt. *AB*, e la largh. *AD* sulla faccia interna, (*e non le ab, ad* sull' altra faccia). Ed essendo *AB* pal. 7, ed *AD* pal. 6: ad un tempo scrivo. — Da dedursi dall' intonaco (o si dirà qual altra sorta di lavoro sia) del muro la mancante pel vano rettangolare che v' è scolpito, dalla medesima parte alto pal. 7, e largo pal. 6.
Fatte le quali cose sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

alt. pal.	7
largh.	6
prod.	42

Dunque la superficie da dedursi a causa del dato vano è di misura pal. quadrati 42.

2.

Vano di luce semicircolare nei muri in tela.

REGOLA.

Si misuri il diametro del vano.
Il quadrato del diametro si moltiplichi pel numero costante 0,3927.
Avvertimento — Se il vano è senza squarcio è indifferente su qualunque delle due facce del muro si misuri il diametro: se avrà squarci dovrà misurarsi su quella faccia della quale si è misurata la superficie. Epperò è chiaro che nel caso della fig. 29 e 30 della *tav.* 2, quando si sarà misurata la faccia esterna del muro vale la regola di sopra, ma quando si sarà misurata la faccia interna *BC*, od *A'E'* bisognerà aver ricorso alla regola 6 (*pag. 301*) che è relativa al vano con fianchi verticali terminato superiormente da un arco di circolo.

Esempio.

Abbiasi in un muro in tela un vano di luce semicircolare, come è rappresentato dalla fig. 27, *tav.* 2; e per essersi misurata la superficie del muro ove è scolpito, considerandolo come pieno, vogliasi la misura di quella parte di superficie che a causa del vano vi manca per farne la dovuta deduzione.

Misuro il diametro *CD* del vano, e sia pal. 18. E ad un tempo scrivo. — Da dedursi dalla superficie del muro la mancante pel vano semicircolare che v'è scolpito di diametro pal. 18.

Quindi fo poi il seguente ·

CALCOLO.

diam.	18	suo quadr.	324
		n. cost.	0,3927
		prod.	127,2348

Dunque la superficie da dedursi a causa del dato vano è di misura pal. cubici 127,23.

3.

Vano di luce circolare nei muri in tela.

REGOLA.

Si misuri il diametro del vano.

Il quadrato del diametro si moltiplichi pel numero costante 0,7854.

Avvertimento — Se il vano ha squarcio come è il caso della fig. 31 (*tav.* 2), si misurerà il diametro di quel circolo che è sulla faccia del muro, della quale, per essersene misurata la superficie considerandolo come pieno, debbe dedursene la porzione che ne manca a causa del vano: se il vano non avrà squarcio è chiaro essere eguali i due circoli, e potersi di qualunque di essi misurare il diametro.

Esempio.

La faccia interna di un muro in tela ove è scolpito il vano rappresentato dalla fig. 31 della *tav.* 2 sia rivestita d'intonaco.

A voler misurare un tale intonaco misuro prima per la reg. 1 art. 1, (*pag.* 283), la superficie interna del muro considerandolo come senza vano, e poi per la reg. di che si tratta la superficie della sua parte mancante d'intonaco a causa del vano: epperò verso la faccia interna del muro essendo lo squarcio del vano, misuro il diametro *AE* del circolo maggiore del vano; e sia *AE* di pal. 8. E ad un tempo scrivo. — Da dedursi dall'intonaco, (o si dirà qual altra specie di lavoro superficiale sia) della parete interna del muro la mancante pel vano circolare che v'è scolpito di diametro, dalla medesima parte, di pal. 8.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

diam.	8	suo quadr.	64
		n. cost.	0,7854
		prod.	50,2656

Dunque la superficie da dedursi a causa del dato vano è di misura pal. quadrati 50,27.

4.

Vano di figura semiellittica nei muri in tela.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia.
Si moltiplichi la corda per la freccia e pel numero costante 0,7854.

Esempio.

Una delle due pareti di un muro, ove è un vano (fig. 32, *tav.* 2) di figura semiellittica *ABC* sia rivestita di stucco; vogliasi la misura di un tale rivestimento.

Considero in primo il muro come senza vano, e misuro la superficie della sua faccia rivestita di stucco (*reg. 1*, *art. 1*, *pag. 283*); indi per la regola di che quì si tratta misuro quella porzione di superficie che manca a causa del vano, per dedurla dalla misura della superficie del muro considerato come pieno: per la quale porzione da dedursi misuro la corda *AC* del vano che sia di pal. 20, e la freccia *BD* che sia di pal. 4. E ad un tempo scrivo — Da dedursi dal rivestimento di stucco (o si dirà quale altra specie di lavoro superficiale sia) della parete interna del muro la mancante pel vano di figura semielittica che vi è scolpito di corda pal. 20 e freccia pal. 4.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

corda	20
frecc.	4
prod.	80
n. cost.	0,7854
prod.	62,8320

Dunque la superficie da dedursi a causa del dato vano di figura semiellittica è di misura pal. quadrati 62,83.

5.

Vano nei muri in tela con fianchi verticali, terminato superiormente da un arco di circolo.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del vano sino alla imposto, la corda e la freccia.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia, e si calcoli la differenza e la somma di essi; la differenza si moltiplichi per la semicorda e la somma per la metà della lunghezza dell'arco; il primo prodotto si sottragga dal secondo, la differenza si divida per la doppia freccia; ed al quoziente si aggiunga il prodotto della corda per l'altezza sino alla imposta.

Avvertimento — Le dimensioni suddette vanno misurate su quella faccia del muro, della quale si è misurata la superficie, considerandolo come pieno.

Esempio.

La faccia interna di un muro ove è scolpito la porta (fig. 34 *tav.* 2) *AGBEA* sia rivestita d'intonaco.

A voler misurare un tale intonaco è mestieri considerare prima il muro come pieno, e poi sottrarre dalla misura dell'intonaco, fatta così considerando il muro, la sua parte mancante a cagione del vano: epperò verso la faccia interna del muro essendo lo squarcio del vano, misuro la corda *AB*, che è sulla faccia del muro della quale si è misurata la superficie, e la freccia *FE* dalla medesima parte (e non le *CD*, *Fe*, che sono sull'altra faccia del muro) e misuro l'alt. *GB* sino alla imposta: e sia *AB* pal. 16 *FE* pal. 1,80, e *GB* pal. 21. E ad un tempo scrivo — Da dedursi dall'intonaco (o si dirà qual altra sorta di lavoro superficiale sia) della parete interna del muro la mancante porzione pel vano di porta a fianchi verticali terminato superiormente ad arco di circolo, dalla medesima parte di corda pal. 16 e freccia pal. 1,80, ed alto sino alla imposta pal. 21.

Con questi dati, cominciando dal calcolare colla *Tav.* (*A*) (*art. prelim. pag. 18*) la lungh. dell'arco *AEB* che la reg. suppone conoscersi fo poi il seguente

CALCOLO.

(Determinazione della lungh. dell'arco AEB.)

semic. data	8	suo quadr.	64		
frecc. data	1,8	suo quadr.	3,24		
		somma	67,24	div. per dopp.frec.	3,6
				1° quoz.	18,67
mille vol. cor.	16000	div. per 1. quoz.	18,67		
		cor. tav.	857		
		cor. tav. pross. min.	856	arc. corrisp.	872,66
					11,64
		diff.	1	arc. corrisp.	0,87
				arc. corrisp. alla cor.	885,17
				molt. 1. quoz.	18,67
				prod.	16526,1239
				lungh. rich.	16,53

Dunque la lungh. dell'arco *AEB* è di pal. 16,53. Quindi applico la regola.

(Applicazione della regola.)

semicor. 8	suo quadr.	64	....	64		
frecc. 1,8	suo quadr.	3,24	....	3,24		
			somma	67,24		
	diff.	60,76	metà arc.	8,27		
	semic.	8	prod.	556,07		
	prod.	486,08	....	486,08		
			diff.	69,99	div. per dopp.frecc.	3,60
						19,44
			cor.	16		
			alt. imp.	21		
			prod.	336	....	336
					somma	355,44

Dunque la superficie da dedursi a causa del dato vano è di misura pal. quadrati. 355,44.

6.

Vano nei muri in tela, con fianchi verticali, terminato superiormente da un semicircolo.

REGOLA.

Si misuri la larghezza del vano e la sua altezza sino alla imposta. La larghezza si moltiplichi pel numero costante 0,3927, ed al prodotto si aggiunga l'altezza sino alla imposta, la somma si moltiplichi per la larghezza del vano.

Avvertimento — Se il vano ha squarcio, come è il caso della fig. 2 e 3 della *tav. 3*, si misurerà la largh. e l'alt. sua da quella parte del muro ove è il paramento di cui si è misurata la superficie considerandolo come pieno, e dalla misura della quale và dedotto ciò che ne manca per la esistenza del vano. La quale avvertenza dovendosi sempre avere, è chiaro essere questa la regola per misurare pure le parti di superficie da dedursi pei vani rappresentati nelle fig. 29, e 30 della *tav.* 2 e fig. 1 della *tav. 3* dalla superficie del muro ove sono scolpiti, quando quella del suo paramento verso la parete ove è lo squarcio nei due primi casi, o dall'altra parte nell'ultimo caso siasi misurata. Quando il vano con fianchi verticali terminato superiormente da un semicircolo non avrà squarcio è evidente essere indifferente da qualunque parte si misurino la detta larghezza e altezza.

Esempio.

La parete interna fig. 3, *tav. 3*, $A'B$ del muro, ove è scolpito il finestrone rappresentato in elevato in $ABbacCA$ con squarcio verso l'interno ed a fianchi verticali $AacC$, Bb terminato superiormente da un semicircolo, sia rivestito d'intonaco: vogliasi la misura di un tale rivestimento.

Colla reg. 1, dell'art. 1, *pag. 283*, misuro la superficie interna del muro considerandolo come se non avesse il vano, e da ciò che ottengo sottraggo poi colla regola di che si tratta quella porzione di superficie che per la esistenza del vano ne manca; per fare la qual cosa, dalla parte ove è lo squarcio essendo il rivestimento d'intonaco, da questa parte misuro la largh. AB del vano e la sua alt. AC sino alla imposta Cc: e sia AB pal. 20 ed AC pal. 18. E ad un tempo scrivo. — Da dedursi dall'intonaco (o si dirà qual altro lavoro superficiale siasi fatto) che riveste il paramento interno del muro, la parte mancante a causa del vano con fianchi verticali terminato superiormente da un semicircolo, dalla medesima parte largo pal. 20 ed alto sino alla imposta pal. 18.

Coi quali dati fo poi il seguente

CALCOLO.

n° cost.	0,3927
largh.	20
prod.	7,8540
alt. imp.	18
somma	25,854
largh.	20
prod.	517,080

Dunque la superficie da dedursi a causa del dato vano è di misura pal: quadrati 517,08.

7.

Vano nei muri in tela, a fianchi verticali terminato superiormente da una semiellisse.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del vano sino alla imposta, e la corda e la freccia dell'arco.

La freccia si moltiplichi pel numero costante 0,7854, ed al prodotto si aggiunga l'altezza del vano siuo alla imposta; la somma si moltiplichi per la corda.

Avvertimento—Se il vano non ha squarcio come è nella fig. 4, della *tav. 3*, da qualunque delle due faccie di paramento del muro si misureranno le dette cose è sempre lo stesso; non così se ha squarcio, come è il caso delle fig. 1 e 5 della *tav. 3;* allora bisognerà misurarle da quella parte ove è la faccia di cui, considerando il muro come pieno, si è misurata la superficie; ed è chiaro per la fig. 1, che quando si misura la superficie del muro verso lo squarcio del vano debbesi aver ricorso a questa regola, quando si fosse misurata la faccia opposta debbesi aver ricorso alla regola precedente, essendo da quella parte il vano terminato da un semicircolo e non da una semiellisse, come è verso lo squarcio.

Esempio.

Un muro in tela sia rivestito di stucco da ambe le sue facce, e sia in un tal muro scolpito un vano di porta con fianchi verticali terminata superiormente da un semicircolo, e con squarci ai soli fianchi, fig. 1, *tav. 3.*

A volere la misura di un tale rivestimento, misuro prima la superficie di ciascuna faccia del muro considerato come se fosse pieno (*reg. 1, pag. 283*), e poi dalla misura della faccia esterna aG ne deduco colla pre-

cedente reg. 6 (*pag. 351*) quella porzione che ne manca a causa della porta, che da questa parte si presenta come un vano con fianchi verticali terminato superiormente da un semicircolo; e dalla misura della faccia $A'F$ del muro ne deduco quella porzione di rivestimento che vi manca a causa della porta che, per avere squarcio ai fianchi soltanto, presentasi da questa parte, come un vano con fianchi verticali terminato superiormente da una semiellisse. Epperò mi valgo della regola 7 riportata di sopra, misurando dalla parte interna le dimensioni di essa porta, che la regola prescrive: cioè

Misuro l'alt. AC sino alla imposta, che sia pal. 18, e misuro la corda e freccia dell'arco semiellittico, e sia la corda, che è quanto AB, pal. 20, e la freccia pal. 6. E ad un tempo scrivo (per ciò che riguarda la parte interna)—Da dedursi dal rivestimento di stucco (o si dirà qual altro lavoro superficiale siasi fatto) che riveste il paramento interno del muro, la parte mancante a causa della porta, che dalla stessa parte presentasi come un vano a fianchi verticali alto sino alla imposta pal. 18, e terminato superiormente da una semiellisse di corda pal. 20 e freccia pal. 6.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

n° cost.	0,7854
frecc.	6,
prod.	4,7124
alt. imp.	18
somma	22,7124
corda	20
prod.	454,2480

Dunque la superficie da dedursi a causa del dato vano è di misura pal. 454,25.

8.

Vano rettangolare a fianchi verticali, nei muri diritti di pianta circolare.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del vano, e la corda e la freccia dell'arco che ne è pianta.

Si determini la lunghezza dell' arco di cui si è misurata la corda e la freccia (*art. prelim. pag. 18, reg.* 2); e la lunghezza si moltiplichi per l'altezza del vano.

Avvertimento—Và misurata la corda e la freccia di quell'arco che è verso il paramento di cui si è misurata la superficie considerandolo come pieno, e dalla misura della quale và dedotto ciò che ne manca per la esistenza del vano.

Esempio.

Nel muro diritto, di cui la fig. 7, *tav. 3*, rappresenti la pianta, sia praticato un vano rettangolare la di cui pianta è il quadrilatero mistilineo $DCEecd$. La parete interna $ADEPB$ del muro sia rivestita d'intonaco; e fattasene la misura, considerandolo come pieno, debbasene dedurre quella porzione che ne manca a causa del vano $DCEecd$.

Misuro l'alt. del vano, e della pianta sua misuro la corda ED e la freccia IC dell'arco DCE che è sulla parete interna $ADCEB$, e sia l'alt. del vano pal. 15, DE pal. 8, IC pal. 0,9. E ad un tempo scrivo. — Da dedursi dall'intonaco (o si dirà qual altro lavoro superficiale siasi fatto) che riveste il paramento concavo del muro diritto di pianta circolare, la parte mancante a causa del vano rettangolare, di alt. pal. 15, e coll'arco della sua pianta, che è sul paramento medesimo di corda pal. 8, e freccia pal. 0,9.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

semic.	4	suo quadr.	16		
frecc.	0,9	suo quadr.	0,81		
		somma	16,81	div. per dopp. frec.	1,80
				1° quoz.	9,34
mille cor.	8000	div. 1° quoz.	9,34		
		cor. tav.	856,53		
		cor. min.	856,	arc. corrisp.	872,66
					11,64
		diff.	0,53	arc. corrisp.	0,57
				arc. corrisp. cor.	884,37
				molt. 1° quoz.	9,34
				prod.	8264,6858
				lungh. arc.	8,26
				alt. vano	15
				prod.	123,90

Dunque dalla misura dell'intonaco del paramento concavo del muro avutasi considerandosi come pieno, và dedotto, a causa del dato vano, il numero 123,90, che è misura della superficie ch'esso ne toglie.

9.

Vano rettangolare nei muri a scarpa, con squarci ai fianchi verso l'interno.

REGOLA.

Si misurino le due larghezze interne del vano al piede ed alla cima, e l'altezza sua.

La semisomma delle due larghezze si moltiplichi per l'altezza.

Avvertimento — Questa regola vale per la deduzione della parte di superficie che il vano toglie da quella del muro considerato come pieno, della faccia verso cui sono li squarci: per la parte da dedursi dalla superficie del paramento opposto del muro vale la reg. 1, (*pag.* 295). E similmente la regola medesima vale pei vani scolpiti nei muri a scarpa, li quali sono indicati nelle fig. 6, 10, ed 11, della *tav.* 3.

Esempio.

Abbiasi un vano di luce rettangolare, fig. 9 *tav.* 3, in un muro a scarpa, con squarci ai fianchi verso l'interno: ed essendosi misurato il paramento di esso muro considerato come pieno, dalla parte onde è lo squarcio, vogliasi la misura di quella parte di superficie che ne và dedotta a causa di esso vano.

Misuro le due largh. interne del vano, cioè la bb' al piede, e la cc' alla cima, e l'alt. sua ai; e sia bb' pal. 9, cc' pal. 8,4 ed ai pal. 7. E ad un tempo scrivo sul luogo. — Da dedursi dalla superficie della parete interna del muro a scarpa, la parte che ne è tolta pel vano rettangolare di alt. pal. 7, e con squarci laterali verso l'interno, che rendono al piede la largh. del vano di pal. 9, ed alla cima di pal. 8,4.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

largh. infer.	9
largh. super.	8,4
somma	17,4
metà	8,7
alt.	7
prod.	60,9

Dunque la parte da togliersi dalla superficie del paramento interno del dato muro a scarpa considerato come pieno, a cagione del vano rettangolare con squarci ai fianchi verso l'interno, che vi è scolpito, è di misura pal. cubici 60,9.

10.

Vano di nicchia rettangolare di pianta rettangolare.

REGOLA.

Si misuri la larghezza, l'altezza e la profondità della nicchia.

Al doppio dell'altezza si aggiunga la larghezza, e la somma si moltiplichi per la profondità della nicchia; la larghezza si moltiplichi per l'altezza, ed i due prodotti si sommino.

Avvertimento—Il risultato di questa regola non comprende la superficie della pianta della nicchia; che si misurerà a parte moltiplicandone la largh. per la profondità.

Esempio.

Abbiasi, fig. 12, *tav. 3*, una nicchia rettangolare *abcd*, di pianta rettangolare: e vogliasi la misura della intera superficie di tutto il suo paramento; cioè del fondo, dei fianchi, e del cielo.

Misuro la largh. *ad* della nicchia, e sia di pal. 5, la sua alt. *ab* che sia di pal. 9, e la profondità *dd'* che sia pal. 2. E ad un tempo scrivo—Vano di nicchia (indicando prima il lavoro che ne riveste il paramento) rettangolare di pianta rettangolare, di largh. pal. 5, alt. pal. 9, e profonda pal. 2.

Coi quali dati fo il seguente

CALCOLO.

dopp. alt.	18	
largh.	5	
somma	23	
prof.	2	
prod.	46	46
alt.	9	
largh.	5	
prod.	45	45
	somma	91

Dunque la misura di tutta la superficie del paramento della data nicchia è di misura pal. 91.

11.

Vano di nicchia rettangolare di pianta semicircolare.

REGOLA.

Si misuri la larghezza e l'altezza della nicchia.

La larghezza si moltiplichi per l'altezza e pel numero costante 1,5708.

Avvertimento—Questa dà la superficie del solo paramento concavo della nicchia: per avere anche quella della sua pianta e del suo cielo, bisognerà aggiungere al prodotto che dà la regola, l'altro del quadrato della largh. pel numero costante 0,7854.

Esempio.

In un muro in tela abbiasi una nicchia rettangolare di pianta semicircolare, fig. 12, *tav. 3*: ed essendo rivestita di stucco vogliasi la misura di un tale rivestimento, ossia della superficie sua.

Misuro la largh. *ei* della nicchia e la sua alt. *ef;* e sia *ei* pal. 5, ed *ef* pal. 9. E ad un tempo scrivo—Rivestimento di stucco (o si dirà qual altra sorta di lavoro superficiale siasi fatto) della nicchia rettangolare di pianta semicircolare, di largh. pal. 5, ed alt. pal. 9.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

largh.	5
alt.	9
prod.	45
n. cost.	1,5708
prod.	70,6860

Dunque la misura del rivestimento della data nicchia, ossia della sua superficie concava è di pal. 70,69.

12.

Vano di nicchia terminata a semicircolo, di pianta rettangola.

REGOLA.

Si misuri la larghezza della nicchia, l'altezza dei suoi fianchi, e la profondità di essa.

La larghezza si moltiplichi pel numero costante 1,5708, ed al prodotto si aggiunga la doppia altezza dei fianchi, e la somma si moltiplichi per la profondità; la larghezza si moltiplichi pel numero costante 0,3927 ed al prodotto si aggiunga l'altezza, e la somma si moltiplichi per la larghezza. I due prodotti finali si sommino.

Avvertimento—Il risultato di questa regola non comprende la superficie della pianta della nicchia, che si otterrà moltiplicandone la largh. per la profondità.

Esempio.

Abbiasi una nicchia, fig. 12, *tav. 3,* terminata a semicircolo, di pianta rettangola: e sia rivestita di stucco. Vogliasi la misura di un tale rivestimento; ossia della superficie del suo paramento.

Misuro la largh. *hl*, l'alt. *lm* dei suoi fianchi, e la sua profondità *ln*. E ad un tempo scrivo—Rivestimento di stucco (o si dirà quale altra sorta di lavoro superficiale siasi fatto) della nicchia terminata a semicircolo di pianta rettangola, di largh. pal. 5, alt. dei fianchi pal. 7,50, profonda pal. 2.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

n. cost.	1,5708		
largh.	5		
prod.	7,8540		
dopp. alt.	15		
somma	22,8540		
profond.	2		
prod.	45,7080	....	45,7080
n. cost.	0,3927		
largh.	5		
prod.	1,9635		
alt.	7,5		
somma	9,4635		
largh.	5		
prod.	47,3175	....	47,3175
		somma	93,0255

Dunque la misura del rivestimento di stucco della data nicchia, ossia la misura della superficie del paramento suo è di misura pal. cubici 93,03.

13.

Vano di nicchia terminata a semicircolo, e di pianta semicircolare.

REGOLA.

Si misuri la larghezza della nicchia, e l'altezza della sua parete verticale.

Alla larghezza si aggiunga due volte l'altezza, e la somma si moltiplichi per la larghezza e pel numero costante 0,7854.

Avvertimento — Il risultato della regola non comprende la superficie della pianta della nicchia. Per avere anche questa bisognerà moltiplicare il quadrato della largh. pel numero costante 0,3927.

Esempio.

In un muro diritto siavi scolpita una nicchia terminata a semicircolo, di pianta semicircolare; ed una tal nicchia sia rivestita di stucco. Vogliasi la misura di un tale rivestimento.

Misuro, fig. 12 *tav. 3*, la largh. *pq* della nicchia e l'alt. *pr* del suo paramento verticale: e sia *pq* di pal. 5, e *pr* di pal. 7,50. E ad un tempo scrivo.—Rivestimento di stucco (o si direbbe quale altro lavoro superficiale vi fosse (della nicchia terminata a semicircolo e di pianta semicircolare, larga pal. 5, e col paramento verticale alto pal. 7,50.

Coi quali dati fo poi il seguente

CALCOLO.

largh.	5
alt.	7,5
alt.	7,5
somma	20,0
largh.	5
prod.	100,0
n. cost.	0,7854
prod.	78,54

Dunque la misura del rivestimento della data nicchia (non compresa la pianta) è di pal. quadrati 78,54.

ARTICOLO III.

DELLA SUPERFICIE DI ALCUNI ALTRI SOLIDI DI FABBRICA, CHE PER L'UFFIZIO CUI SONO DESTINATI, POSSONO PURE ANDAR COMPRESI NELLA CLASSE DEI MURI.

1.

Piedistalli.

REGOLA.

Se ne misuri la larghezza, la lunghezza e l'altezza.

La larghezza si aggiunga alla lunghezza, la somma si moltiplichi per l'altezza, ed il prodotto si raddoppii.

ESEMPIO.

Abbiasi il piedistallo rappresentato nella fig. 1, *tav.* 4, e sia rivestito di stucco: vogliasi la misura di un tale rivestimento, ossia la superficie del piedistallo.

Misuro la largh. DC, la lungh. BC, e la sua alt. CE: e sia DC pal. 6, BC pal. 9, CE pal. 8. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) del piedistallo di pianta di pal. 6 per 9, e di alt. pal. 8.

Coi quali dati fo poi il seguente

CALCOLO.

lungh.	9
larg.	6
somma	15
alt.	8
prod.	120
dopp.	240

Dunque la superficie del dato piedistallo, che ne misura il rivestimento è di pal. quadrati 240.

2.

Pilastri o *Piloni*

REGOLA.

Si misurino le due dimensioni della pianta del pilastro, e la sua altezza.
Le due dimensioni della pianta si sommino, e la somma si moltiplichi per l'altezza, ed il prodotto si raddoppii.

Esempio.

Abbiasi un pilastro, come è rappresentato dalla fig. 2, *tav.* 4, rivestito di stucco; vogliasi la misura di un tale rivestimento.
Misuro le due dimensioni *ab*, *ac* della pianta, e sia *ab* uguale *ac* di pal. 4, e l'alt. *bd* che sia di pal. 31. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro vi fosse) del pilastro di pianta di pal. 4 per 4, ed alto pal. 31.
Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

dimensioni pianta {	4 4
somma	8
alt.	32
prod.	256
dopp.	512

Dunque la superficie del dato pilastro, ossia la misura del suo rivestimento di stucco, è di pal. quadrati 512.
Avvertimento — Leggi quello a *pag. 120*.

3.

Colonna:

REGOLA.

Si misuri la circonferenza dell'imoscapo, e quella del somoscapo della colonna, ed una retta del suo fusto.
Le due circonferenze si sommino, e la somma si moltiplichi per la metà della misurata retta del fusto.
Avvertimento—Le due circonferenze possono misurarsi od avvolgendo un filo flessibile intorno all'imoscapo ed al somoscapo, o misurandone i diametri e moltiplicandoli ciascuno pel numero costante 3,14159.

Esempio.

Abbiasi una colonna e vogliasi la superficie del suo fusto.

Misuro, fig. 3, *tav.* 4, la circonferenza del suo imoscapo *ab*, e quella del suo somoscapo *ce*, ed una retta *ac* del fusto; e sia *ab* pal. 11 *ce* pal 8,80, ed *ac* pal. 21,04. E ad un tempo scrivo — Superficie del fusto della colonna, coll'imoscapo di circonferenza pal. 11, il somoscapo di circonferenza pal. 8,80, e di lato pal. 21,04.

CALCOLO.

circ. imosc.	11
circ. somosc.	8,80
somma	19,80
semiretta	10,52
prod.	208,296

Dunque la superficie del fusto della data colonna è di pal. quadrati 208,30.

4.

Tamburo o tompagno nelle volte di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri la corda del sesto.

Il quadrato della corda si moltiplichi pel numero costante 0,3927.

Esempio.

Abbiasi una volta a botte il di cui profilo è rappresentato dalla fig. 7, *tav.* 4: e lo spazio circolare *AaB* del suo fronte sia chiuso da muro. Una tal porzione di muro dicesi tamburo o tompagno della volta (*), e la superficie di una delle due facce di essa porzione di muramento sia rivestita di stucco. Di un tale rivestimento vogliasi la misura; che è appunto quella della superficie del tamburo.

Misuro la corda *AB* del sesto che sia di pal. 24. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della faccia interna del tamburo della volta a botte di tutto sesto di corda di pal. 24.

(*) Tamburi sono pure quelle porzioni di muro, che chiudono gli spazii circolari ed ellittici interposti alle imposte ed archivolti delle volte a crociera, delle volte a vela, od anche delle lunette; ne' quali ordinariamente si tagliano i finestroni che illuminano le chiese.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

corda 24 suo quadr.	576
n. cost.	0,3927
prod.	226,1952

Dunque la misura del rivestimento di una delle due facce del tamburo, ossia la superficie sua è di pal. quadrati 226,20.

5.

Tamburo o tompagno nelle volte di sesto ribassato o rialzato, e di intradosso ellittico.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia del sesto.

La corda si moltiplichi per la freccia, ed il prodotto pel numero costante 0,7854.

Esempio.

Abbiasi una volta a botte, fig. 11, *tav.* 4, il di cui fronte *ACGKFIHDBiA* è di sesto ribassato e di intradosso semiellittico; e lo spazio *ABiA* sia chiuso da muro. Una tal porzione di muro, che dicesi tamburo o tompagno (*) della volta, abbia una delle sue due facce, per es. la interna rivestita di stucco: vogliasene la misura.

Misuro la corda *AB* e la freccia *ei* del sesto; e sia *AB* pal. 24, ed *ei* pal. 6. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi quale altro lavoro superficiale vi fosse) della faccia interna del tamburo della volta a botte di sesto ribassato ad intradosso semiellittico di corda pal. 24, e freccia pal. 6.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

corda	24
freccia	6
prod.	144
n. cost.	0,7854
prod.	113,0976

Dunque la superficie di una delle due facce del tompagno, ossia la misura del rivestimento suo, è di pal. quadrati 113,10.

(*) Tamburi sono pure quelle porzioni di muro, che chiudono gli spazii circolari ed ellittici interposti alle imposte ed archivolti delle volte a crociera, delle volte a vela, od anche delle lunette, ne' quali ordinariamente si tagliano i finestroni che illuminano le chiese.

6.

Tompagno o tamburo nelle volte di sesto scemo intradossate ad un solo arco di circolo.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia del sesto.

Si facciano i quadrati della semicorda e della freccia, e si sommino e si sottraggano; la differenza si moltiplichi per la semicorda, e la somma per la metà della lunghezza dell'arco; il primo prodotto si sottragga dal secondo, e la differenza si divida per la doppia freccia.

Esempio.

Abbiasi una volta a botte di sesto scemo ad un solo arco di circolo, fig. 12, *tav.* 4, e siane *AIGHCBEA* uno dei fronti. Il segmento circolare *AEBA* sia chiuso da muro, la faccia interna del quale sia rivestita di stucco. È una tal porzione di muro che dicesi tamburo o tompagno della volta (*); e la superficie sua è la misura del rivestimento. Vogliasi la misura di un tal rivestimento.

Misuro la corda *AB* e la freccia *DE* del sesto; e sia *AB* pal. 24, e *DE* pal. 4. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco della faccia interna del tamburo della volta a botte di sesto scemo ad un solo arco di circolo di corda pal. 24, e freccia pal. 4.

Con questi dati fo il seguente calcolo, dopo di avere computato (*art. prelim. pag. 18*, *reg.* 2) la lungh. dell'arco *AEB*, che la regola suppone già conoscersi, e che risulta di pal. 25,73.

CALCOLO.

quadr. semic.	144	....	144		
quadr. frecc.	16	....	16		
		somma	160		
diff.	128	metà arc.	12,865		
semicor.	12	prod.	2058,40		
prod.	1536	....	1536		
		diff.	522,40	div. dopp. frecc.	8
					65,30

Dunque la misura del dato rivestimento di stucco, ossia la superficie di una delle due facce del tamburo è di pal. quadrati 65,30.

(*) Tamburi o tompagni sono pure quelle porzioni di muro poste tra archivolti e sopra il piano d'imposta, delle volte a vela, o crociera, e delle lunette, nelle quali ordinariamente si tagliano i finestroni che illuminano le chiese.

7.

Tamburo o tompagno con vano di luce.

REGOLA.

Si calcoli la superficie del tamburo come se fosse pieno, cioè senza vano; si misuri la superficie che ne toglie il vano per le regole dell'articolo precedente: e dalla prima si sottragga la seconda.

ARTICOLO IV.

DELLA SUPERFICIE DEI PAVIMENTI.

1.

Pavimento triangolare obliquangolo.

REGOLA.

Si misuri il lato maggiore, e la distanza da esso del vertice dell'angolo opposto.

ESEMPIO.

Abbiasi una camera triangolare, la di cui pianta è rappresentata nella fig. 3 della *tav. 12*. Il suo pavimento sia rivestito di mattoni, e vogliasi la misura di un tale rivestimento: cioè la misura della superficie *ABC*.

A semplice colpo d'occhio osservato essere *BC* il lato maggiore del triangolo, lo misuro; e misuro la distanza *Ad* del vertice *A* dell'angolo opposto da esso lato: per fare la qual cosa fisso nel punto *A* l'estremo del nastro graduato, e svoltone un tratto poco minore del lato minore *AB*, segno su *BC* i punti b', b'' ove l'estremo della svolta porzione di *nastro graduato*, rotando intorno al punto *A*, incontra *BC*, e divido $b'b''$ in due parti uguali, e misuro la distanza del punto di mezzo *d* della $b'b''$ dal vertice *A*. Ed essendo *BC* pal. 27,16, ed *Ad* pal. 9, scrivo ad un tempo — Rivestimento di mattoni, (o si dirà qual altro lavoro superficiale vi sia) del pavimento triangolare di lato maggiore di pal. 27,16, e col vertice dell'angolo che gli è opposto distante da esso per pal. 9.

Coi quali dati presi sul luogo fo il seguente

CALCOLO.

lato	27,16
dist.	9
prod.	244,44
metà	122,22

Dunque il dato rivestimento di mattoni, ossia la superficie del dato pavimento è di misura pal. quadrati 122,22.

2.

Pavimento triangolare rettangolo.

REGOLA.

Si misurino i lati che comprendono l'angolo retto.
I numeri che li rappresentano si moltiplichino tra loro, e del prodotto si prende la metà.

Esempio.

Abbiasi una stanza di pianta triangolare rettangola, come è rappresentata dalla fig. 4, *tav.* 12; ed il suo pavimento *BAC* sia rivestito di mattoni. Vogliasi la misura di un tale rivestimento, o ciò che è lo stesso la superficie del pavimento.

L' angolo retto essendo in *A*, misuro i lati *AB*, *AC* che lo comprendono; e risulti *AC* di pal. 15, ed *AB* di pal. 11. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di mattoni (o si dirà qual altro lavoro superficiale vi sia) del pavimento della camera di pianta triangolare, coi lati che comprendono l'angolo retto l'uno di pal. 15, e l'altro di pal. 11.

Coi quali dati presi sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

lati	15 11
prod.	165
metà	82,50

Dunque la misura del dato rivestimento di mattoni, ossia la superficie del dato pavimento è di pal. quadrati 82,50.

3.

Pavimento quadrilatero a lati paralleli.

REGOLA.

Si misuri uno dei due lati maggiori, e la distanza loro.
Il lato maggiore si moltiplichi per la distanza.

Esempio.

Abbiasi una camera di pianta quadrilatera a lati paralleli, ed il suo pavimento sia rivestito di mattoni. Vogliasi la misura di un tale rivestimento, ossia della superficie del dato pavimento.

Dei due lati maggiori (fig. 5 *tav.12*) AB, CD ne misuro uno, il lato AB, che sia di pal. 24; e misuro la distanza di essi due lati AB, CD; per fare la qual cosa fisso l'estremo del *nastro graduato* al vertice B di uno degli angoli ottusi, e svoltone un tratto BE uguale BC, lo fo rotare tenendolo teso intorno al punto B e da E verso C': e segno il punto C' ove incontra il lato DC; fissato il punto medio d tra i due C', C misuro la distanza dB dei due punti d, B, che è per lo appunto la distanza dei due lati paralleli maggiori, distanza che sia di pal. 11. E facendo tali misurazioni scrivo — Rivestimento di mattoni (o si dirà qual altra sorta di lavorio vi fosse) del pavimento della camera di pianta quadrilatera a lati paralleli; di lati maggiori ciascuno di pal. 24 distanti tra loro per pal. 11.
E quindi fo il seguente

CALCOLO.

lato magg.	24
dist. lati magg.	11
prod.	264

Dunque la misura del dato rivestimento, ossia la superficie del pavimento della data camera è di misura pal. quadrati 264.

4.

Pavimento quadrilatero rettangolo.

REGOLA.

Si misurino due lati adjacenti.
I due lati adjacenti si moltiplichino.

Esempio.

Abbiasi un salone di pianta rettangolare, fig. 12, *tav.* 5, il di cui pavimento sia rivestito di mattoni; e vogliasi la misura di un tale rivestimento, ossia la superficie del pavimento.
Misuro due lati contigui AB, AD; e sia AB pal. 24, ed AD pal. 40; e ad un tempo scrivo — Rivestimento di mattoni (o si dirà quale altra sorta di lavoro superficiale vi sia) del pavimento del salone di pianta quadrilatera rettangola coi lati contigui il maggiore di pal. 40, ed il minore pal. 24.
Coi quali dati fo il seguente

CALCOLO.

lato magg.	40
lato min.	24
prod.	960

Dunque il dato pavimento è di misura pal. quadrati 960.

5.

Pavimento quadrilatero trapezio.

REGOLA.

Si misurino i due lati paralleli e la loro distanza.
I due lati paralleli si sommino, e la somma si moltiplichi per la distanza: del prodotto si prenda la metà.

Esempio.

Il pavimento $ABCD$ di una camera di pianta trapezia sia rivestito di mattoni; e vogliasi la misura di un tale rivestimento; ossia della superficie del pavimento.

Misuro (fig. 6 *tav.* 12) i due lati paralleli AD, BC della pianta, e sia BC pal. 23, e AD pal. 18; e misuro la distanza loro, per lo che fisso l' estremo del *nastro graduato* al vertice D del maggiore dei quattro angoli del quadrilatero, lo svolgo per un tratto uguale al lato DC, e portandolo steso verso DL lo fo rotare da L verso C' intorno al punto D, finchè non incontri il lato BC; e segnato il punto d' incontro C', seguo il punto di mezzo d tra i punti CC', e stendendo il nastro graduato dal vertice D, ove fisso il suo estremo, al punto d, ottengo colla numerazione sua che ivi cade la misura della distanza dei lati paralleli AD, BC, la quale sia di pal. 12. Ed a misura che fo le dette operazioni scrivo — Rivestimento di mattoni (o direbbesi in vece qual altro lavoro superficiale vi fosse) del pavimento della camera di pianta trapezia coi lati paralleli il maggiore di pal. 23, ed il minore di pal. 18, distanti tra loro per pal. 12.

CALCOLO.

lati paralleli {	23
	18
somma	41
dist.	12
prod.	492
metà	246

Dunque il dato rivestimento di mattoni, ossia la superficie del pavimento è di pal. quadrati 246.

6.

Pavimento poligono regolare.

REGOLA.

Si misuri un suo lato, e la distanza sua dal centro.
Il lato si moltiplichi per la distanza, ed il prodotto per numero dei lati: del prodotto che ne risulta si prenda la metà.

Esempio.

Abbiasi, fig. 2, *tav.* 5, una camera di pianta esagono regolare; ed il suo pavimento *BCDFGHB* sia rivestito di mattoni: vogliasi la misura di un tale rivestimento, o ciò che è lo stesso la misura della superficie del pavimento.
Misuro un lato *DF* della pianta e la distanza sua *EM* dal centro *E* della pianta, la quale distanza nel caso dell'esagono (come di tutti i poligoni di un numero pari di lati) è uguale alla metà della distanza *LM* dei due lati paralleli *BH*, *DF* della pianta; e sia *DF* pal. 13,86, ed *EM* pal. 12. Facendo la quale misurazione scrivo — Rivestimento di mattoni (o direbbesi quale altro lavoro superficiale vi fosse) del pavimento della camera di pianta esagono regolare (*) con lati di palmi 13,86 distanti dal centro della fig. per pal. 12.
Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

lato	13,86
dist.	12
prod.	166,32
n. lati	6
prod.	997,92
metà	498,96

Dunque il dato rivestimento di mattoni, ossia la superficie del dato pavimento esagono regolare è di misura pal. quadrati 498,96.

7.

Pavimento circolare.

REGOLA.

Si misuri il diametro del pavimento.
Il diametro del pavimento si moltiplichi pel numero costante 0,7854.

(*) O direbbesi in vece di quanti lati fosse il poligono se non esagono.

Esempio.

Il pavimento, fig. 1, *tav.* 7, *anbq* di una camera di pianta circolare sia rivestito di mattoni. Vogliasi la misura di un tale rivestimento.

Misuro il diametro *ab* del pavimento, che sia di pal. 24. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di mattoni (o direbbesi qual altra sorta di lavoro superficiale vi fosse) del pavimento della camera di pianta circolare di diametro di pal. 24.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

corda 24 suo quadr. 576
n. cost. 0,7854
prod. 452,3904

Dunque il rivestimento del dato pavimento circolare, ossia la superficia sua è di pal. quadrati 452,39.

8.

Pavimento semicircolare.

REGOLA.

Si misuri il lato retto del pavimento.
Il quadrato del lato retto si moltiplichi pel numero costante 0,3927.

Esempio.

Abbiasi una gran *Cona* o nicchione di pianta semicircolare, come è rappresentata nella fig. 7 *tav.* 3, ed il suo pavimento *ADEBA*, terminato dal semicircolo *ACB*, e dal lato retto *AB* sia rivestito di mattoni. Vogliasi la misura di un tale rivestimento; ossia la superficie del pavimento.

Misuro il lato retto *AB* del pavimento, che sia di pal. 30. E scrivo — Rivestimento di mattoni del pavimento semicircolare col lato retto di pal. 30.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

lato 30 suo quadr. 900
n. cost. 0,3927
prod. 353,4300

Dunque il rivestimento del dato pavimento semicircolare, ossia la superficie sua è di pal. quadrati 353,43.

9.

Pavimento terminato da un arco di circolo e dalla sua sottesa.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell' arco.

Si calcoli la lunghezza dell' arco. I quadrati della freccia e della semicorda si sommino e si sottraggano; la somma si moltiplichi per la lunghezza dell' arco, e la differenza per la corda; il secondo prodotto si sottragga dal primo, la differenza si divida per quattro volte la freccia.

Esempio.

Il pavimento di un nicchione (fig. 20, *tav. 1*) *acba* terminato dall' arco circolare *acb* e dalla sua sottesa *ab* sia rivestito di mattoni. Vogliasi la misura di un tale rivestimento, ossia della superficie del pavimento.

Misuro la corda *ab* dell' arco *acb*, e la sua freccia *cd*; e sia *ab* pal. 14, e *cd* pal. 5. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di mattoni (o si direbbe qual altro lavoro superficiale vi fosse) del pavimento del gran nicchione terminato da un arco circolare di corda pal. 14 e freccia pal. 5, e dalla sua sottesa.

Coi quali dati presi sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

(*determinazione della lungh. dell' arco.*)

```
      semic.   7    suo quadr.   49
      frecc.   5    suo quadr.   25
                                 ---
                    somma        74 div. per dopp. frec. { 10
                                                         { ----
                                              1. quoz.   {  7,4

mille volte corda 14000 div. per 1. quoz. {   7,4
                                          { ------
                               cor. tav.  {  1892   arc. corrisp. { 2478,37
                                                                  {    2,91
                                                                  ---------
                                                        somma       2481,28
                                                  molt. 1. quoz.       7,4
                                                                  ---------
                                                        prod.     18361,472
                                                   lungh. arc.        18,36
```

Dunque la lungh. dell' arco che termina il pavimento da un lato è lungo pal. 18,36.

(*Applicazione della regola.*)

quadr. semic. 49 49
quadr. frecc. 25 25
somma 74
diff. 24 lungh. arco 18,36
corda 14 prod. 1358,64
prod. 336 336
somma 1694,64 div. qual. volt. frecc. { 20
quoz. 84,732

Dunque la misura del rivestimento del dato pavimento, ossia la superficie sua è di misura pal. quadrati 84,73.

10.

Pavimento ellittico.

REGOLA.

Si misurino i due assi della pianta del pavimento.
I due assi si moltiplichino tra loro, ed il prodotto si moltiplichi pel numero costante 0,7854.

Esempio.

Un salone di pianta ellittica abbia il suo pavimento *ADBCA* (fig. 14, *tav. 1*) rivestito di mattoni. Vogliasi la misura di un tale rivestimento ossia la misura della superficie del pavimento.
Misuro i due assi *AB*, *CD* del pavimento; e sia il maggiore *AB* di pal. 44, ed il minore *CD* di pal. 24. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di mattoni (o si dirà qual altro lavoro superficiale vi sia) del pavimento della sala ellittica, di asse maggiore pal. 44, e di minore pal. 24.
Quindi fo il seguente

CALCOLO.

asse magg.	44
asse min.	24
prod.	1056
n. cost.	0,7854
prod.	829,3824

Dunque il rivestimento del dato pavimento, ossia la superficie sua è di misura pal. quadrati 829,38.

11.

Pavimento semiellittico.

REGOLA.

Si misuri il lato retto del pavimento, il quale è corda dell'arco ellittico, e la freccia sua.

La corda si moltiplichi per la freccia, ed il prodotto pel numero costante 0,7854.

Esempio.

Il pavimento (fig. 15 *tav.* 1) *ABCA* sia rivestito di pietre d'intaglio: vogliasi la misura di un tal rivestimento.

Misuro il lato retto *AB* del pavimento, che è corda dell'arco ellittico *ACB*, e misuro la sua freccia *DC*; e sia *AB* pal. 44, e *DC* pal. 12. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di pietre d'intaglio (o direbbesi qual altra sorta di lavoro vi fosse) del pavimento semiellittico col lato retto di pal. 44 il quale è corda della semiellisse che ha la freccia di pal. 12.

Coi quali dati fo poi il seguente

CALCOLO.

corda	44
frecc.	12
prod.	528
n. cost.	0,7854
prod.	414,6912

Dunque la misura del rivestimento del dato pavimento, ossia la superficie sua è di pal. quadrati 414,69.

CAPO SECONDO

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE PROPRIAMENTE DETTE.

Gli intradossi delle volte sogliousi ordinariamente rivestire d' intonaco o di stucco, il quale rivestimento nelle fabbriche più cospicue suole modellarsi con ornati adattati; tra i quali primeggiano i cassettoni, che, ove la convenevolezza è seguitata, secondono le linee di curvatura della superficie d' intradosso della volta, o se non esse le generatrici sue. Quando le volte sono costrutte con pietre d' intaglio si suole non di rado seguitare una più elegante semplicità, mostrando all' occhio il bel magistero delle ben pronunziate linee di convento dei cunei o conci che costituiscono la volta, od una sua parte (*); nel qual caso si dà un pulimento per quanto si può maggiore a tutta la superficie d'intradosso della volta. In ciascuno di tali casi l'architetto computa il prezzo di una certa porzione di rivestimento o di pulimento, e quindi ne deduce il prezzo unità corrispondente alla unità di superficie; pel qual prezzo moltiplicando il numero che rappresenta l'area di tutta la superficie d' intradosso della volta, ottiensi il prezzo di tutto quel rivestimento, o pulimento. Così a cagion d'esempio in una volta a botte rivestita di stucco modellato a cassettoni disposti a filari orizzontali alternativamente l'uno più largo e l'altro più piccolo, esaminando il tempo ed i materiali impiegati, si dedurrà il prezzo di uno dei più grandi cassettoni e di uno dei più piccoli, e quindi misurando l' area che questi due occupano verrà a conoscersi il prezzo del rivestimento di un' area uguale alla somma di quelle due; dallo che poi facilmente si dedurrà, secondo che si voglia, il prezzo di un palmo quadrato, di una canna quadrata, o di una pertica quadrata di rivestimento, che è il prezzo unità.

Quando la volta è fatta da materiali di diversa natura, suole tal volta costituirsi di uniforme grossezza, o tanto poco diversa da potersi avere come uniforme quella parte di muramento che è costituita da conci. In tal caso invece di calcolarsi il volume di un tal muramento

(*) Leggi la prima parte a *pag. 125*.

costituito da conci per poi procedersi come è detto nella prima parte (*reg.* 2 *pag.* 126) può calcolarsi in vece la superficie dell' intradosso della volta, considerando quell' ordine di conci come un rivestimento ossia come un lavoro superficiale.

Ed a computare il costo del rivestimento dell' intradosso delle volte, con alcuno dei suddetti lavori superficiali sono dirette le regole contenute negli articoli che questo capo comprende, che le superficie delle diverse volte già considerate nella prima parte imparano a misurare. Per tanto vale la regola seguente per

1.

Calcolare il costo del rivestimento superficiale qualunque dell' intradosso di una volta.

REGOLA.

Si misuri l'area della superficie d' intradosso della volta, ed il numero che la rappresenta si moltiplichi pel prezzo unità del rivestimento.

ARTICOLO I.

DELLA MISURA DELLE SUPERFICIE DELLE VOLTE A BOTTE.

1.

Volta a botte retta, con fronti di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri la corda dell' intradosso in uno dei fronti, e la distanza loro, ossia la lunghezza della volta.

La distanza dei fronti si moltiplichi per la corda, ed il prodotto pel numero costante 1,5708.

Esempio.

Abbiasi un ponte, fig. 8 *tav.* 9, con fronti *HAEBCFGH* di tutto sesto; i di cui piediritti paralleli *PR*, *QS* siano normali all' andamento *LM* dell' asse stradale: la volta del ponte sarà una volta a botte retta, per essere l' asse *NO* ad angolo retto coi piani di fronte *RS*, *PQ*. Vogliasi la misura della superficie di una tal volta.

Misuro la corda *AB* dell' intradosso *AEB* sul fronte *HAEBCFG* della volta, e la distanza *NO* di essi, ossia la lunghezza *PR* della volta: e sia *AB* pal. 24, e *PR* pal. 38. E ad un tempo scrivo — Superficie della volta a botte retta e con fronti di tutto sesto di corda pal. 24, e distanti tra loro per pal. 38.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

dist. fronti	38
corda	24
prod.	912
n. cost.	1,5708
prod.	1432,5696

Dunque la superficie della data volta è di misura pal. quadrati 1432,57.

2.

Volta a botte in isbiego, con fronti di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri la lunghezza della volta, la corda dell' intradosso su uno dei fronti, la distanza loro.

La somma della lunghezza della volta colla distanza dei suoi fronti si moltiplichi per la differenza loro, del prodotto si estragga la radice quadrata, e questa si divida per la lunghezza. Considerando il quoziente come una delle *quantità date* della *Tav.* (*B*) (*Art. prelim.* §. *6 pag.* 22) si trovi il risultamento che vi corrisponde; e si moltiplichi per la corda ed il prodotto per la lunghezza della volta.

Avvertimento — Se nel misurarsi, fig. 9 *tav.* 9, la distanza ST dei fronti della volta si applichi il nastro graduato a quello dei due estremi di un suo piedritto che giace nel vertice di uno degli angoli ottusi della pianta della volta, come a dire in S, la parte QT del lato PQ, intercetta tra la posizione del nastro graduato ST e l'altro estremo Q dello stesso piedritto SQ darà appunto nella sua lunghezza la detta radice nella regola di sopra: onde quando è possibile così procedere, misurando TQ si economizza tutta la prima parte del calcolo.

Esempio.

Indichi, fig. 9 *tav.* 9, LM l'andamento dell'asse di una strada, che incontri secondo NO sotto l'angolo obliquo V un sentiero sottoposto, sul quale sia voltato un ponte il di cui fronte $AEBCFGH$ sia di tutto sesto. È chiaro essere la volta del ponte una volta a botte in isbiego con fronte di tutto sesto: vogliasi la misura della superficie di una tal volta.

Misuro la lunghezza QS della volta, la corda AB, che è uguale ad RS, dell'intradosso su uno dei fronti, e la loro distanza ST: e sia SQ pal. 42, AB pal. 24, ed ST pal. 38. E ad un tempo scrivo — Superficie della volta a botte in isbiego di lunghezza pal. 42, e con fronti di tutto sesto di corda pal. 24 e distanti tra loro per pal. 38.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

lungh. 42	42		
dist. fr. 38	38		
somma	80		
diff. 4	4		
prod. 320 sua rad.	17,88854	div. lungh.	42
		quoz.	0,42592
n. dato	0,42592		
n. tav. pross. min.	0,42262	risult. corris.	1,49811
diff.	0,00330		
rapp. diff.	0,37		
prod.	0,00122	....	0,00122
		risult. rich.	1,49689
		corda	24
		prod.	35,92536
		lungh.	42
		prod.	1508,86512

Dunque la superficie della data volta a botte in isbiego con fronti di tutto sesto è di pal. quadrati 1508,87.

3.

Volta a botte retta, con fronti di sesto ribassato o rialzato ad intradosso semiellittico.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell'intradosso su uno dei fronti, e la distanza loro.

La somma della semicorda colla freccia si moltiplichi per la differenza loro, dal prodotto si estragga la radice quadrata, e questa si divida per la semicorda, o per la freccia, secondo che il sesto è ribassato o rialzato. Considerando il quoziente come una delle *quantità date* della *Tav.* (*B*) si trovi (*V. art. prelim.* §. *6 pag.* 22) il *risultamento* che vi corrisponde, che si moltiplichi per la corda e per la distanza dei fronti.

Esempio.

Abbiasi, fig. 10 *tav.* 9, un ponte con fronti *HAEBCFGH* con intradosso semiellittico di sesto scemo, i di cui piediritti paralleli *PR*, *QS* siano normali all'andamento *LM* dell'asse di una strada; la volta del ponte sarà una volta a botte retta, per esserne l'asse *ON* ad angolo retto coi piani di fronte *RS*, *PQ*. Vogliasi la misura della superficie di una tal volta.

Misuro la corda *AB* e la freccia *DE* dell'intradosso *AEB* sur uno dei fronti, e la distanza *NO* uguale alla lunghezza *PR* della volta; e sia *AB* pal. 24, *DE* pal. 6, *NO* pal. 38. E ad un tempo scrivo— Superficie della volta a botte retta con fronti di sesto ribassato, ad intradosso semiellittico di corda pal. 24, e freccia pal. 6, e distanti tra loro per pal. 38.

CALCOLO.

semicorda 12 12
freccia 6 6
somma 18
diff. 6 6
prod. 108 sua rad. 10,39231 div. semicor. 12
quoz. 0,86603

quant. data *tav. (B)* 0,86603 risult. corris. 1,21106
corda 24
prod. 29,06544
dist. 38
prod. 1104,48672

Dunque la superficie della data volta a botte retta con fronti semiellittici di sesto ribassato è di misura pal. quadrati 1104,49.

4.

Volta a botte in isbiego con fronti di sesto ribassato o rialzato, ad intradosso semiellittico.

REGOLA.

Si misuri la lunghezza della volta, la corda e la freccia dell'intradosso sur uno dei fronti, e la distanza loro.

La distanza si moltiplichi per la semicorda, e la lunghezza per la freccia, e si osservi quale dei due prodotti che ne risultano è maggiore dell'altro — **Se il primo prodotto è maggiore del secondo**: la radice quadrata della differenza dei quadrati loro si divida pel primo di essi; e considerando il quoziente come una delle quantità date della *Tav.* (*B*) (*V. art. prelim.* §. *6 pag.* 22) si trovi il risultamento che vi corrisponde, il quale si moltiplichi pel doppio del detto primo prodotto. — **Se il secondo prodotto è maggiore del primo**: la radice quadrata della differenza dei quadrati loro si divida pel secondo di essi; e considerando il quoziente come una delle quantità date della *Tav.* (*B*) si trovi il risultamento che vi corrisponde, il quale si moltiplichi pel doppio del detto secondo prodotto.

Esempio.

Indichi, fig. 11 *tav.* 9, *LM* l'andamento dell'asse di una strada, che incontri sotto l'angolo obliquo *V* un sentiero sottoposto *NO*, sul quale sia voltato un ponte il di cui fronte *AEBCFGH* sia ad intradosso semiellittico *AEB* e di sesto scemo. È chiaro essere la volta del ponte una volta a botte in isbiego con fronti di sesto ribassato ad intradosso semiellittico. Vogliasi la misura della superficie di una tal volta.

Misuro la lunghezza *QS* della volta, la corda *AB*, che è uguale ad *RS*, e la freccia *DE* dell'intradosso sur uno dei fronti, e la loro distanza *ST*: sia *SQ* pal. 42, *AB* pal. 24, *DE* pal. 6, *ST* pal. 38. E ad un tempo scrivo — Superficie della volta a botte in isbiego di lungh. pal. 42, e con fronti di sesto ribassato ad intradosso semiellittico di corda pal. 24, e freccia pal. 6, distanti tra loro per pal. 38.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

dist.	38	lungh.	42
semicor.	12	frecc.	6
1° prod.	456	2° prod.	252

E ciò fatto osservo essere il primo prodotto maggiore del secondo: epperò procedo nella prima maniera indicata dalla regola (*).

quadr. 1° prod.	207936			
quadr. 2° prod.	63504			
diff.	144432 sua radice 380		div. 1° prod.	456
			quoz.	0,83333
n. dato	0,83333			
n. pross. min.	0,82904	risult. corrisp.		1,24918
diff.	0,00429			
rapp. diff.	0,99			
prod.	0,00425	....		0,00425
			risult. rich.	1,24493
			dop. 1° prod.	912
			prod.	1134,37616

Dunque la superficie della data volta in isbiego con fronti di sesto ribassato ad intradosso semiellittico è di misura pal. quadrati 1134,38.

5.

Volta a botte retta, con fronti di sesto scemo ad un sol arco di circolo.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell' intradosso sur uno dei fronti, e la distanza loro, che è la lunghezza della volta.

La lunghezza dell' arco intradosso del fronte della volta, che si trovi colla *Tav.* (*A*) (*art. prelim.* §. *6 pag. 16*) si moltiplichi per la lunghezza della volta

Esempio.

Abbiasi un ponte, fig. 12 *tav. 9*, con fronti *HAeBCFGH* di sesto scemo ad un sol arco di circolo, i di cui piedritti paralleli *PR*, *QS* sieno

(*) Se fosse il secondo prodotto maggiore del primo si procederebbe nella seconda maniera detta nella regola. Un tal caso si verifica facilmente quando il sesto è rialzato: se per es. fosse la freccia di pal. 24, il secondo prodotto sarebbe 912 molto maggiore del primo.

normali all' andamento *LM* dell' asse della strada: la volta del ponte sarà una volta a botte retta per essere il suo asse *ON* ad angolo retto coi piani di fronte *RS*, *PQ*. Vogliasi la misura della superfice di una tal volta.

Misuro la corda *AB* e la freccia *De* dell' intradosso, e la distanza *SQ* dei fronti; e sia *AB* pal. 24, *De* pal. 4 ed *SQ* pal. 38. Ed a un tempo scrivo — Superficie della volta a botte retta con fronti di sesto scemo ad un solo arco di circolo di corda pal. 24, e di freccia pal. 4, distanti tra loro per pal. 38.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

```
semic. data    12        suo quadr.   144
frecc. data     4        suo quadr.    16
                         ─────────────────
                         somma   160 d.per dopp. frec. {     8
                                                        ──────────
                                              1° quoz. {    20

mille vol. cor. 24000 div. per 1.quoz. {   20
                                        ────────
                             cor. tav. { 1200
          cor. tav. pross. min.  1199      arc. corrisp. {  1274,09
                                ──────                   {    11,64
                         diff.     1       arc. corrisp.       0,87
                                ──────                   ───────────
                                                  somma     1286,60
                                                1. quoz.         20
                                                         ───────────
                                                  prod.    25732,00
                                                         ───────────
                                            lungh. rich.      25,73
                                            dist. fronti         38
                                                         ───────────
                                                  prod.      977,74
                                                         ───────────
```

Dunque la misura della data volta a botte retta con fronti di sesto scemo e ad un sol arco di circolo è di misura pal. quadrati 977,74.

ARTICOLO II.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE A SPICCHI, DETTE ANCHE A PADIGLIONE.

1.

Volta a spicchi di tutto sesto eretta sur un poligono regolare.

REGOLA.

Si misuri un lato della pianta, e la distanza di due suoi lati paralleli (*).

La semidistanza si moltiplichi pel lato, ed il prodotto pel numero dei lati.

Esempio.

Abbiasi, fig. 2 *tav.* 5, una camera di pianta esagono regolare *BCD FGHB*, e sur un tale poligono sia eretta una volta a spicchi di tutto sesto, che covre la camera; la sezione della quale volta secondo *LM* è rappresentata in *laebmnol*, e li suoi spicchi in pianta dai triangoli *BEC*, *CED*, *DEF*, *FEG*, *GEH*, *HEB*. Una tal volta sia rivestita di stucco, e vogliasi la misura di un tale rivestimento; o ciò che torna allo stesso la misura della superficie della volta.

Misuro un lato *HB* della pianta che sia di pal. 10,4 e la distanza sua *LM* dall'altro *D.r* che gli è parallelo, e sia *LM* pal. 24. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi invece qual altra sorta di lavoro la rivestisse) della superficie della volta a spicchi di tutto sesto di pianta esagono regolare con lati ciascuno lungo pal. 10,4 e distante dal suo parallelo per pal. 24.

(*) Il nostro proposito di dare la misura dei volumi e delle superficie dei solidi che si adoperano in una bene intesa opera architettonica, ci fa supporre avere la pianta della volta un numero pari di lati, nel qual caso ha sempre i suoi lati a due a due paralleli. Se si avesse una pianta di un numero dispari di lati non avendone ciascuno un'altro ad esso parallelo, si misurerà in vece la distanza del centro della pianta da un suo lato: e la regola suddetta potrà pure applicarsi, assumendo il doppio della misurata distanza per distanza dei lati paralleli.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

semidist.	12
lato	10,4
prod.	124,8
n. lati	6
prod.	748,8

Dunque la misura del rivestimento della data volta, ossia della superficie sua è di pal. quadrati 748,80.

2.

Volta a spicchi di sesto ribassato eretta sur un poligono regolare

REGOLA.

Si misuri un lato della pianta, la distanza di due suoi lati paralleli (*) e la freccia del sesto.

Si calcoli la somma e la differenza della semidistanza colla freccia, la somma si moltiplichi per la differenza e dal prodotto si estragga la radice quadrata; alla quale si aggiunga la semidistanza: tra ciò che risulta ed il quadruplo della freccia si computi la differenza e la somma, quella si divida per questa; e secondo che il quadruplo della freccia è maggiore o minore della quantità cui si paragona, si computi la differenza o la somma del quoziente col numero costante 0,6931: ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della freccia ed il prodotto si raddoppii. La trovata radice si moltiplichi per la semidistanza, ed il prodotto si aggiunga al risultato precedente. La somma si moltiplichi pel semilato, pel numero dei lati, ed il prodotto si divida per la trovata radice (**).

(*) Il nostro proposito di dare la misura dei volumi e delle superficie dei solidi che si adoperano in una bene intesa opera architettonica, ci fa supporre avere la pianta della volta un numero pari di lati, nel qual caso ha sempre i suoi lati a due a due paralleli. Se si avesse una pianta di un numero dispari di lati, non avendone ciascuno un'altro ad esso parallelo: si misurerà in vece la distanza del centro della pianta da un suo lato: e la regola suddetta potrà pure applicarsi, assumendo il doppio di una tal distanza per distanza dei due lati paralleli.

(**) Chi volesse con più scrupolosa esattezza la misura della superficie di questa volta dovrebbe aver ricorso alla regola che quì appresso riportiamo, che richiede il maneggio delle tavole logaritmiche, la conoscenza delle quali per legge impostaci (*proemio pag.* 7) supponiamo non avere il lettore. Però altra è la regola riportata di sopra: la quale pur nondimeno dà con pari esattezza la misura di che si tratta, quando la freccia non è maggiore del terzo della distanza, nè minore della sesta parte di essa; li quali sono i casi che più comunemente hanno luogo. — Ecco l'altra

REGOLA — Si calcoli la somma e la differenza della semidistanza colla freccia, la somma si moltiplichi per la differenza, e del prodotto si estragga la radice quadrata; alla quale si aggiunga la semidistanza, e la somma si divida per la freccia: del quoziente si trovi il logaritmo, che si moltiplichi pel quadrato della freccia e pel numero costante 2,302585. La trovata radice si moltiplichi ec. (come nella regola di sopra v. 11.).

Esempio.

Abbiasi, fig. 2 *tav.* 5, una camera di pianta esagono regolare *BCD FGHB*, e sur un tale poligono sia eretta una volta a spicchi di sesto ribassato che covre la camera; la sezione della quale volta secondo *LM* è rappresentata in *l'a'e'b'm'n'o'l'*, e li suoi spicchi in pianta dai triangoli *BEC*, *CED*, *DEF*, *FEG*, *GEH*, *HEB*. Una tal volta sia rivestita di stucco, e vogliasi la misura della estensione di un tale rivestimento; o ciò che torna allo stesso la misura della superficie della volta.

Misuro un lato *HB* della pianta che sia di pal. 10,4 e la distanza sua *LM* dall'altro *DF* che gli è parallelo, e sia *LM* pal. 24, e la freccia *i'e'* del sesto *a'e'b'*, che sia di pal. 8. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi invece qual altra sorta di lavoro la rivestisse) della superficie della volta a spicchi di pianta esagono regolare con lati ciascuno lungo pal. 10,4 e distante dal suo parallelo per pal. 24 e di sesto ribassato di freccia pal. 8.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

```
semidist. 12 ........ 12
   frecc.  8 ........  8
            ◇som. 20
 ● diff.   4 ........  4
         prod. 80 sua rad.   8,944
                semidist.  12
                    somma  20,944   ........   20,944
             quadru. frec. 32       ........   32
                    diff.  11,056 div. som. {  52,944
                                      quoz. {  0,2088
                                    n. cost.   0,6931
                                       diff.   0,4843
                  frecc.   8     suo quadr.    64
                                       prod.   30,9952
                                       dopp.   61,9904
                    rad.   8,944
               semidist.   12
                  prod.    107,328  ........   107,328
                                      somma    169,3184
                                   semilato    5,2
                                      prod.    880,45568
                                    n° lati    6
                                      prod.    5282,73408d. p.rad. {  8,944
                                                            quoz.  {  590,64
```

Dunque la misura del rivestimento della data volta, ossia della superficie sua è di pal. quadrati 590,64.

3.

Volta a spicchi di sesto rialzato eretta sur un poligono regolare.

REGOLA.

Si misuri un lato della pianta, la distanza di due suoi lati paralleli (*), e la freccia del sesto.

Si calcoli la differenza e la somma della freccia colla semidistanza, dal prodotto si estragga la radice quadrata, che si raddoppi e si divida per la freccia. Si trovi nella *Tav.* (*A*) l'arco corrispondente a mille volte un tal quoziente come corda (*art. prelim. pag. 16*), e si moltiplichi pel quadrato della freccia: ed al prodotto diviso per mille si aggiunga l'altro della detta radice nella distanza. La somma si moltiplichi successivamente pel semilato, e pel numero dei lati; ed il prodotto si divida per la doppia radice.

Esempio.

Abbiasi, fig. 8 *tav.* 5, una camera di pianta esagono regolare *BCDFGA*, e sur un tale poligono sia eretta una volta a spicchi di sesto rialzato, li sei spicchi della quale sono rappresentati in pianta in *BCE*, *CED*, *DEF*, *FEG*, *AEG*, *AEB*. Una tal volta sia rivestita di stucco, e vogliasi la misura della estensione di un tal rivestimento; o ciò che torna allo stesso la misura della superficie della volta.

Misuro un lato *AB* della pianta che sia di pal. 10,4, la distanza sua *LM* dall'altro *DF* che gli è parallelo, che sia di pal. 24, e la freccia *fe'* del sesto che sia di pal. 16. E ad un tempo scrivo. — Rivestimento di stucco (o direbbesi invece qual altra sorta di lavoro la rivestisse) della superficie della volta a spicchi di pianta esagono regolare con lati ciascuno lungo pal. 10,4, distanti dal parallelo pal. 24, e di sesto rialzato di freccia pal. 16.

(*) Il nostro proposito di dare la misura dei volumi e delle superficie dei solidi che si adoperano in una bene intesa opera architettonica, ci fa supporre avere la pianta della volta un numero pari di lati, nel qual caso ha sempre i suoi lati a due a due paralleli. Se si avesse una pianta di un numero dispari di lati, non avendone ciascuno un'altro ad esso parallelo: si misurerà in vece la distanza del centro della pianta da un suo lato: e la regola suddetta potrà pure applicarsi, assumendo il doppio di una tal distanza per distanza dei due lati paralleli.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

frec. 16 16
semidist. 12 12
som. 28
diff. 4 4
prod. 112 sua rad. 10,5830
suo dopp. 21,1660 div. frec. 16
quoz. 1,323
mille vol. quoz. 1323 arco. tav. 1431,17
14,54
arc. corrisp. 1445,71
quadr. frecc. 256
prod. 370101,76
div. mille 370,10176
rad. 10,5830
dist. 24
prod. 253,9920 253,9920
somma 624,09376
semilato 5,2
prod. 3245,28755
n. lati 6
prod. 19471,72530 div.
dopp. rad. 21,1660
quoz. 919,95

Dunque la misura del rivestimento della data volta, ossia la misura della sua superficie è di pal. quadrati 919,95.

ARTICOLO III.

DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE A BOTTE LUNULLATE A SPICCHI.

Conformemente a ciò che è detto nel prologo all'articolo 3°. della prima parte (*pag. 166*), questo articolo non può comprendere che una sola regola: ed è la seguente

1.

Volta a botte di tutto sesto lunullata a spicchi.

REGOLA.

Si misurino due lati dissuguali della volta, cioè il maggiore, ed il minore.

Dal lato maggiore si sottragga il minore; la differenza si moltiplichi pel numero costante 0,7854, al prodotto si aggiunga il lato minore, ed il doppio della somma si moltiplichi pel medesimo lato minore.

Esempio.

Un salone di pianta rettangolare, fig. 16 *tav.* 4, sia coverto da una volta a botte lunullata a spicchi, il di cui profilo secondo LM è rappresentato in $NlefmC$, e l'altro secondo PQ in $CAaBDHIFKGC$: ed una tal volta sia rivestita di stucco. Vogliasi la misura di un tal rivestimento, che è la misura della superficie della volta, la quale componesi, della parte cilindrica $A'E'B'C'F'D'$, e dei due spicchi $A'E'B'$, $D'F'C'$.

Misuro due lati dissuguali della volta; cioè il maggiore $A'D'$, ed il minore $D'C'$: e sia $A'D'$ di pal. 40, e $D'C'$ di pal. 24. E ad un tempo scrivo. — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della volta a botte lunullata a spicchi coi due lati maggiori ciascuno di pal. 40 e i due minori ciascuno di pal. 24.

Coi quali dati presi sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

lato mag.	40
lato min.	24
diff.	16
n. cost.	0,7854
prod.	12,5664
lato min.	24
somma	36,5664
dopp.	73,1328
lato min.	24
prod.	1755,1872

Dunque il rivestimento della data volta è di misura pal. quadrati 1755,19.

ARTICOLO IV.

DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE A GAVETTA, DETTE ANCHE A CONCA.

1.

Volta a gavetta.

REGOLA.

Si misurino i due lati maggiore e minore della volta, e del suo succielo. I lati della volta si moltiplichino tra loro, e si moltiplichino pure tra loro quelli del succielo; il primo prodotto si raddoppii, il secondo si moltiplichi pel numero costante 0,1416; e dei due risultati si prenda la differenza. I lati maggiori della volta e del suo succielo, si moltiplichino rispettivamente pei lati minori del succielo e della volta; i due prodotti si sommino; la somma si moltiplichi pel numero costante 0,4292; e ciò che risulta si sottragga dalla ottenuta differenza.

Esempio.

Un salone di pianta rettangolare, fig. 10 *tav.* 5, sia coverto da una volta a gavetta la di cui sezione secondo *LM* è rappresentata in *laefdmk*, e della quale il succielo è projettato in pianta in *EFG*. Una tal volta sia rivestita di stucco; e vogliasi la misura di un tale rivestimento, che in sostanza è quella della superficie della volta.

Misuro due lati della volta, il maggiore *AD* ed il minore *AB*, e due lati del suo succielo il maggiore *EF*, ed il minore *EG*; e sia *AD* pal. 40, ed *AB* pal. 24; *EF* pal. 28, *EG* pal. 12. Facendo la quale misurazione scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della volta a gavetta di pal. 40 per 24, col succielo di pal. 28 per 12.

Coi quali dati presi sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

lato magg. vol. 40
lato min. vol. 24
prod. 960
dopp. 1920 1920
lato magg. succ. 28
lato min. succ. 12
prod. 336
n. cost. 0,1416
47,5776 47,5776
diff. 1872,4224 1872,4224

lato magg. vol. 40
lato min. succ. 12
prod. 480 480
lato magg. succ. 28
lato min. vol. 24
prod. 672 672
somma 1152
n. cost. 0,4292
prod. 494,4384 494,4384
diff. 1377,9840

Dunque la misura del rivestimento di stucco della data volta a gavetta, ossia la superficie sua è di pal. quadrati 1377,98.

ARTICOLO V.

DELLA DEDUZIONE DELLA PARTE DI SUPERFICIE CHE LE LUNETTE PORTAN VIA DALLE VOLTE CONSIDERATE NEI QUATTRO ARTICOLI PRECEDENTI, E DELLA SUPERFICIE DELLE LUNETTE MEDESIME.

Abbiamo già detto (*parte prima pag. 180*) per quali ragioni sogliono scolpirsi lunette nelle volte a botte, in quelle a padiglione, nelle volte a botte lunullate a spicchi ed in quelle a gavetta; di quante specie esse siano, e quali più in uso nella bella architettura.

Di qualunque natura sono, è chiaro che mentre portan via una porzione di muramento della volta, per cui diconsi vani dalla volta medesima, eziandio una porzione di superficie ne levano. Epperò in una volta qualunque delle dette di sopra, nella quale sia scolpita una lunetta è chiaro, per aversi la giusta misura della superficie sua, doversi dal risultamento che colle regole contenute nei quattro articoli precedenti si ottiene, dedurre quella parte di superficie che a causa della lunetta ne manca. Ma se manca parte della superficie della volta, ad un tempo la lunetta medesima ha pur essa una superficie sua propria, che, per costituire la volta e le lunette che vi sono scolpite un oggetto solo dell' arte, per costituire, per dir così, una sola e medesima volta, debbono avere esse tutte e la volta ove sono, per essenziale requisito l' unità, ed avere perciò la superficie loro come quella della volta. Se dunque va sottratto dalla superficie della volta quella parte che ne portano via le lunette; alla differenza che ne risulta và aggiunto la superficie di queste. Onde è che per ogni lunetta in due parti è mestieri che la regola sia divisa: l' una per la misura della porzione di superficie da sottrarsi da quella della volta considerata come senza lunette, l'altra per la porzione di superficie da aggiungervi, che è la misura della superficie della lunetta medesima: e vedesi manifesto non dovere l'una di coteste due parti stare senza dell'altra.

Ma il misurare tali superficie per tutti i casi delle lunette considerate nella prima parte (*art. V. pag. 180*) è cosa assai malagevole: e certo impossibile farsi colle condizioni da noi imposteci (*Proemio pag. 7*); però non daremo qui che le regole per tutti i casi delle lunette cilindriche rette di altezza uguale e a quella della volta, che nella prima parte abbiamo classificate nel paragrafo primo dell' articolo quinto.

E fortunatamente non è di gran nocumento il non avere la misura delle dette superficie per le altre specie di lunette; imperciocchè, come si fece avvertire nella prima parte (*pag. 180*), le lunette cilindriche rette di altezza minore dell' altezza della volta ove sono scolpite non sono da impiegarsi in buona architettura, nè le cilindriche oblique; e d'altra parte nel caso delle lunette ellissoidiche, la porzione di super-

ficie che và tolta dalla volta a causa di una lunetta, e la superficie di questa che vi và aggiunta, differiscono tanto poco tra loro, che in grazia della economia di tempo, e del poco valore (in generale) dei lavori superficiali, potrebbero nei casi più ovvii prendersi l'una per l'altra, quando anche potessero facilmente misurarsi.

Per tutte le quali cose si misurerà la superficie di qualunque delle volte considerate ne' quattro articoli precedenti con lunette, con una delle due regole generali seguenti.

1.

Superficie totale interna di qualunque volta di quelle considerate nei quattro articoli precedenti, e con lunette cilindriche rette di altezza uguale a quella della volta.

REGOLA.

Si misuri la superficie della volta per le regole precedenti, come se non avesse lunette: la superficie di ciascuna lunetta che si ripeta quante esse sono: e quella porzione che ciascuna lunetta porta via dalla volta che pure si ripeta per quante sono le lunette (*). Dalla somma dei primi due risultamenti si sottragga il terzo.

2.

Superficie totale interna di qualunque volta di quelle considerate nei quattro articoli precedenti, con lunette ellissoidiche.

REGOLA.

Si misuri la superficie della volta per le regole precedenti come se non avesse lunette.

AVVERTIMENTO — Come è detto innanzi, questa regola debbe usarsi per transazione, e quando il lavoro superficiale che và pagato non è di grandissimo valore; ottenendosi per misura della superficie un numero minore del vero. Quando il lavoro superficiale è di gran prezzo, è mestieri averne la misura, a seconda dei casi, con maggiore esattezza; ed allora è mestieri ricorrere ai metodi dell'alta geometria nè può nulla approssimazione ottenersi colla condizione da noi impostaci (*Proemio pag. 7*) di fare il tutto colla sola aritmetica, ed i primi rudimenti della Geometria elementare senza neppure aver ricorso alle Trigonometrie ed ai Logaritmi (**).

(*) Dicendosi quì e più sopra *si ripeta*, vuol dire che si suppone che le lunette scolpite in una medesima volta siano tutte tra loro uguali di natura e dimensioni così come va fatto in buona architettura.

(**) Pel metodo a seguitarsi onde avere la detta misurazione e quella delle lunette cilindriche di alt. minore della volta con quella esattezza che si può maggiore, veggasi ciò che ne dice il professore Tucci nel suo egregio trattato della misura delle volte rette ed oblique (*pag. 85* e seguenti, e particolarmente i numeri 101 e 102, e *pag. 294*: n.° 248). La quale opera raccomandiamo a chiunque voglia ammaestrarsi nella misura delle fabbriche; e sopratutto per quei casi non contemplati in questo manuale.

§. 1.

LUNETTE CILINDRICHE RETTE DI ALTEZZA UGUALE A QUELLA DELLA VOLTA.

1.

Lunetta cilindrica retta con base di tutto sesto, in una volta a botte di tutto sesto od in una volta a gavetta, entrambe di uguale altezza.

REGOLA.

Si misuri la corda della base della lunetta.

Per la superficie da aggiungersi — Il quadrato della corda si moltiplichi pel numero costante 0,2854.

Per la superficie da sottrarsi — Del quadrato della corda si prenda la metà.

Esempio.

Un gran salone di pianta rettangola, fig. 1 *tav.* 6, sia coverto da una volta a botte di tutto sesto; e per illuminare il salone, nella volta medesima siano scolpite quattro lunette cilindriche rette con base di tutto sesto ed alte quanto la volta; una delle quali è projettata in pianta nel triangolo *ABC*, e vedesi rappresentata nelle sezioni secondo *GF*, e *DH*. Una tal volta, così come è sia rivestita di stucco; e vogliasi la misura di un tale rivestimento.

Per ciò fare è mestieri eseguire le tre operazioni principali prescritte nella reg. 1 *pag.* 343: cioè 1°. misurare la superficie della volta, come se fosse senza lunette (*reg.* 1, *pag.* 327) 2°. misurare la superficie da aggiungersi al risultato precedente, che è la superficie delle lunette medesime 3°. calcolare la superficie da sottrarsi dalla somma dei due risultati precedenti. Per fare le quali due ultime operazioni in ordine ad una sola lunetta *ABC* procedo come appresso.

Misuro la corda *ba* della base *bca* della lunetta: e sia *ba* di pal. 24. E ad un tempo scrivo — Pel rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse), da aggiungersi alla superficie della volta a botte di tutto sesto considerata come senza esse, quella delle quattro (o direbbesi qual altro ne fosse il numero) lunette cilindriche rette ciascuna con base di tutto sesto, di corda pal. 24, ed alte quanto la volta, e da sottrarsi la superficie che ne portan via.

Quindi così agito sul luogo del lavoro, fo poi il seguente

CALCOLO.

(Per la superficie da aggiungersi).

corda	24	suo quadr.	576
		n. cost.	0,2854
		prod.	164,3904

(Per la superficie da sottrarsi).

corda	24	suo quadr.	576
		metà	288

Dunque per la misura del dato rivestimento della volta colle lunette, al numero esprimente la superficie sua senza lunette, va aggiunto il prodotto del numero 164,39 moltiplicato pel numero delle lunette, e dalla somma và tolto il prodotto dell'altro numero 288 moltiplicato per lo stesso numero delle lunette; e ciò che risulta è la misura richiesta.

2.

Lunetta cilindrica retta con base di sesto semiellittico rialzato in una volta di tutto sesto, od a botte, od a spicchi, od a gavetta, di altezza uguale a quella della lunetta (*).

REGOLA.

1. *(Se la volta è a botte, od a botte lunullata a spicchi).*

Si misuri la corda della volta, e quella della base della lunetta.

Per la superficie da aggiungersi — Le due semicorde si sommino e si sottraggano, e la somma si moltiplichi per la differenza; dal prodotto si estragga la radice quadrata. Dopo ciò facciansi i tre calcoli seguenti: — 1°. Una tal radice si divida per la semicorda della volta, ed il quoziente considerato come una delle *quantità date* della TAV. (*B*) si determini (*V. art. prelim.* §. *6 pag. 22*) il risultamento che vi corrisponde, il quale si moltiplichi successivamente per la ottenuta radice e per la corda della volta, ed il prodotto si raddoppii: — 2.° Due mila volte la stessa radice si divida per la semicorda della volta, il quoziente si consideri come corda e si trovi per mezzo della TAV. (*A*) l'arco che vi corrisponde, che si moltiplichi pel quadrato della semicorda della volta e si divida per mille, ed il prodotto che ne risulta si sottragga dal primo risultamento: — 3°. La ot-

(*) Ordinariamente la base della lunetta ha ampiezza minore del sesto della volta, la corda della prima cioè suol essere minore della corda della seconda; è perciò che qui sopra si considera il caso della lunetta con base di sesto rialzato: imperciocchè, quando fosse ribassato la corda sua esser dovrebbe maggiore della corda della volta.

tenuta radice si moltiplichi per la corda della base della lunetta, il prodotto si sottragga dal risultato precedente, e la differenza si moltiplichi per la semicorda della volta, e si divida per la doppia radice trovata.

Per la superficie da sottrarsi. — Le due corde si moltiplichino, e del prodotto si prenda la metà.

2. *(Se la volta è a spicchi.)*

Si misuri la distanza di due lati paralleli della volta, e la corda della base della lunetta.

Per la superficie da aggiungersi. — La semidistanza si sommi colla semicorda, e si sottraggano; e dal prodotto della differenza nella somma si estragga la radice quadrata. Dopo ciò facciansi i tre calcoli seguenti: — 1°. La trovata radice si divida per la semidistanza, e considerando il quoziente come una delle *quantità date* della *Tav.* (*B*) si determini il risultamento che vi corrisponde, che si moltiplichi successivamente per la ottenuta radice e per la distanza, ed il prodotto si raddoppii: — 2°. Due mila volte la stessa radice si divida per la semidistanza; e preso il quoziente come corda si trovi colla *Tav.* (*A*) l'arco che vi corrisponde, che si moltiplichi pel quadrato della semidistanza dei lati e si divida per mille; ed il prodotto si sottragga dal primo risultamento: — 3°. La ottenuta radice si moltiplichi per la corda della base della lunetta, il prodotto si sottragga dal risultato precedente; e la differenza si moltiplichi per la semidistanza, e si divida per la doppia radice.

Per la superficie da sottrarsi. — La distanza dei lati paralleli della volta si moltiplichi per la semicorda della base.

3. *(Se la volta è a gavetta).*

Si misurino i lati minori della volta e del suo succielo, e la corda della base della lunetta.

Per la superficie da aggiungersi. — Della differenza dei lati si faccia il quadrato; e facciasi il quadrato della semicorda, dei due quadrati si prenda la differenza, e dalla differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò facciansi i tre calcoli seguenti. — 1°. La trovata radice si divida per la semidifferenza dei lati, e considerando il quoziente come una delle *quantità date* della *Tav.* (*B*) si determini il *risultamento* che vi corrisponde, che si moltiplichi successivamente per la ottenuta radice e per la differenza dei lati, ed il prodotto si raddoppii: — 2°. Due mila volte la stessa radice si divida per la semidifferenza dei lati; e preso il quoziente come corda si trovi per la *Tav.* (*A*) l'arco che vi corrisponde, che si moltiplichi pel quadrato della semidifferenza dei lati e si divida per mille; ed il prodotto si sottragga dal primo risultamento: — 3°. La ottenuta radice si moltiplichi per la corda della base della lunetta, il prodotto si sottragga dal risultato precedente, e la differenza si moltiplichi per la semidifferenza dei lati e si divida per la doppia radice.

Per la superficie da sottrarsi. — La differenza dei lati minori della volta e del suo succielo si moltiplichi per la corda della base, e del prodotto si prenda la metà.

Esempio.

Un salone di pianta rettangolare *FAGH*, fig. 2 *tav. 6*, sia coverto da una volta a botte di tutto sesto, nella quale sono scolpite sei lunette cilindriche rette colla base ellittica di sesto rialzato ed alte quanto la volta. Tutta la volta così costituita (ossia la volta a botte e le lunette che vi sono scolpite) sia rivestita di stucco: vogliasi la misura di tutto un tale rivestimento ossia, misurata la volta a botte come se non avesse lunette, si voglia la superficie che và alla precedente aggiunta e tolta per la esistenza di tali lunette; onde poi determinare la misura di tutto il rivestimento (*V. reg. 1 pagina 343*).

Misuro la corda *a'e'* del sesto *a'c'e'* della volta, che è uguale a *DH*, e misuro la corda *ab* della base *acb* di una lunetta, la di cui alt. *fc*, è uguale all' alt. della volta; e sia *DH* pal. 24, ed *ab* pal. 18. E ad un tempo scrivo — Pel rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della volta a botte con lunette; da aggiungersi alla superficie della volta a botte di tutto sesto di corda pal. 24, considerata come senza esse, quelle delle sei lunette (o direbbesi qual altro ne fosse il numero) cilindriche rette ciascuna con base di sesto ellittico rialzato di corda pal. 18 ed alta quanto la volta; e da sottrarsi la superficie che esse ne tolgon via.

Così fatto sul luogo fo in ordine ad una lunetta il seguente

CALCOLO.

(Per la superficie da aggiungersi).

semicor. vol.	12	....		12		
semicor. base	9	....		9		
			somma	21		
diff.	3	....		3		
			prod.	63	sua rad.	7,93725

Primo.

rad.	7,93725	div. semic. vol.	12		
		n. dato	0,66144		
		u. pross. min. *tav. (B)*	0,65606	risult. corr.	1,38489
		diff.	0,00538		
		rapp. diff.	0,64		
		prod.	0,00344	....	0,00344
				risult. rich.	1,38145
				rad.	7,93725
				prod.	10,96491
				cor. vol.	24
				prod.	263,15784
				dopp.	526,31568

Secondo. 4° risult. 526,31568

due mila rad. 15874,50 div. semic. vol. { 12
quoz. { 1323 arc. cor. { 1431,17
14,54

arch. richiest. 1445,74
quadr. semic. 144

prod. 208182,24
div. mille 208,18224

diff. 318,13344

Terzo.

rad. 7,93725
cor. base 18

prod. 142,87050 142,87050

diff. 175,26294
semic. vol. 12

prod. 2103,15528
div. dopp. rad. { 15,8745
quoz. { 132,48

(Per la superficie da sottrarsi).

cor. vol. 24
cor. base 18

prod. 432

metà 216

Dunque per avere la misura del dato rivestimento della volta colle lunette, al numero esprimente la superficie sua senza lunette, và aggiunto il prodotto del numero 132,48 moltiplicato pel numero delle lunette, e dalla somma tolto il prodotto dell'altro numero 216 moltiplicato per lo stesso numero delle lunette, e ciò che risulta è la misura richiesta.

3.

Lunetta cilindrica retta con base di tutto sesto, in una volta a botte o a padiglione ad intradosso semiellittico, entrambe di uguale altezza (*).

REGOLA.

1. *(Se la volta è a botte).*

Si misuri la corda e la freccia dell' intradosso della volta.

(*) Nella prima parte *(pag. 183)* nella reg. 3 relativa alle lunette cilindriche rette di alt. uguale a quella della volta, non si fà distinzione tra i due casi di sesto ribassato o rialzato che presenta la volta nella quale la lunetta è scolpita; imperciocchè le operazioni a farsi per la misura del vano di questa in ciascuno dei due casi sono sempre le medesime. Non così trattandosi delle superficie, però quì distinguiamo ciascuno di tali casi. Ma poichè la lunetta suol aver sempre ampiezza minore della volta, l' esempio che riportiamo è relativo al caso della volta, ove è scolpita la lunetta, di sesto ribassato, allora soltanto potendo una lunetta cilindrica con base di tutto sesto essere alta quanto la volta ove è scolpita ed avere ampiezza minore di essa.

Per la superficie da aggiungersi. — La corda della volta si moltiplichi per la freccia e pel numero costante 0,5708.

Per la superficie da sottrarsi.

Caso 1°. — Quando la volta è di sesto ribassato. — Si calcoli la somma e la differenza della semicorda colla freccia, la somma si moltiplichi per la differenza e dal prodotto si estragga la radice quadrata, alla quale si aggiunga la semicorda: tra ciò che risulta ed il quadruplo della freccia si computi la differenza e la somma, e quella si divida per questa; e secondo che il quadruplo della freccia è maggiore o minore della quantità cui si paragona si computi la differenza o la somma del quoziente col numero costante 0,6931: ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della freccia ed il prodotto si raddoppii. La trovata radice si moltiplichi per la semicorda, e il prodotto si aggiunga al risultato precedente. La somma si moltiplichi per la freccia, ed il prodotto si divida per la detta radice.

Caso 2°. — Quando la volta è di sesto rialzato. — Si calcoli la differenza e la somma della freccia colla semicorda, la somma si moltiplichi per la differenza, e dal prodotto si estragga la radice quadrata che si raddoppii e si divida per la freccia. Si trovi nella Tav. (A) l'arco corrispondente a mille volte un tal quoziente come corda e si moltiplichi pel quadrato della freccia: ed al prodotto diviso per mille si aggiunga l'altro della detta radice nella corda. La somma si moltiplichi per la freccia, ed il prodotto si divida per la doppia radice.

2. (*Se la volta è a spicchi*).

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta della volta, e la corda della base della lunetta.

Per la superficie da aggiungersi. — La distanza dei lati della volta si moltiplichi per la corda della base della lunetta, ed il prodotto si moltiplichi pel numero costante 0,2854.

Per la superficie da sottrarsi.

Caso 1°. — Quando la volta è di sesto ribassato. — Si calcoli la somma e la differenza della semidistanza colla semicorda, la somma si moltiplichi per la differenza e dal prodotto si estragga la radice quadrata; alla quale separatamente si aggiunga la semidistanza: tra ciò che risulta ed il doppio della corda si computi la differenza e la somma, e quella si divida per questa; e secondo che il doppio della corda è maggiore o minore della quantità cui si paragona, si computi la differenza o la somma del quoziente col numero costante 0,6931: ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della semicorda, ed il prodotto si raddoppii. La trovata radice si moltiplichi per la semidistanza, ed il prodotto si aggiunga al risultato precedente. La somma si moltiplichi per la corda, ed il prodotto si divida per la doppia radice.

Caso 2°. — Quando la volta è di sesto rialzato. — Si calcoli la differenza e la somma della semicorda colla semidistanza, la somma si moltiplici per la differenza, e dal prodotto si estragga la radice quadrata, che si quadrupli e si divida per la corda della base della lunetta. Si trovi nella Tav. (A) l'arco corrispondente a mille volte un tal quoziente consi-

derato come corda, e si moltiplichi pel quadrato della semicorda: ed al prodotto diviso per mille si aggiunga l'altro della detta radice nella distanza. La somma si moltiplichi per la semicorda, e si divida per la doppia radice.

ESEMPIO (*).

Un salone di pianta rettangolare, fig. 3 *tav*. 6, *FHGD* sia coverto da una volta a botte ad intradosso semiellittico di sesto ribassato con sei lunette cilindriche rette alte quanta la volta ove sono scolpite, e con base, di tutto sesto: la qual volta è rappresentata nelle due sezioni secondo *FG*, e *DH*. Onde mentre in $a'c'e'$ vedesi la sagoma o centina della volta a botte, nella sezione medesima una delle lunette è rappresentata in $a'c'd'$, e nella sezione secondo *FG*, *acb* rappresenta la base della lunetta projettata in pianta del triangolo *ACB*. Tutta la volta, cioè la botte e le lunette che vi sono scolpite, sieno rivestite di stucco: vogliasi la misura di un tale rivestimento; che a norma della regola generale 1, a *pag*. 343 si ottiene misurando prima la superficie della volta come se fosse senza lunette per la reg. 3, a *pag*. 329, e poi aggiungendo ad un tal risultato la superficie di una lunetta ripetuta tante volte, per quante esse sono, e sottraendone quella che essa porta via dalla volta pure ripetuta tante volte per quante esse lunette sono. Onde è che per una lunetta procederò come appresso.

Misuro la corda $a'e'$ e la freccia $o'c'$ dell' intradosso della volta; e sia $a'e'$ pal. 24, ed $o'c'$ pal. 6. E ad un tempo scrivo — Pel rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della volta con lunette, da aggiungere alla superficie della volta a botte ad intradosso semiellittico di corda pal. 24 e freccia pal. 6, considerata come senza lunette, la superficie delle sei (o direbbesi qual altro ne fosse il numero) lunette cilindriche rette, ciascuna con base di tutto sesto ed alta quanto la volta, e da sottrarne le porzioni di superficie che ne portano via.

Quindi con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

(Per la superficie da aggiungersi.)

cor. volt.	24
frecc.	6
prod.	144
n. cost.	0,5708
prod.	82,1952

(*) Come abbiamo detto innanzi essendo più frequente l'uso di una lunetta con base di tutto sesto in una volta a botte ad intradosso semiellittico di sesto ribassato, che non in una volta a botte ad intradosso semiellittico di sesto rialzato; l'esempio che riportiamo è relativo al primo caso, e pel secondo crediamo bastare la regola riportata di sopra.

(Per la superficie da sottrarsi.)

```
semicor. 12  .........  12
  frecc.  6  ... .....   6
                   som. 18
   diff.  6  ........ .  .6
          prod. 108sua rad.  10,3923
                    semic.  12
                    somma  22,3923 .........   22,3923
            quadru. frec.  24      .........   24
                    diff.   1,6077 div.som. {  46,3923
                                     quoz.  {   0,0347
                                   n. cost.     0,6931
                                      diff.     0,6584
                    frec.     6  suo quadr.    36
                                      prod.    23,7024
                                    . dopp.    47,4048
                    rad.  10,3923
                  semic.  12
                   prod. 124,7076 .........   124,7076
                                     somma    172,1124
                                     frecc.     6
                                      prod.  1032,6744 d.d. rad. { 20,7846
                                                           quoz. { 49,68
```

Dunque per avere la misura del dato rivestimento della volta colle lunette, al numero esprimente la superficie senza lunette, và aggiunto il prodotto di 82,20 nel numero delle lunette, e dalla somma che ne risulta và tolto 49,68 moltiplicato eziandio pel numero delle lunette; e ciò che risulta è la misura richiesta.

Avvertimento — Colle operazioni dette di sopra si ha la misura della superficie della volta a botte colle sei lunette che vi sono scolpite, come è rappresentata nella fig. 3 della *tav. 6*. Ma le lunette portando via delle porzioni di muramento della botte, vengono a costituirsi le porzioni di muramento che avendo le facce loro sui piani medesimi che quelle dei piedritti della volta sono contornate ciascuna dalla curva che è base della rispettiva lunetta, le quali porzioni di muramento, una indicata colle lettere *acba*, come è noto sono dette tamburo o tompagno; ed il risultato che ottiensi col detto calcolo non comprende la superficie di essi tamburi, ma quella della sola volta colle lunette. Epperò sarà mestieri misurar pure, occorrendo, il rivestimento di tali tamburi colla reg. 4 dell'art. 3 del Capo I di questa parte, e con questa e la reg. 7 dell' istesso articolo se essi tamburi fossero comunque traforati.

3.

Lunetta cilindrica retta con base di sesto semiellitico ribassato, in una volta a botte od a padiglione ad intradosso semiellittico ed entrambe di uguale altezza.

REGOLA.

(1. Se la volta è a botte.)

Si misurino le corde della volta e della base della lunetta, e la freccia di una di esse.

Per la superficie da aggiungersi — La semicorda della base della lunetta e la freccia si sottraggano e si sommino, e la somma si moltiplichi per la differenza; e dal prodotto si estragga la radice quadrata. Dopo ciò facciansi i due calcoli seguenti — 1°. La trovata radice si divida per la semicorda della base della lunetta, e considerando il quoziente come una delle *quantità date* della *Tav*. (*B*) si determini (*V. art. prelim. §. 6 pag. 22*) il *risultamento* che vi corrisponde, e dal suo doppio si tolga l'unità: ciò che resta si moltiplichi successivamente per la ottenuta radice e per la semicorda della base — 2°. Alla ottenuta radice si aggiunga la semicorda della base della lunetta: tra ciò che risulta ed il quadruplo della freccia si computi la differenza e la somma, quella si divida per questa; e secondo che il quadruplo della freccia è maggiore o minore della quantità cui si paragona, si computi la differenza o la somma del quoziente col numero costante 0,6981: ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della freccia, ed il doppio del prodotto si sottragga dal risultamento del primo calcolo. La differenza si moltiplichi per la semicorda del sesto della volta, e si divida per la detta radice.

Per la superficie da sottrarsi (*). — Si calcoli la somma e la differenza della semicorda della volta colla freccia, la somma si moltiplichi per la differenza e dal prodotto si estragga la radice quadrata; alla quale si aggiunga la semicorda della volta; tra la quantità che risulta ed il quadruplo della freccia si computi la differenza e la somma, quella si divida per questa; e secondo che il quadruplo della freccia è maggiore o minore della quantità cui si paragona si computi la differenza o la somma del quoziente col numero costante 0,6931; ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della freccia

(*) Ancora qui, come nella regola precedente potrebbono andare distinti due casi: cioè quando la volta ove sono scolpite le lunette è di sesto ribassato, e quando è di sesto rialzato. Ma poichè le lunette di cui qui parliamo, cioè cilindriche rette alte quanto la volta e con base di sesto ribassato, non potrebbero essere scolpite in una volta a botte di sesto rialzato, che quando la corda della loro base fosse maggiore di quella dell' intradosso della volta, del 1°. caso soltanto qui parliamo: imperciocchè è nostro proponimento (*Proemio pag. 7*) non parlare che di quei casi che si presentano in buona architettura; ed allora quasi sempre non si adottano che lunette di ampiezza minore od al più uguale all' ampiezza della volta ove sono scolpite.

e si raddoppii. La trovata radice si moltiplichi per la semicorda della volta, ed il prodotto si aggiunga al risultato precedente. La somma si moltiplichi per la semicorda della base della lunetta, e si divida per la detta radice.

2. *(Se la volta è a padiglione.)*

Si misuri la distanza di due lati paralleli della pianta della volta, e la corda e la freccia della base della lunetta.

Per la superficie da aggiungersi. — La semicorda e la freccia si sommino e si sottraggano, e la somma si moltiplichi per la differenza; e dal prodotto si estragga la radice quadrata. Dopo ciò facciansi i due calcoli seguenti; 1°. La trovata radice si divida per la semicorda: e considerando il quoziente come una delle *quantità date* della TAV. (B) si determini (*V. art. prelim.* §. 6. *pag.* 22) il *risultamento* che vi corrisponde, e dal suo doppio si tolga l'unità: ciò che resta si moltiplichi successivamente per la ottenuta radice e per la semicorda: — 2°. Alla ottenuta radice si aggiunga la semicorda: tra la quantità che se ne ottiene ed il quadruplo della freccia si computi la differenza e la somma, quella si divida per questa, e secondo che il quadruplo della freccia è maggiore o minore della quantità cui si paragona, si computi la differenza o la somma del quoziente col numero costante 0,6931: ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della freccia ed il doppio del prodotto si sottragga dal risultamento del primo calcolo. La differenza si moltiplichi per la semidistanza dei lati della pianta, e si divida pur la detta radice.

Per la superficie da sottrarsi (*). — Si calcoli la somma e la differenza della semidistanza dei lati della volta colla freccia, la somma si moltiplichi per la differenza e dal prodotto si estragga la radice quadrata; alla quale si aggiunga la semidistanza: tra la quantità che risulta ed il quadruplo della freccia si computi la differenza e la somma, quella si divida per questa, e secondo che il quadruplo della freccia è maggiore o minore della quantità cui si paragona, si computi la differenza o la somma del quoziente col numero costante 0,6931: ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della freccia, ed il prodotto si raddoppii. La trovata radice si moltiplichi per la semidistanza dei lati paralleli della pianta della volta, ed il prodotto si aggiunga al risultato precedente. La somma si moltiplichi per la semicorda della base della lunetta, e si divida per la detta radice.

ESEMPIO.

Un salone di pianta rettangolare, fig. 4 *tav.* 6, *FHGD* sia coverto da una volta a botte ad intradosso semiellittico di sesto ribassato con lunette cilindriche rette alte quanta la volta ove sono scolpite, e con base di sesto semiellittico ribassato: la quale volta colle sue lunette è rappresentata nei suoi spaccati secondo *FG*, *DH*, per modo che il triangolo *ABCA* è la projezione orizzontale di una delle lunette indi-

(*) Leggi la nota a pag. 352.

cata in *acba* nello spaccato secondo FG, ed in $a'c'd'a'$ nello spaccato secondo DH. Tutta la volta così costituita, ossia la volta a botte e le lunette che vi sono scolpite, sia rivestita di stucco: vogliasi la misura di un tale rivestimento; ossia, misurata la volta a botte come se non avesse lunette (art. 1, reg. 3. *pag. 329.*) vogliasi la superficie che và alla precedente aggiunta; e quella che ne và tolta per la esistenza di tali lunette; onde poi, come è prescritto nella reg. 1, *pag.* 343, dedurne la misura di tutto il rivestimento.

Misuro la corda $a'e'$ ossia DH del sesto $a'c'e'$ della volta, la corda *ab* della base *acb* della lunetta, e la freccia sua *fc* indicata nella sezione secondo DH in $a'd'$ e che nguaglia la freccia $o'c'$ del sesto della volta: e sia $a'e'$ pal. 24, *ab* pal. 18, ed *fc* uguale $o'c'$ pal. 6. E facendo una tale misurazione scrivo — Pel rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della volta con lunette, da aggiungere alla superficie della volta a botte ad intradosso semiellittico di corda pal. 24 e freccia pal. 6 considerata come senza lunette, le superficie delle sei (o direbbesi qual altro ne fosse il numero) lunette cilindriche rette alte quanto la volta e ciascuna con base di sesto ellittico ribassato di corda pal. 18 e freccia uguale a quella della volta, e da sottrarne la porzione di superficie che esse ne portano via.

CALCOLO.

(Per la superficie da aggiungersi.)

semic. base lun. 9 9
frecc. 6 6
somma 15
diff. 3 3
prod. 45 sua rad. 6,70820

Primo.

rad. 6,70820 div. semic. lun. { 9
quoz. { 0,74536
n. pross. min. *Tav. (B)* 0,74314 risult. corr. 1,32384
diff. 0,00222
rapp. diff. 0,79
prod. 0,00175 0,00175
risul. richies. 1,32209
dopp. 2,64418
tolt. 1,
rest. 1,64418
rad. 6,70820
prod. 11,02949
semic. base 9
prod. 99,26541

Secondo. 1° risult. 99,26541

rad.	6,70820				
semic. lun.	9				
somma	15,70820	....	15,70820		
quadru. frecc.	24	....	24		
diff.	8,29180	div. somma	39,70820		
		quoz.	0,20881		
		n. cost.	0,6931		
		diff.	0,48429		
frecc.	6	...suo quadr.	36		
		prod.	17,43444		
		dopp.	34,86888	....	34,86888
				diff.	64,39653
				semic. vol.	12
				prod.	772,75836
				div. rad.	6,70820
				quoz.	115,19

(per la superficie da sottrarsi)

semic. vol.	12	....	12		
frecc.	6	....	6		
		somma	18		
diff.	6	....	6		
		prod.	108	sua radice	10,39230
rad.	10,39230				
semic. vol.	12				
somma	22,39230	....	22,39230		
quadru. frecc.	24	....	24		
diff.	1,60770	div. somma	46,39230		
		quoz.	0,03465		
		n. cost.	0,6931		
		diff.	0,65845		
frecc.	6	...suo quadr.	36		
		prod.	23,70420		
		dopp.	47,40840		
rad.	10,39230				
semic. vol.	12				
prod.	124,70760	....	124,70760		
		somma	172,11600		
		semic. base	9		
		prod.	1549,04400	div. rad.	10,39230
				quoz.	149,05

Dunque per avere la misura del dato rivestimento della data volta colle lunette, al numero esprimente la superficie sua senza lunette, và aggiunto il prodotto del numero 115, 19 nel numero delle lunette, e dalla somma che ne risulta và tolto 149,05 moltiplicato eziandio pel numero delle lunette; e ciò che risulta è la misura richiesta.

ARTICOLO VI.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE EMISFERICHE.

1.

Volta Emisferica.

REGOLA.

Si misuri il diametro della pianta del vano della volta.
Il quadrato del diametro si moltiplichi pel numero costante 1,5708.

Esempio.

Abbiasi una camera, fig. 1, *tav*, 7, di pianta circolare *anbq* coverta da una volta sferica, il profilo della quale è *HADBCFGH*, per modo che *nbq* è la pianta del suo vano *ABDA*. Vogliasi la misura della superficie del suo intradosso rappresentata in *ABDA*: la quale sia rivestita di stucco.

Misuro il diametro *ab* ossia *AB* della pianta *anbq* del vano della volta, ed indi scrivo nel registro di misura — Rivestimento di stucco (od in vece si dirà quale altra sorta di lavoro superficiale siasi fatto) dell' intradosso della volta emisferica, il di cui vano è di diametro pal. 24.

Quindi fo il seguente

CALCOLO.

diam. vano vol. 24	suo quadr.	576
	n. cost.	1,5708
	prod.	1904,7808

Dunque la misura della superficie della data volta, e perciò del rivestimento di stucco, è di pal. quadrati 1904,78.

ARTICOLO VII.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE A SCUDELLA.

1.

Volta a scudella.

REGOLA.

Si misuri la freccia della scudella, ed il diametro della pianta del suo vano.

Si facciano i quadrati del semidiametro e della freccia, si addizionino, e la somma si moltiplichi pel numero costante 3,1416.

Esempio.

Abbiasi una camera di pianta circolare coverta da una volta a scudella; come è rappresentata nella fig. 6, *tav. 7;* ed il suo interno sia rivestito di stucco: vogliasi la misura di un tale rivestimento, ossia la misura della superficie interna di una tal volta.

Misuro la freccia *Do* della scudella, ossia l' altezza del vertice o sul piano d'imposta *IH*, ed il diametro *ac* della pianta del suo vano *abce*: e sia *Do* pal. 6, ed *ac* pal. 24. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (od invece si descriverà quale altra sorta di lavoro siasi fatto) sulla superficie dell'intradosso della volta a scudella, di freccia pal. 6, e col vano la di cui pianta è di diametro pal. 24.

Fatte le quali cose sul luogo, fo il seguente

CALCOLO.

freccia 6 suo quadr.	36
semidiametro 12 suo quadr.	144
somma	180
n. cost.	3,1416
prod.	565,4880

Dunque la superficie della scudella rivestita di stucco è di misura pal. quadrati 565,49.

ARTICOLO VIII.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE SFEROIDICHE.

§. 1.

VOLTE SFEROIDICHE DI PIANTA CIRCOLARE.

1.

Volta sferoidica a base circolare e di sesto rialzato.

REGOLA.

Si misuri l'altezza e l'ampiezza del vano della volta.

Si facciano i quadrati dell'altezza e della metà dell'ampiezza del vano della volta, dal primo si sottragga il secondo, e dalla differenza si estragga la radice quadrata. Dopo ciò il doppio di una tal radice si moltiplichi per mille e si divida per l'altezza del vano della volta, e si trovi nella *Tav.* (*A*) la lunghezza dell'arco che corrisponde a quel quoziente come corda; lunghezza che si moltiplichi pel quadrato dell'altezza del vano: ed al prodotto che ne risulta diviso per mille si aggiunga l'altro della stessa radice nell'ampiezza del vano. La somma si moltiplichi per l'ampiezza del vano e pel numero costante 0,7854, ed il prodotto si divida per la detta radice.

ESEMPIO.

Abbiasi una volta sferoidica, fig. 10 *tav.* 7, di base circolare *afbg* e di sesto rialzato; come a dire una cupola il di cui profilo o sezione secondo *ed* è *GVIBFAG*, ed il suo intradosso sia rivestito in stucco: vogliasi la misura di un tale rivestimento, ossia della superficie dell' intradosso della volta.

Misuro l'alt. *OF*, e l'amp. *AB* del vano della volta: e sia *OF* pal. 30, ed *AB* pal. 24. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (od in vece si direbbe qual altra sorta di lavoro superficiale si fosse fatto) dell'intradosso della volta sferoidica a base circolare e di sesto rialzato col vano di alt. pal. 30, ed ampiezza pal. 24.

Fatte tali cose sul luogo del lavoro fo poi il seguente

CALCOLO.

altezza vano 30	suo quadr.	900		
metà amp. vano 12	suo quadr.	144		
	diff.	756	sua rad. quadr.	27,49 ◇

mille dop. rad.◇ 54980 div. alt. vano { 30
quoz. { 1833 arc. corrisp. { 2303,83
14,54
lungh. arc. 2318,37
quadr. alt. vano 900,00
rad.◇ 27,49 prod. 2086533,00
amp. vano 24 div. mille 2086,53
prod. 659,76 659,76
somma 2746,29
amp. vaoo 24
prod. 65910,96
n. cost. 0,7854
prod. 51766,4680 div.
rad.◇ { 27,49
quoz. { 1846,70

Dunque la superficie interna della data volta è di misura pal. quadrati 1846,70.

2.

Volta sferoidica a base circolare e di sesto ribassato.

REGOLA.

Si misuri l'ampiezza e l'altezza del vano della volta.

Si facciano i quadrati della metà dell'ampiezza del vano e della sua altezza, dal primo si sottragga il secondo, e dalla differenza si estragga la radice quadrata; alla quale si aggiunga la semiampiezza del vano: tra la quantità che risulta ed il quadruplo dell' altezza del vano si computi la differenza e la somma, quella si divida per questa; e secondo che il quadruplo dell' altezza del vano è maggiore o minore della quantità cui si paragona, si computi la differenza o la somma del quoziente col numero costante 0,6961: ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato dell'altezza del vano, ed il prodotto si raddoppii. La detta radice trovata si moltiplichi per la semiampiezza, il prodotto si aggiunga al detto doppiotrovato, e la somma si moltiplichi per la semiampiezza del vano e pel numero costante 3,1416, e si divida per la radice (*),

(*) La condizione che ci siamo imposta di non aver ricorso neppure alle tavole dei logaritmi (*Proemio pag. 7*), ci ha messi nella necessità di dare per la misura della superficie della volta di che si tratta la regola di sopra; la quale se non può dare con somma esattezza ciò che si domanda, essendo la superficie della sferoide schiacciata di sua natura una funzione logaritmica dei suoi parametri (Veggasi Tucci misura delle volte ec. *pag. 162*) pur nondimeno è così fatta, che nei casi più ovvii, che sono quelli ove il sesto è ribassato tra i limiti del terzo e del sesto dell' ampiezza, si ha pressocchè pari esattezza, e sufficiente anche quando fosse ribassata dell' ottavo, avuto riguardo soprattutto al prezzo de'lavori superficiali. Che se accadesse essere necessaria una somma esattezza, come quando si trattasse di una dipintura di grandissimo valore o di ricchi intagli, o simili ornamenti, allora si avrà ricorso alla formola riportata dal citato autore nel luogo suddetto: la quale può pure tradursi così in linguaggio comune —. Si facciano i quadrati

Esempio.

Abbiasi fig. 8 *tav.* 7, una camera di pianta circolare *aemdga* coverta da una volta sferoidica di sesto ribassato la di cui sezione secondo *ed* è *ACBDEGA*; e sia il suo intradosso rivestito di stucco: vogliasi la misura di un tale rivestimento, ossia della superficie della volta.

Misuro l'ampiezza *AB* e l'alt. *FC* del vano della volta, e sia *AB* pal. 24, ed *FC* pal. 6. E sul luogo del lavoro scrivo. —Rivestimento di stucco (o si dirà invece di qual altra specie è il lavoro) della volta sferoidica di base circolare e di sesto ribassato, col vano di ampiezza pal. 24, e di alt. pal. 6.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

semiamp.	12	suo quadr.	144		
alt.	6	suo quadr.	36		
		diff.	108	sua rad.	10,3923
				semiamp.	12
				◇ somma	22,3923
quadru. alt. vano	24	....	24		
somma ◇	22,3923	....	22,3923		
diff.	1,6077	div. somma	46,3923		
		quoz.	0,0346		
		n. cost.	0,6961		
		diff.	0,6615		
		quadr. alt. vano	36		
		prod.	23,8140		
		dopp.	47,6280		
rad.	10,3923				
semiamp.	12				
prod.	124,7076	....	124,7076		
		somma	172,3356		
		semiamp.	12		
		prod.	2068,0272		
		n. cost.	3,1416		
		prod.	6496,914251	div. rad.	10,3923
				quoz.	625,16

Dunque il rivestimento di stucco della data volta, ossia la superficie sua è di misura pal. quadrati 625,66.

della metà dell'ampiezza del vano e della sua altezza: dal primo si sottragga il secondo e dalla differenza si estragga la radice quadrata, alla quale si aggiunga la semiampiezza del vano; ciò che si ha si divida per l' altezza, ed il logaritmo neperiano (ossia iperbolico) del quoziente si moltiplichi pel quadrato dell'altezza medesima. Il prodotto si addizioni coll' altro della semiampiezza nella radice, e la somma si moltiplichi per la semiampiezza, pel numero costante 3,14159; e si divida per la radice.

§. 2.

VOLTE SFEROIDICHE DI PIANTA ELLITTICA.

3.

Volta sferoidica a base ellittica, e di sesto ribassato.

REGOLA.

Si misurino i due assi della pianta della volta: e se ne deducano i semiassi.

Si facciano i quadrati dei due semiassi, dal maggiore si sottragga il minore, e dalla differenza si estragga la radice quadrata. Il doppio di una tal radice si moltiplichi per mille e si divida pel semiasse maggiore; e si trovi per la *Tav.* (*A*) la lunghezza dell'arco che corrisponde a quel quoziente come corda; lunghezza che si moltiplichi pel quadrato del semiasse maggiore: ed al prodotto che ne risulta diviso per mille si aggiunga l'altro della stessa radice nell' asse minore. La somma si moltiplichi per l'asse minore e pel numero costante 0,7854, ed il prodotto si divida per la detta radice.

Esempio.

Abbiasi una galleria ellittica, fig. 1 *tav. 8*, la di cui pianta è *acbdaenmk*, e sia coverta da una volta sferoidica di sesto ribassato: tale cioè che l'alt. *GI* del suo vano, sia uguale alla metà dell' asse minore *cd* della pianta, venendo così l' intradosso della volta nella sezione secondo *me* rappresentato dalla semiellisse *BIA*, e nella sezione secondo *nk* dal semicircolo *DI'C*. Una tal volta sia rivestita di stucco: e vogliasi la misura di un tale rivestimento; ossia la superficie della volta.

Misuro i due assi *ba*, *cd*, della pianta della volta: e sia *ba* pal. 40, *cd* pal. 20, e ne deduco i semiassi, che saranno il maggiore di pal. 20, ed il minore di pal. 10. Facendo la quale misurazione scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della volta sferoidica (e quì dicesi l'uso cui è destinata) di sesto ribassata, e di pianta ellittica col semiasse maggiore di pal. 20, e col minore di pal. 10.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

```
semiass. magg.   20        suo quadr.   400
 semiass. min.   10        suo quadr.   100
                                 diff.  300      sua rad.     17,32
                                                 suo dopp.    34,64
mille dopp.rad. 34640 div. semiass.magg.{ 20
                                  quoz.{ 1732    arc. corr.  2094,40
                              quadr. semiass. magg.           400
                                                 prod. 837760
                                                 div. mille   837,76
                                 rad.  17,32
                             asse min.    20
                                 prod. 346,40    ............ 346,40
                                                 somma       1184,16
                                                 asse min.     20
                                                 prod.      23683,20
                                                 n. cost.       0,7854
                                                 prod. 18600,78528div.
                                                        rad.{   17,32
                                                            { 1073,948
```

Dunque il rivestimento di stucco della data volta, ossia la superficie sua è di misura pal. quadrati 1073,95.

4.

Volta sferoidica di pianta ellittica di sesto rialzato.

REGOLA.

Si misurino i due assi della pianta del vano: e se ne deducano i semiassi.

Si facciano i quadrati dei due semiassi, dal maggiore si sottragga il minore, e dalla differenza si estragga la radice quadrata; alla quale si aggiunga il semiasse maggiore: tra la quantità che risulta ed il doppio asse minore si computi la differenza e la somma, quella si divida per questa, e secondo che il doppio asse minore è maggiore o minore della quantità cui si paragona, il quoziente si sottragga dal numero costante 0,6931, o con esso si addizioni, ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato del semiasse minore, ed il prodotto si raddoppii. A questo doppio si aggiunga il prodotto della trovata radice nel semiasse maggiore, e la somma si moltiplichi successivamente pel semiasse maggiore e pel numero costante 3,1416: ed il prodotto finale si divida per la detta radice.

Esempio.

Nella fig. 1 *tav.* 8, *mbdacbmkenm* è la pianta di una sala ellittica; ed *MFEAIB*, *NLKCI'D*, rappresentano le sezioni secondo *me*, *nk* di una volta sferoidica che covre la sala; la quale, per essere *DI'C* un semicircolo, e *DC* uguale all'asse minore *cd* della pianta, è di sesto ribassato. Se invece fosse *BIA* un semicircolo, talchè risultasse *GI* uguale alla metà di *AB*, e perciò alla metà dell' asse maggiore *ab* della pianta, la volta sarebbe di sesto rialzato: ed in questo caso *DI'C*, sarebbe una semiellisse identica a *cbd*, o *cad*. Nell'esempio precedente abbiamo misurato il rivestimento di stucco della volta così come è rappresentata nella figura, misuriamolo ora nella ipotesi che essa fosse di sesto rialzato.

Misuro l' asse maggiore *ab* della pianta, ed il minore *cd*; e trovato essere *ab* pal. 40, e *cd* pal. 20, ne computo i semiassi, che saranno il maggiore di pal. 20, ed il minore di pal. 10. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della volta sferoidica (e quì dicesi l'uso cui è destinata) di sesto rialzato, e di pianta ellittica, di semiasse maggiore di pal. 20, e minore di pal. 10.

Fatte le quali misurazioni sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO

semiass. magg.	20	suo quadr.	400		
semiass. min.	10	suo quadr.	100		
diff.	300	sua rad.	17,320		
		semiass. magg.	20		
		● somma	37,320		
dopp. asse min.	40	....	40		
somma ●	37,32	....	37,32		
diff.	2,68	div. som.	77,32		
		quoz.	0,0347		
		n. cost.	0,6931		
		diff.	0,6584		
		quadr. semiass. min.	100		
		prod.	65,84		
		dopp.	131,68		
rad.	17,32				
semiass. magg.	20				
prod.	346,40	....	346,40		
		somma	478,08		
		semiass. magg.	20		
		prod.	9561,60		
		n. cost.	3,1416		
		prod.	30038,72256	d.rad.	17,32
				quoz.	1734,34

Dunque la misura del dato rivestimento di stucco della volta di pianta ellittica, e di sesto rialzato è di pal. quadrati 1734,34.

ARTICOLO IX.

DELLA MISURA DELLE SUPERFICIE DELLE VOLTE A VELA.

Nella prima parte demmo le regole per misurare il volume di cinque sorte di vòlte a vela: tutte potendosi usare in buona architettura; comunque nei più celebri monumenti dell'arte non si vedessero che quelle le quali hanno tutti e quattro gli archivolti semicircolari: il quale esempio di non impiegare altro che queste, vediamo seguitato da tutti coloro che, come è intendimento dell'arte, vogliono sempre unita al decoro la bellezza. Epperò, il misurare le superficie dei corpi essendo frequentemente più difficile che il misurarne il volume; quì non parleremo che della misura di quelle volte a vela soltanto che per le dette ragioni si potrebbero dire veramente le sole usate (*): e tanto più volentieri in quanto che il misurare la superficie delle altre di esse volte è cosa assai difficile, e direi impossibile, volendo stare alle condizioni che noi medesimi ci siamo imposte (**).

1.

Volta a vela di pianta quadrata con archivolti semicircolari.

REGOLA.

Si misuri la corda di un archivolto, ossia un lato della pianta.
Il quadrato della corda si moltiplichi pel numero costante 1,3013.

Esempio.

Abbiasi una volta a vela di pianta quadrata ad archivolti circolari, come è rappresentata nella fig. 4, *tav.* 8: e sia rivestita di stucco. Vogliasi la misura del rivestimento, ossia della superficie della volta.

Misuro la corda *AB* di un suo archivolto, e sia *AB* pal. 24. Ad un tempo scrivo. — Rivestimento di stucco (od in vece si dirà quale altra sorta di lavoro siasi fatto) sulla superficie della volta a vela di pianta quadrata di lato pal. 24, e ad archivolti semicircolari di uguale corda.

(*) Appoggia questa nostra sentenza il Rondelet, il quale nel suo celebre trattato dell'arte di edificare parlando della struttura delle volte, per quelle a vela si occupa solo di quelle ad archivolti semicircolari e di pianta quadrata.

(**) Per le difficoltà che bisognerebbe superare onde avere la misura della superficie delle altre volte a vela, oltre quelle di cui quì parliamo, può vedersi ciò che ne dice il professore Francesco Paolo Tucci nel suo trattato della misura delle Volte rette ed oblique.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

corda archiv.	24
suo quadr.	576
n. cost.	1,3013
prod.	749,5488

Dunque il rivestimento della data volta, ossia la superficie di essa è di pal. quadrati 749,55.

2.

Volta a vela di pianta rettangolare con archivolti semicircolari.

REGOLA.

Si misuri la diagonale della pianta del vano della volta, e le corde di due archivolti dissuguali.

Le due corde si addizionino, e dalla loro somma si sottragga la diagonale: la differenza si moltiplichi per la diagonale medesima e pel numero costante 1,5708.

Esempio.

L'intradòsso di una volta a vela di pianta rettangola, fig. 6, *tav. 8*, *abg*, le di cui sezioni secondo PQ, RS sono rappresentate in $AmBCDE$, $B'nGIFD'$ sia rivestito di stucco: vogliasi la misura di un tale rivestimento, ossia della superficie della volta.

Misuro la diagonale *ag* della piànta *àbg* del vano della volta e sia pal. 38,42; e misuro le corde AB, $B'G$, dell' archivolto maggiore AmB e del minore $B'nG$, e sia AB pal. 30, e $B'G$ pal. 24. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (od in vece si dirà qual altra sorta di lavoro siasi fatto) sull' intradosso della volta a vela di pianta rettangola di diagonale di pal. 38,42, e con archivolti semicircolari, i due maggiori di corda pal. 30, ed i minori pal. 24.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

corda magg.	30
corda min.	24
somma	54
diag.	38,42
diff.	15,58
diag.	38,42
prod.	598,5836
n. cost.	1,5708
prod.	940,2551

Dunque il rivestimento della data volta, ossia la sua superficie è di misura pal. quadrati 940,26.

ARTICOLO X.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE A CROCIERA.

§. 1.

VOLTE A CROCIERA CILINDRICHE.

1.

Volta a crociera cilindrica di pianta quadrata con archivolti di tutto sesto.

REGOLA.

Si misuri la corda di un archivolto.
Il quadrato della corda si moltiplichi pel numero costante 1,1416.

Esempio.

Abbiasi una volta a crociera, come è rappresentata nella fig. 9, *tav. 8*: di pianta quadrata e ad archivolti di tutto sesto rivestita di stucco, vogliasi la misura di un tale rivestimento, ossia della superficie della volta.

Misuro la corda AB di un archivolto, che sia di pal. 24. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o dicesi qual altra sorta di lavoro si fosse fatto) della volta a crociera cilindrica di pianta quadrata ad archivolti semicircolari ciascuno di corda pal. 24.

Dopo ciò fo il seguente

CALCOLO.

corda archiv. 24	suo quadr.	576
	n. cost.	1,1416
	prod.	657,5616

Dunque lo stucco che riveste la data volta, ossia la superficie di essa è di pal. quadrati 657,56.

2.

Volta a crociera cilindrica di pianta quadrata, e con archivolti semiellittici di sesto ribassato.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia di un archivolto.

La semicorda e la freccia si sottraggono e si somminino, e la somma si moltiplichi per la differenza; e dal prodotto si estragga la radice quadrata. Dopo ciò facciansi i due calcoli seguenti — 1.° La trovata radice si divida per la semicorda, e considerando il quoziente come una delle *quantità date* della *TAV.* (*B*) si determini (*V. art. prelimin.* §. *6*, *pag. 22*) il *risultamento* che vi corrisponde, e dal suo doppio si tolga l'unità: ciò che resta si moltiplichi successivamente per la ottenuta radice e per la corda — 2.° Alla ottenuta radice si aggiunga la semicorda: tra ciò che risulta ed il quadruplo della freccia si computi la differenza e la somma, quella si divida per questa; e secondo che il quadruplo della freccia è maggiore o minore della quantità cui si paragona si computi la differenza o la somma del quoziente col numero costante 0,6931: ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della freccia, ed il quadruplo del prodotto si sottragga dal risultamento del primo calcolo. La differenza si moltiplichi per la corda e si divida per la detta radice (*).

Esempio.

Una volta a crociera cilindrica di pianta quadrata e con archivolti ellittici di sesto ribassato, come è rappresentata nella fig. 10 della *tav. 8*, sia

(*) Poichè ci siamo imposta la condizione di dare le regole per la misura delle fabbriche, in modo da non dovere neppure aver ricorso alle tavole logaritmiche; e la misura geometrica della superficie della volta di che si tratta dipende da una funzione logaritmica dei parametri di essa, è chiaro che la regola qui sopra riportata non può dare un risultato in tutti i casi esattissimo scrupolosamente: ma nei casi più ovvii, quando cioè la freccia non è molto piccola rispetto alla semicorda, l'esattezza debbe aversi per più che sufficiente, e soprattutto quando si consideri che il prezzo de' lavori superficiali non è molto grande. Quando si volesse la più scrupolosa esattezza possibile, o per l' altissimo prezzo del lavoro, o per essere gli archivolti ribassatissimi di sesto (che è ciò che difficilmente avviene) si avrà ricorso alla regola seguente, che cavasi immediatamente e con poche trasformazioni dalle formole riportate dal Tucci nel suo trattato della misura delle volte *(pag. 97 e 102)*: cioè

Si calcoli la somma e la differenza della semicorda colla freccia, la somma si moltiplichi per la differenza e dal prodotto si estragga la radice quadrata, alla quale aggiunta la semicorda, la somma si divida per la freccia, e si trovi il logaritmo del quoziente che ne risulta, che si moltiplichi pel quadrato della freccia, e pel numero costante 0,43429; ed il prodotto che ne risulta si divida per l' altro prodotto della trovata radice per la semicorda. La trovata radice si divida per la semicorda, e considerando il quoziente come una delle quantità date della *TAV.* *(B)* si trovi il risultamento che vi corrisponde, e dal suo doppio si sottragga il penultimo quoziente accresciuto dell' unità. La differenza si moltiplichi pel quadrato della corda.

rivestita di stucco. Vogliasi misurare la estensione di un tale rivestimento; vogliasi cioè la misura della superficie della volta.

Misuro la corda AB e la freccia Fc di un archivolto: e sia AB pal. 24, ed Fc pal. 6. È ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o dicesi qual altra sorta di lavoro vi fosse fatto) della volta o crociera cilindrica di pianta quadrata ad archivolti semiellittici di sesto ribassato, ciascuno di corda pal. 24, e di freccia pal. 6.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

```
    semic. 12        .............  12
    frecc.  6        .............   6
                             somma  18
     diff.  6        ..... .......   6
                             prod. 108           sua rad.   10,3923
Primo.

     rad. 10,3923 div. semic. { 12
                         quoz. {  0,86603 risult.corr.tav.(B)   1,21106
                                                    dopp.   2,42212
                                                    tolto   1
                                                    resto   1,42212
                                                     rad.  10,3923
                                                    prod.  14,77910
                                                    corda  24
                                                    prod. 354,69840
Secondo.

        rad. 10,3923
    semicor. 12
       somma 22,3923 ............  22,3923
 quadru. fr. 24      ............  24
       diff.  1,6077  div. som. {  46,3923
                          quoz. {   0,03465
                       n. cost.     0,6931
                          diff.     0,65845
         fr.  6      suo quadr.    36
                          prod.    23,70420
                        quadru.    94,81680 .......................   94,81680
                                                           diff.  259,88160
                                                           corda   24
                                                           prod. 6237,15840 div.
                                                                rad. {  10,3920
                                                                quoz. { 600,18
```

Dunque il rivestimento della data volta, ossia la misura della sua superficie risulta di pal. quadrati 600,18.

3.

Volta a crociera cilindrica, di pianta rettangolare, con archivolti semicircolari sui lati minori, e semiellittici sui maggiori.

REGOLA.

Si misuri la corda e la freccia dell'archivolto semiellittico.

La semicorda e la freccia si sottraggano e si sommino, la somma si moltiplichi per la differenza, e dal prodotto si estragga la radice quadrata. Dopo ciò facciansi i tre calcoli seguenti — 1.° La trovata radice si divida per la semicorda, e considerando il quoziente come una delle *quantità date* della *Tav.* (*B*) si determini (*V. art. prelim. §. 5 pag. 22*) il *risultamento* che vi corrisponde, e dal suo doppio si tolga l'unità: ciò che resta si moltiplichi successivamente per la ottenuta radice e per la corda — 2.° Alla ottenuta radice si aggiunga la semicorda: tra ciò che risulta ed il quadruplo della freccia si computi la differenza e la somma, quella si divida per questa; e secondo che il quadruplo della freccia è maggiore o minore della quantità cui si paragona, si computi la differenza o la somma del quoziente col numero costante 0,6931: ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della doppia freccia, ed il prodotto si sottragga dal risultamento del primo calcolo, la differenza si moltiplichi per la freccia e si divida per la detta radice — 3.° La corda si moltiplichi successivamente per la freccia e pel numero costante 1,1416; ed il prodotto finale si aggiunga al risultato ottenuto dal secondo calcolo (*).

Esempio.

Una volta a crociera cilindrica, come è rappresentata nella fig. 11 *tav. 8*, di pianta rettangola, e con archivolti semiellittici su'due suoi lati

(*) Questa regola (come la precedente) non dà con somma esattezza la misura della superficie della volta di che si tratta: e ne è ragione che dipendendo essa dal logaritmo di una funzione dei suoi parametri, non si può ottenere esattamente quando alle tavole logaritmiche non si abbia ricorso: ed eravamo obbligati (*Proemio pag. 7*) a fare diversamente. Purtuttavolta si può francamente far uso della regola di sopra, quando (e questo è il caso più comune) i lati della pianta non siano assai diversi l'uno dall'altro, non avendosi allora che un errore trascurabile, avuto riguardo soprattutto al basso prezzo dei lavori superficiali. — Che se questi fossero in alcun caso assai alti, come quando si trattasse di dorature, dipinture assai complicate, e simili cose, e che il lato minore della pianta della volta fosse più corto che la metà del maggiore, chi vorrà con maggiore scrupolo procedere, potrà valersi della regola medesima solo sostituendo al secondo calcolo di sopra il seguente, che vuole il soccorso dei logaritmi, e che con poche trasformazioni cavasi dalle formole del Tucci riportate a *pag. 97 e 102* del suo trattato della misura delle volte.

Cioè: 2.° — Si calcoli la somma e la differenza della semicorda colla freccia; la somma si moltiplichi per la differenza e dal prodotto si estragga la radice quadrata, alla quale aggiunta la semicorda, la somma si divida per la freccia e si trovi il logaritmo del quoziente che ne risulta: che si moltiplichi pel quadrato della freccia e pel numero costante 0,43429; ed il prodotto che ne risulta si divida per l'altro prodotto della trovata radice per la semicorda.

maggiori *ab*, *gh*, e semicircolari su' minori *bg*, *ah* sia rivestita di stucco. Vogliasi la misura della estensione di un tale rivestimento, o ciò che è lo stesso la misura della superficie della volta.

Misuro la corda AB dell'archivolto semiellittico, e la sua freccia mO, che debb'essere uguale alla metà della corda $B'G$, dell'archivolto semicircolare $B'nG$; e sia AB pal. 30, ed mO pal. 12. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o dicesi qual altra sorta di lavoro vi si fosse fatto) della volta a crociera cilindrica di pianta rettangolare con archivolti semicircolari sui lati minori, e sui maggiori semiellittici di corda pal. 30, e di freccia pal. 12 che è uguale alla semicorda dell' archivolto circolare.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

semicor. 15	15		
frec. 12	12		
somma	27		
diff. 3	3		
prod.	81	sua rad.	9

Primo

rad. 9 div. semic.	15		
quoz.	0,60000		
n. pros. min. *tav. (B)*	0,58779	risult. corrisp.	1,42476
diff.	0,01221		
rapp. diff.	0,55		
prod.	0,00672	....	0,00672
		risult. rich.	1,41804
		dopp.	2,83608
		tolto	1
		resto	1,83608
		rad.	9
		prod.	16,52472
		cor.	30
		prod.	495,74160

Secondo 1. risult. 495,7416

```
     rad.  9
   semic. 15
   somma 24 ..........  24
quadru. fr. 48 ..........  48
    diff. 24 div.somma {  72
               quoz. {  0,3333
            n. cost.    0,6931
               diff.    0,3598
dop. fr. 24 suo quadr.  576
               prod.  207,2448 .......... 207,2448
                              diff.  288,4968
                              frec.   12
                              prod. 3461,9616 d. rad.  9
                                           quoz. 384,6624
```

Terzo

```
     corda  30
     frec.  12
     prod. 360
  n. cost.   1,1416
     prod. 410,9760  ......................... 410,9760
                                         somma 795,6384
```

Dunque il dato rivestimento di stucco; ossia la superficie della data volta è di pal. quadrati 795,64.

4.

Volta a crociera cilindrica di pianta rettangolare con archivolti semi-ellittici di sesto ribassato.

REGOLA.

Si misurino le corde di due archivolti dissuguali, e la freccia di uno di essi.

In ordine all' archivolto maggiore. La semicorda e la freccia dell' archivolto maggiore si sottraggano e si sommino, la somma si moltiplichi per la differenza, e dal prodotto si estragga la radice quadrata. Dopo ciò facciansi i due calcoli seguenti. — 1.° La trovata radice si divida per la semicorda maggiore, e considerando il quoziente come una delle *quantità date* della *Tav.* (*B*) si determini (*V. art. prelim.* §. *6 pag.* 22.) il *risultamento* che vi corrisponde, e dal suo doppio si tolga l' unità; ciò che resta si moltiplichi successivamente per la ottenuta radice e per la semicorda maggiore. — 2.° Alla ottenuta radice si aggiunga la semicorda: tra ciò che risulta ed il quadruplo della freccia si computi la differenza e la somma, quella si divida per questa; e secondo che il quadruplo della freccia è maggiore o minore della quantità cui si paragona si computi la differenza o la somma del quoziente

col numero costante 0,6931: ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della freccia, e il doppio del prodotto si sottragga dal risultamento del primo calcolo: e la differenza si moltiplichi per la corda dell'archivolto minore e si divida per la detta radice. **In ordine all'archivolto minore.** La semicorda e la freccia dell'archivolto minore si sottraggano e si sommino, la somma si moltiplichi per la differenza, e dal prodotto si estragga la radice quadrata. Dopo ciò facciansi i due calcoli seguenti. — 1.° la trovata radice si divida per la semicorda minore, e considerando il quoziente come una delle *quantità date* della *Tav.* (*B*) si determini il *risultamento* che vi corrisponde, e dal suo doppio si tolga l'unità: ciò che resta si moltiplichi successivamente per la ottenuta radice e per la semicorda minore. — 2.° Alla ottenuta radice si aggiunga la semicorda, tra ciò che risulta ed il quadruplo della freccia si computi la differenza e la somma; quella si divida per questa; e secondo che il quadruplo della freccia è maggiore o minore della quantità cui si paragona si computi la differenza o la somma del quoziente col numero costante 0,6931: ciò che si ha si moltiplichi pel quadrato della freccia, il doppio del prodotto si sottragga dal risultamento del primo calcolo; e la differenza si moltiplichi per la corda dell'archivolto maggiore e si divida per la detta radice. — Così fatto si addizioni il risultamento di tutto l'operato in ordine all'archivolto maggiore, col risultamento di tutto l'operato in ordine all'archivolto minore.

Esempio.

Abbiasi una volta a crociera cilindrica di pianta rettangolare, e ad archivolti semiellittici di sesto ribassati, come è rappresentata nella fig. 12, *tav.* 8, e come vedesi nei due suoi spaccati per lungo e per largo secondo PQ, RS: ove AmB è uno degli archivolti maggiori, e $B'nG$ uno dei minori: e sia una tal volta rivestita di stucco. Vogliasi la misura di un tale rivestimento, che è quello della superficie curva della volta.

Misuro la corda AB e la freccia Om dell'archivolto maggiore AmB, e la corda $B'G$ dell'archivolto minore $B'nG$, la di cui freccia on, è sempre uguale alla freccia Om del maggiore; e sia AB pal. 30, $B'G$ pal. 24, no pal. 6. Facendo la quale misurazione scrivo. — Rivestimento di stucco (o si dirà qual altro sia il lavoro superficiale) della volta a crociera cilindrica, di pianta rettangolare, con archivolti semiellittici, li due maggiori di corda pal. 30, i minori di corda pal. 24, e tutti con freccia di pal. 6.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

(*in ordine archivolto maggiore*).

semic. arch. 15	....	15	
frecc. 6	....	6	
	somma	21	
diff. 9	....	9	
	prod.	189	sua rad. 13,7477

Primo

rad. ● 13,7477 div. semic. { 15
quoz. { 0,91651
n. pross. min. *Tav.* (*B*) 0,91355 risult.corr. 1,15455
diff. 0,00296
rapp. diff. 1,32
prod. 0,00391 ....: 0,00391
risult. richies. 1,15064
dopp. 2,30128
tolt. 1,
rest. 1,30128
rad. ● 13,7477
prod. 17,88961
semicor. 15
prod. 268,34415

Secondo.

rad. 13,7477
semicor. 15
somma 28,7477 28,7477
quadru. frecc. 24 24
diff. 4,7477 div. somma { 52,7477
quoz. { 0,0900
n. cost. 0,6931
somma 0,7831
frec. 6 ....suo quadr. 36
prod. 28,1916
dopp. 56,3832 56,3832
diff. 211,96095
corda min. 24
prod. 5087,0628
div. rad. { 13,7477
quoz. { 370,03

(*in ordine archivolto minore*).

semic. 12 12
frecc. 6 6
somma 18
diff. 6 6
prod. 108 sua rad. 10,3923 ◇

Primo

rad. ◇ 10,3923 div. semic. 12

quoz. 0,86603 risult. cor. *tav.(B)* 1,21106

dopp. 2,42212

tolto 1

resto 1,42212

rad. ◇ 10,3923

prod. 14,77910

semicorda 12

prod. 177,34920

Secondo

rad. ◇ 10,3923

semicor. 12

somma 22,3923 22,3923

quadru. frec. 24 24

diff. 1,6077 div. som. 46,3923

quoz. 0,03465

n. cost. 0,6931

diff. 0,65845

fr. 6 suo quadrato 36

prod. 23,70420

dopp. 47,40840 47,40840

diff. 129,94080

corda magg. 30

prod. 3898,22400 div.

rad. 10,3923

quoz. 375,11

risult. in ord. archiv. magg. 370,03

risult. in ord. archiv. min. 375,11

misura richiesta 745,14

Dunque il rivestimento della data volta a crociera cilindrica di pianta rettangolare e ad archivolti semiellittici di sesto ribassato, è di misura pal. quadrati 745,14.

ARTICOLO XI.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DEI PEDUCCI, DETTI ANCHE PENNACCHI.

Le difficoltà che si presentano per la esatta misura della superficie dei peducci ci obbligano a non dare in questo articolo che una sola regola, laddove nel relativo articolo nella prima parte ne abbiamo date tante, per quante sono le specie di peducci che possono impiegarsi. Epperò pegli altri casi farà mestieri ricorrere a' metodi dell'alta matematica e contentarsi di una tal quale approssimazione, come meglio stimerà l'abile misuratore a seconda dei varii lavori superficiali.

1.

Peduccio affidato ai muri od archivolti eretti sui lati di una pianta rettangola intera, a sporti laterali uguali tra loro ed all'altezza del peduccio.

Avvertimento. — Chiamo *sporto laterale* del peduccio lo sporto che ha verso uno dei suoi lati su cui è affidato a computare dal paramento visto dall'altro lato.

REGOLA.

Si misuri o l'altezza, od uno dei sporti laterali.

Dell'altezza, o dello sporto laterale si faccia il quadrato che si moltiplichi pel numero costante 0,3811.

Esempio.

Abbiansi fig. 7, *tav*. 7, quattro piloni P, Q, R, S, sormontati da una scudella sferica; vogliasi la misura della superficie di uno dei peducci affidati agli archivolti voltati sur essi piloni; il quale è rappresentato in pianta in *dead*, ed in elevato in $Ga'FG$, ed ha i suoi sporti laterali *ed*, *ea* uguali tra loro, ed alla sua alt. iF.

Misuro uno delli sporti laterali *ae*, *de*, o la sua alt. iF: e sia di pal. 12. E ad un tempo scrivo. — Superficie del peduccio affidato agli archivolti eretti sui lati di una pianta rettangola intera, ed a sporti laterali di pal. 12, uguali tra loro, ed all'altezza.

Fatte le quali cose fo poi il seguente

CALCOLO.

sporto alt.	12
suo quadr.	144
n. cost.	0,3811
prod.	54,8784

Dunque la superficie del dato peduccio è di pal. quadrati 54,8784; e quella di tutti e i quattro che sostengono la scudella, di pal. quadrati 219,51.

ARTICOLO XII.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DEI PIANEROTTOLI ANGOLARI (*).

1.

Pianerottolo angolare a spicchi.

REGOLA.

Si misuri uno dei lati del pianerottolo.
Del lato si faccia il quadrato, che si raddoppii.

Esempio.

Abbiasi un cortile, una porzione della di cui pianta è rappresentata nella fig. 6 della *tav.* 9, e le diverse camere di un appartamento che vi affacciano, comunichino tra loro per mezzo di un ambulacro costituito dai passetti $ABGK$, $EHCB$, $CDLN$, uniti agli angoli con pianerottoli angolari a spicchi; e tutto il muramento sia rivestito di stucco. Vogliasi la misura del rivestimento di uno dei pianerottoli, che è rappresentato in pianta in $EFGB$, ed in elevato in $gbb'g'$: del quale i due spicchi sono indicati in pianta nei triangoli FGB, FEB, ed il secondo di questi in elevato in gbo.

Misuro il lato $g'b'$, o gb del pianerottolo, che sia di pal. 6. E ad un tempo scrivo. — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) del pianerottolo angolare a spicchi, di lato pal. 6.

Con questo dato fo poi il seguente

CALCOLO.

lato	6
suo quadr.	36
dopp.	72

Dunque la misura del rivestimento di stucco di uno dei dati pianerottoli angolari a spicchi, ossia la superficie sua è di misura pal. quadrati 72.

(*) Leggi il prologo all' art. XII della I.ª Parte, a *pag.* 353.

2.

Pianerottolo angolare conico (*).

REGOLA.

Si misuri lo sporto angolare totale del pianerottolo.
Dello sporto angolare totale si faccia il quadrato, che si moltiplichi pel numero costante 0,9428.

Esempio.

Abbiasi un cortile, la di cui icnografia è in parte rappresentata nella figura 7 della *tav.* 9; e diverse camere di uno stesso piano che vi prendono lume comunichino tra loro per mezzo di un ambulacro costituito dai passetti *ABCD*, *BEFG* ec., e da pianerottoli angolari conici che terminano essi passetti. I muri ai quali tale ambulacro è affidato, ed il di sotto di esso siano rivestiti di stucco. Vogliasi la misura del rivestimento di uno dei detti pianerottoli, ossia la superficie sua; e propriamente di quello rappresentato in pianta in *CBEL*, ed in elevato in *cbec'b'*.

Misuro lo sporto angolare totale *LB*, che sia di pal. 9. E ad un tempo scrivo.—Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) del pianerottolo angolare conico con sporto angolare totale di pal. 9.

Col quale dato fo poi il seguente

CALCOLO.

sport. angol.	9
suo quadr.	81
n. cost.	0,9428
prod.	76,3668

Dunque la misura del rivestimento di stucco del dato pianerottolo angolare conico, ossia la superficie sua è di pal. quadrati 76,37.

(*) Questa sorta di volta dicesi dai francesi *Trompe sure le coin.*

ARTICOLO XIII.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DEI PASSETTI PENSILI (*).

1.

Passetto pensile terminato da pianerottoli angolari a spicchi.

REGOLA.

Si misuri lo sporto e la lunghezza del passetto.

La lunghezza si moltiplichi per lo sporto, ed il prodotto pel numero costante 1,5708 (**).

Esempio.

Per mettere in comunicazione varie camere di un appartamento, e renderle indipendenti, nell' interno di un cortile e tutto intorno siavi un ambulacro scoverto formato a volta, come è rappresentato nella fig. 6 della *tav. 9*; e sia costituito dai passetti pensili *KGBA*, *EBCH*, *CDLN*, terminati da pianerottoli angolari a spicchi *BEFG*, *CNOH*: ed il di sotto di un tale ambulacro sia rivestito di stucco. Vogliasi la misura del rivestimento del passetto rappresentato in pianta in *BEHC*, ed in elevato in *bob'c'c*: ossia la misura della superficie sua.

Misuro lo sporto *BE* del passetto, e la sua lungh. *bc* uguale *BC*: e sia *BE* pal. 6, e *BC* pal. 48. Facendo la quale misurazione scrivo. — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) del passetto pensile terminato da pianerottoli angolari a spicchi, e di sporto pal. 6, e lungo pal. 48.

Con questi dati fo il seguente

CALCOLO.

lungh.	48
sporto	6
prod.	288
n. cost.	1,5708
prod.	452,3904

Dunque la misura del rivestimento del dato passetto pensile terminato da pianerottoli angolari a spicchi, ossia la superficie sua, è di misura pal. quadrati 452,39.

(*) Leggi il prologo dell' art. XII della prima parte, a *pag.* 253.

(**) Questa regola suppone che li pianerottoli che terminano il passetto sieno di tutto sesto; epperò che la centina del passetto sia un quadrante circolare.

2.

Passetto pensile terminato agli angoli da pianerottoli angolari conici.

REGOLA.

Si misuri lo sporto del passetto sul muro, e la sua lunghezza.
La lunghezza si moltiplichi per lo sporto, ed il prodotto pel numero costante 1,7976 (*).

ESEMPIO.

Per rendere indipendenti varie camere di un appartamento, tutto all'intorno di un cortile siavi un ambulacro costituito da quattro passetti pensili terminati da pianerottoli angolari conici, il tutto come nella fig. 7 della *tav*. 9, che ne rappresenta la icnografia, e la sezione. Il paramento di un tale ambulacro sia rivestito di stucco; e vogliasi la misura del rivestimento del passetto $BEFG$, $bb'g'g$.
Misuro lo sporto EB del passetto che uguaglia cb, e la sua lungh. bg: e sia EB pal. 6,38, e bg pal. 48. Facendo la quale misurazione scrivo. — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) del passetto pensile terminato da pianerottoli angolari conici: e collo sporto sul muro cui è addossato di pal. 6,38, lungo pal. 48.
Coi quali dati fo poi il seguente

CALCOLO.

lungh.	48
sporto	6,38
prod.	306,24
n. cost.	1,7976
prod.	550,4970

Dunque la misura del rivestimento del dato passetto pensile terminato da pianerottoli angolari conici, ossia la superficie sua è di pal. quadrati 550,50.

(*) La regola suppone, come è detto nell' enunciato, essere il passetto terminato agli angoli da un pianerottolo angolare conico, il quale pianerottolo angolare conico è la volta detta dai francesi *Trompe sur le coin*. Onde è che il passetto avrà per centina un arco parabolico dato di specie; imperocchè l'ordinata all' ascissa del suo punto in sublime dovranno avere sempre il rapporto costante di $\sqrt{2}$ ad 1.

CAPO TERZO.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE SCALE.

Da ciò che si è detto nel prologo al capo terzo della prima parte (*pag.* 259, 260) facilmente comprendesi che a volere quì dare le regole per la misura della superficie delle scale, basta dare quelle per la misura della superficie delle rampe cui i suoi scalini sono addossati o che essi medesimi costituiscono: perocchè comunque esse siano composte, le superficie delle altre sue singole parti già si sanno misurare per le regole date nei due capi precedenti. Epperò così per la superficie, come facemmo pei volumi, daremo quì solo le regole per le diverse sorte di rampe; e l'abile misuratore saprà discernere per ciascuna delle singole parti di una scala a quale regola di questo capo o del precedente dovrà ricorrere trattandosi di parti che entrano nella classe delle volte, oppure a quali di quelle del capo primo se si tratti dei muri, dei pavimenti, o di altri massi di murazione che entrano nella composizione della scala medesima.

ARTICOLO I.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE SCALE CON RAMPE A BOTTE COMPLETA.

1.

Rampa a botte semicircolare completa.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del pendio della rampa, la lunghezza sua, e la corda del suo sesto.

L'altezza del pendio della rampa si divida per la sua lunghezza, e considerando il quoziente come una delle *quantità date* della TAV. (*B*) si trovi (*V. art. prelim. §. 6 pag. 22*) il *risultamento* che vi corrisponde; il quale si moltiplichi per la lunghezza della rampa e per la corda del suo sesto.

Esempio.

Abbiasi la scala rappresentata dalla fig. 1, *tav. 10*, in pianta e ne' due spaccati secondo LM e PQ. Le diverse parti di muramento di una tale scala siano rivestite di stucco; vogliasi la misura di un tale rivestimento, cioè della superficie di tali sue singole parti.

I muri eretti su i lati AB, BC, CD, del rettangolo $ABCD$ costituiscono la camera o gabbia della scala, il muro EF che si eleva sino ad $eϙ$ ne è il mucleo. A tali muri sono affidati i riposi o ballatoi interni e le rampe della scala, sull' estradosso delle quali sono posati i gradini: i riposi esterni formano parte del portico che precede la scala, e che si eleva sui i pilastri G, H, I. Ascesa la rampa DF arrivasi al primo riposo CFB, cf, $c'f'$, dal quale si passa alla seconda rampa FA, fk, che mena sull' altro riposo GA, $g'z$ che è al di sopra del portico DHA, ai, $a'd'$, e che forma esso stesso parte di altro portico: dal quale riposo si passa sulla rampa km, per la quale si ascende al terzo riposo mo che serve di comunicazione tra la rampa km e la seguente me posta al di dietro del muro EF, la quale mena all' ultimo riposo ne, $n'e'$. Ogni riposo è l' estradosso di due volte a crociera cilindriche di pianta quadrata e ad archivolto di tutto sesto, connesse tra loro per mezzo di un arco: li scalini di ogni tesa sono affidati a rampe a botte semicircolari complete: una simile rampa, senza avere scalini al di sopra, che è la $eϙ$, covre la terza rampa di scalini km, ed un altra pure senza scalini, che è la sy, covre l'ultima me. Il soffitto o solajo a_ib_i covre tutta la gabbia della scala: al di sotto dei scalini della prima tesa, e del primo riposo, vi è un masso di murazione $abcfa$: ea_i è un muro che chiude verso l'interno l'ultimo ballatojo: $a'e'f'$ un simile muro che chiude il vano che resta al di sotto della seconda tesa.

Li scalini non essendo rivestiti di stucco non entrano nell'attuale misura; i loro fronti essendo rettangoli si misurano moltiplicandone la lar-

ghezza per l'altezza. Le rimanenti parti si descriveranno coll'ordine suddetto, indicandone di ciascuna le dimensioni, come è prescritto nelle regole rispettive, sui quali dati si calcoleranno poi per le medesime regole le superficie di esse parti : cioè

1.° Pei tre muri costituenti la gabbia reg. 1, art. 1, cap. 1, *pag. 283*;

2.° Pel muro costituente il nucleo della scala reg. 1, art. 1, *pag. 283* il quale muro non essendo dappertutto rivestito a causa delle rampe esistenti si misurerà a porzione a porzione.

3.° Pei pilastri del portico inferiore e dei due superiori reg. 2, art. 3, *pag. 311*.

4.° Per ogni riposo: si misurerà ogni volta a crociera delle due contigue, reg. 1, art. 10, cap. 2, *pag. 366:* e si misurerà l'arco interposto alle due crociere contigue, come *FO*, reg. 1, art. 1, cap. 2, *pag. 327*.

5.° I parapetti del portico, dei quali *nβ* ne è uno, come un muro in tela, reg. 1, art. 1, cap. 1, *pag. 283*.

6.° Il muro *a,e* che chiude l'ultimo riposo verso l'interno, e l'altro *a'e'f'* che chiude il vano sottoposto alla seconda tesa: reg. 1, art. 1, cap. 1, *pag. 283*.

7.° Per la superficie delle rampe cui sono addossati li scalini, e quelle che covrono le ultime due tese, e che sono le *eφ*, *sγ*, si misureranno colla regola che è accompagnata da questo esempio: onde si procederà come appresso.

Misuro l'alt. *ft* del pendio della rampa, la lungh. sua *rt*, e la corda *aδ* del suo sesto, che è uguale al doppio della sua freccia *to* : e sia *ft* pal. 11, *rt* pal. 30, ed *aδ* pal. 10. E ad un tempo scrivo.— Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della rampa a botte semicircolare completa che sostiene i gradini della terza tesa, con pendio di alt. pal. 11, lungh. pal. 30, e colla corda del suo sesto di pal. 10.

Coi quali dati per ottenere la misura del rivestimento della rampa, ossia la superficie sua, fo poi il seguente

CALCOLO.

alt. pend. 11	div. lungh.	30		
	quoz.	0,36667		
num. *tav. (B)*	pross. min.	0,35837	risult. corris.	1,51908
	diff.	0,00830		
	rapp. diff.	0,30		
	prod.	0,00249	....	0,00249
			risult. n. dato	1,51659
			lungh.	30
			prod.	45,49770
			corda	10
			prod.	454,977

Dunque la misura del rivestimento di stucco di una delle rampe a botte semicircolare completa, che sostiene li scalini della terza tesa della data scala è di misura pal. quadrati 454,98.

2.

Rampa a botte semiellittica completa.

REGOLA.

Si misuri la base del pendio della rampa, la lunghezza sua, e la corda e la freccia del suo sesto.

La lunghezza si moltiplichi per la semicorda, e la base per la freccia, i due prodotti si sottraggano e si sommino, la somma si moltiplichi per la differenza, e dal prodotto si estragga la radice quadrata che si divida pel già ottenuto prodotto della lunghezza nella semicorda. Considerando il quoziente come una delle *quantità date* nella *TAV.* (*B*) si trovi (*V. art. prelimin.* §. *6 pag.* 22) il *risultamento* che vi corrisponde, il quale si moltiplichi per la lunghezza della rampa, e per la corda del suo sesto.

Esempio.

Abbiasi la scala rappresentata nella fig. 2, della *tav.* 10, in pianta e nei due spaccati secondo *LM*, e *PQ*: e tutto il suo muramento sia rivestito di stucco. Vogliasi misurare un tale rivestimento, vogliasi cioè la misura della superficie delle sue singole parti.

I muri eretti sui quattro lati *AB*, *BC*, *CD*, *DA*, del rettangolo *ABCDA* costituiscono la camera o gabbia della scala, il vano inferiore *DH* l'ingresso, i vani superiori che sono nel muro *AD* i lumi. Il muro *EF* che arrestasi al piano *eç* è il nucleo della scala. Essi muri sostengono le rampe della scala, sull'estradosso delle quali ne sono posati i gradini: e sostengono i riposi o ballatoi. Ascesa la rampa *DF* arrivasi al primo riposo *CFB*, *cf*, *c'f'*, dal quale si passa alla seconda rampa *FA*; *fk*, che mena sul secondo riposo *AED*, *ga*; ed indi per la rampa *km* si ascende al terzo riposo *mo*, che fa comunicar essa coll'altra *me* posta al di dietro del nucleo *EF*, per la quale si giunge all'ultimo riposo *ne*, *n'e'*. Ogni riposo è l'estradosso di due volte a crociera cilindriche di pianta quadrata e ad archivolti semiellittici, congiunte tra loro per mezzo di una piccola botte ad intradosso pure semiellittico uguale agli archivolti della crociera. Li scalini di ogni tesa sono affidati a rampe a botte semiellittica completa: simili rampe senza avere scalini sul loro estradosso covrono la terza tesa *km*, e la quarta *me*. Il solajo *a,b*, covre tutta la gabbia della scala. Al di sotto dei scalini della prima tesa v'è un masso di murazione *qaf. ea*, è un muro che chiude verso l'interno l'ultimo ballatojo.

Li scalini misuransi separatamente, avendo riguardo al loro paramento visto ed alla mettitura in opera, come è detto nel prologo al capo terzo della prima parte (*pag.* 259): il solajo come si dimostra in questa seconda parte che tratta delle superficie, le quali due cose per altro non entrano nella misura attuale per non si solere rivestire di stucco. Le rimanenti parti si descriveranno coll'ordine della fattane descrizione,

indicandone di ciascuna le dimensioni, come è prescritto nelle regole rispettive; sui quali dati si calcoleranno poi per le medesime regole le superficie di esse parti: cioè

1.° Pei quattro muri costituenti la gabbia reg. 1, art. 1, cap. 1, *pag. 283*.

2.° Per le porte d'ingresso agli appartamenti vanno dedotti dai muri *AB*, *DC* laterali i vani ch'esse vi lasciano, ed aggiunti il rivestimento dei fianchi: reg. 1, art. 2, cap. 1, *pag. 295*, e reg. 3, art. 2, capo 1, *pag. 52*.

3.° Per l'ingresso della scala, e per li lumi suoi, dal muro d'ingresso *DA* vanno dedotti i vani che vi sono scolpiti: reg. 7, art. 2, capo 1, *pag. 302*, e reg. 47, art. 2, cap. 1, *pag. 92*, e reg. 3, art. 1, capo 2, *pag. 329*.

4.° Pel muro costituente il nucleo della scala reg. 1, art. 1, *pag. 283*; il rivestimento del quale muro va misurato a porzione a porzione, una delle quali è *afstr*.

5.° Per ogni riposo si misurerà la superficie di ogni volta a crociera delle due contigue, reg. 2, art. 10, capo 2, *pag. 367*; e si misurerà l'arco interposto delle due crociere contigue reg. 3, art. 1, capo 2, *pag. 329*.

6.° Il muro *ae* che chiude l'ultimo riposo verso l'interno, reg. 1, art. 1, *pag. 283*.

7.° Quanto al rivestimento delle rampe cui sono addossati li scalini, e quelle che covrono le ultime due tese, cioè le *εφ*, *εγ*, se ne misurerà la superficie di ciascuna colla regola di sopra: onde si procederà come appresso.

Misuro la base *rs* del pendio della rampa, la lungh. sua *rt*, e la corda *αδ* e la freccia del sesto che uguaglia *tv*: e sia *rs* pal. 22, *tr* pal. 25, *αδ* pal. 12, *tv* pal. 4. E ciò facendo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della rampa a botte semiellittica completa di sostegno ai gradini della terza tesa (*), col pendio di base pal. 22., lunga pal. 25, e col sesto di corda pal. 12 e freccia pal. 4.

(*) Similmente si direbbe della *seconda tesa*, della *quarta tesa*, o di quale rampa si tratti; similmente direbbesi della rampa a botte semiellittica completa di covertura della terza o quarta tesa se si trattasse della *εφ* che covre la tesa *km*, o dell'altra *εγ* che covre la *me*.

Coi quali dati fo poi il seguente

CALCOLO.

lungh. 25
base 22 semicor. 6
frec. 4 ● prod. 150 150
prod. 88 .... 88 88
somma 238
diff. 62 62
prod. 14756
sua rad. 121,47428 div. prod. ● { 150
◇ quoz. { 0,80983

quoz. ◇ 0,80983
n. *tav. (B)* pross. min. 0,80902 risult. corrisp. 1,26815
diff. 0,00081
rapp. diff. 0,93
prod. 0,00075 0,00075
risult. n. dato 1,26740
lungh. 25,
prod. 31,68500
cor. 12
prod. 380,22000

Dunque la misura del rivestimento della rampa a botte semiellittica completa, che sostiene i gradini della terza tesa della data scala è di misura pal. quadri 380,22.

ARTICOLO II.

DELLA MISURA DELLE SUPERFICIE DELLE SCALE CON RAMPE A BOTTE INCOMPLETA

1.

Rampa a botte incompleta avente per centina un quadrante circolare.

REGOLA.

Si misuri l'altezza del pendio della rampa, e la larghezza e lunghezza sua.

L'altezza del pendio della rampa si divida per la sua lunghezza, e considerando il quoziente come una delle *quantità date* della *Tav.* (*B*) si trovi (*V. art. prelimin.* §. *6 pag.* 22) *il risultamento* che vi corrisponde; il quale si moltiplichi per la lunghezza della rampa ed il prodotto per la sua larghezza.

Esempio 1°.

Abbiasi la scala rappresentata in pianta e nei spaccati secondo LM, NO, nella fig. 1 della *tav.* 11. Le singole parti del muramento di una tale scala siano rivestite di stucco, vogliasi la misura di un tale rivestimento.

I muri eretti sui quattro lati AB, BC, CD, DA del rettangolo $ABCD$ costituiscono la gabbia o camera della scala. Ad essi sono affidati otto pianerottoli angolari a spicchi, uno dei quali si è segnato colle lettere $AGEF$ in pianta, efg nello spaccato secondo LM. Tali pianerottoli terminano le sei tese della scala, li scalini delle quali sono addossati (meno la prima che lo è ad un masso di murazione) ad altrettante rampe a botte incompleta tutte aventi per centina un quadrante circolare di ugual raggio, che è ad un tempo sesto o centina delli spicchi o pianerottoli contigui: della quarta rampa veduta per di sotto in $f'g'q'p'$, i quadranti $f'g'$, $p'q'$ ne sono le centine o sesto; comune il primo collo spicchio contiguo del pianerottolo angolare $e'f'g'$ che è rappresentato in pianta in $DF_{,}E_{,}$, e l'altro collo spicchio del pianerottolo che termina la rampa medesima dall'altro estremo. Nel lato DA in vece di rampe vi sono due passetti pensili terminati ai pianerottoli medesimi $AGEF$, $DE_{,}F_{,}$; li quali passetti coi pianerottoli contigui costituiscono i ballatoi della scala, che insieme cogli altri pianerottoli ne sono tutti i riposi. Nel muro AD v'è il vano d'ingresso nella scala, che per essere un vano a fianchi verticali terminato superiormente da un semicircolo impostato a livello colla imposta del primo passetto

(il tutto come vedesi nello spaccato secondo NO) ne taglia una lunetta ellissoidica oix. Negli altri due muri AB, DC sono i vani d'ingresso negli appartamenti, dimostrati quelli nel muro AB nello spaccato secondo LM. Tutta la scala è coverta da una volta a gavetta estradossata piana, nel succielo della quale è aperto un vano rettangolare che illumina tutta la scala. Ed è chiaro dimostrato dalla fig. come è composta tutta la scala, e come ascendesi dal pianterreno ai piani superiori.

Li scalini misuransi separatamente avendo riguardo al loro paramento visto ed alla mettitura in opera, come è detto nel prologo dell'art. 2, del capo 3, della prima parte (*pag. 159*): le rimanenti parti si descriveranno coll'ordine suddetto indicandone di ciascuna le dimensioni, come è prescritto nelle regole rispettive, sui quali dati presi sul luogo, si calcoleranno poi per le medesime regole le superficie di esse parti, e si compilerà la misura del detto rivestimento. Cioè

1.° Pei quattro muri costituenti la gabbia della scala, capo 1, art. 1, reg. 1, *pag. 283*.

2.° Dai quali si dedurranno: dal muro d'ingresso, il vano d'ingresso, reg. 6, art. 2, capo 1, *pag. 301*; capo 1, art. 2, reg. 29, *pag. 75*, e reg. 1, art. 1, capo 2, *pag. 327*: dal muro a destra i vani d'ingresso negli appartamenti capo 1, art. 1, reg. 1, *pag. 295*, e capo 1, art. 2, reg. 3, *pag. 52*: dal muro a sinistra simili vani.

3.° Pei quattro riposi angolari si misurerà la superficie dei pianerottoli angolari a spicchi, capo 2, art. 12, reg. 1, *pag. 376*.

4.° I due riposi ballatoi misuransi ognuno in due porzioni: misuransi cioè i due pianerottoli angolari a spicchi che li terminano, come è detto di sopra; ed il passetto pensile intermedio, capo 2, art. 13, reg. 1, *pag. 378*.

5.° Per la lunetta ellissoidica oix: capo 2, art. 5, rêg. 2, *pag. 343*.

6.° Per la volta a gavetta che covre tutta la scala: capo 2, art. 4, reg. 1, *pag. 340*.

7.° Dalla quale se ne dedurrà il vano di luce rettangolare che è scolpito nel suo succielo, che si può riguardare come un muro in tela la di cui gross. fosse quanto la gross. del murameuto costituente esso succielo: capo 1, art. 2, reg. 1, *pag. 295*.

8.° Pel rivestimento delle rampe a botte incompleta avente per centina un quadrante circolare, si misurerà per la regola cui questo esempio accompagna: così per l'ultima rampa misuro l'alt. $\alpha\gamma$ del pendio della rampa, e la sua largh. GE e lungh. $\beta\gamma$: e sia $\alpha\gamma$ pal. 8, GE pal. 10 e $\beta\gamma$ pal. 25. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della rampa a botte incompleta avente per centina un quadrante circolare, col pendio di alt. pal. 8, larga pal. 10, e lunga pal. 25.

Coi quali dati fo poi il seguente

CALCOLO.

alt. pend. 8 div. lungh. {	25		
quos. {	0,32000		
n. *tav.* (*B*) pross. min.	0,30902	risult. corrisp.	1,53260
diff.	0,01098		
rapp. diff.	0,26		
prod.	0,00285	....	0,00285
		risult. n. dato	1,52975
		lungh. ramp.	25
		prod.	38,24375
		largh.	10
		prod.	382,43750

Dunque la misura del rivestimento di stucco della rampa a botte incompleta avente per centina un quadrante circolare, e che sostiene li scalini dell'ultima tesa della data scala è di misura pal. quadrati 382,44.

Esempio 2.°

Abbiasi la scala rappresentata nella fig. 3 della *tav. 10*, nella pianta e nei due spaccati secondo LM, PQ; e la camera della scala, e tutte le volte che la costituiscono siano rivestite di stucco. Vogliasi la miura di tutto un tale rivestimento.

Tre muri eretti su i tre lati AB, BC, CD del rettangolo $ABCD$ costituiscono la gabbia o camera della scala. Quattro volte a botte con fronti ad intradosso di tutto sesto estradossate piane addossate ai muri laterali AB, CD come loro piedritti, e due col fronte posteriore sulla parete interna del muro di fronte CB e due col fronte anteriore sull'istesso piano che termina al davanti i muri AB, CD costituiscono quattro riposi ballatoi della scala. Dal pianterreno per la prima tesa di scalini larga quanto la metà della camera $ABCD$ si ascende al primo riposo $CHIB$, ce, $c'e'$, e per la rampa IF, ef al secondo riposo df, $d'f'g'$ che per mezzo delle indicate porte immette negli appartamenti al primo piano. Da quivi in su, le scalinate si ristringono come chiaramente vedesi nella tesa $f'g'i'$ che si presenta di fronte, e nell'altra $d'h'l'$ veduta di sotto; le quali lasciano perciò uno spazio libero intermedio, indicato in pianta nel rettangolo punteggiato $FIHK$, a differenza delle due prime che non lasciano un tale spazio; ma che in vece ove il limite $R'e'$ termina in e' comincia l'altro confine $e'f'$ della seconda tesa, mentre il termine i' del confine $f'i'$ della terza tesa non è comune col punto h' del confine $h'l'$ dell'ultima tesa; restandovi così la distanza libera $i'h'$. Delle quali tese li scalini sono sostenuti nella seconda da una rampa a botte incompleta avente per centina un quadrante circolare, come è l'arco $S'r'$, e nella terza e nella quarta da una rampa a botte incompleta, avente per centina un arco circolare, come $d's'$: quelli della

prima sono addossati ad un masso di murazione che nel disegno intendesi rimosso. E tutta la scala è coverta da una volta a gavetta incompleta; in quanto che manca del gavetto nel lato AD, avendovi in vece i gavetti laterali, ed il succielo prolungati sino al piano di fronte AD. — Vogliasi la misura della superficie di una tale scala e delle sue parti, le quali sono rivestite di stucco, ossia la misura del rivestimento.

La superficie di ogni scalino va misurata separatamente per le cose dette nel prologo al Capo 3.° della 1.ª parte; non mai rivestendosi essa di stucco. La superficie del fronte della piccola porzione di muramento su cui giace ciascuno scalino misurasi facilmente costituendo un rettangolo. Le rimanenti parti si descriveranno coll'ordine suddetto indicandone di ciascuna le dimensioni come prescrivono le regole rispettive date negli articoli precedenti: cioè

1.° Pei tre muri costituenti la gabbia: capo 1, art. 1, reg. 1, *pag.* 283.

2.° Per dedurne i vani d'ingresso negli appartamenti; tre dal muro laterale AB, e tre dall'altro DC; capo 1, art. 2, reg. 1, *pag.* 295.

3.° Per aggiungervi il rivestimento per le pareti laterali di ciascun vano; come è detto nel prologo al citato art. 2, *pag.* 295, si avrà ricorso alla reg. 3, dell'art. 2 del capo 1, *pag.* 52.

4.° Per li quattro riposi: capo 2, art. 1, reg. 1, *pag.* 327.

5.° Per la covertura di tutta la scala si avrà ricorso a quattro regole: capo 2, reg. 1, *pag.* 340; ma questa darà la misura della volta a gavetta, come se non vi mancasse, come è detto di sopra, il gavetto nel lato DA; il quale perciò se ne dedurrà; il gavetto componendosi di un passetto pensile terminato da due pianerottoli angolari a spicchi, e di questi, si misurerà ciò che debbe dedursi pel capo 2, art. 13, reg. 1, *pag.* 378; ed art. 12, reg. 1, *pag.* 376. — Il lato maggiore della volta qui è AB (uguale ab) accresciuta di bc, che è pure la largh. del pianerottolo e lo sporto del passetto, la lungh. di questo è BC diminuito di bc.

6.° Pel fianco di ciascuna rampa, come quello indicato in sfe, come un parallelogrammo, di tale figura essendo.

7.° La superficie visibile del muramento su cui sono addossati li scalini della prima tesa essendo quella di un triangolo, si misurerà moltiplicando la metà della base $\beta\alpha$ per βe.

8.° La superficie di ciascuna delle rampe a botte incompleta avente per centina un arco circolare minore del quadrante, e cui sono addossati li scalini della terza e quarta tesa si misureranno come prescrive la regola seguente a *pag.* 390, e come si mostra nell'esempio che l'accompagna.

9.° La superficie concava della rampa a botte incompleta cui sono addossati li scalini della seconda tesa, come la regola di sopra.

Misuro l'alt. $\alpha\gamma$ del pendio della rampa, e la sua largh. $S'R'$ e lungh. $\beta\gamma$; e sia $\alpha\gamma$ pal. 10, $S'R'$ pal. 11, $\beta\gamma$ pal. 26. E ad un tempo scrivo. — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della rampa a botte incompleta avente per centina un quadrante circolare, col pendio di alt. pal. 10, larga pal. 11, e lunga pal. 26.

Coi quali dati fo poi il seguente

CALCOLO.

alt. pend. 10 div. lungh.	26		
quoz.	0,38462		
n. *Tav. (B)* pross. min.	0,37461	risult. corrisp.	1,51415
diff.	0,01001		
rapp. diff.	0,32		
prod.	0,00320	....	0,00320
		risult. n. dato	1,51095
		lungh. rampa	26
		prod.	39,28470
		largh.	11
		prod.	432,13170

Dunque la misura del rivestimento di stucco della superficie curva della rampa a botte incompleta, avente per centina un quadrante circolare, e sulla quale sono addossati li scalini della seconda tesa della data scala è di misura pal. quadrati 432,13.

2.

Rampa a botte incompleta, avente per centina un arco di circolo minore del quadrante.

REGOLA.

Coll'ajuto del nastro graduato e dello squadro si misuri la lunghezza della sezione retta dell'intradosso della rampa, e si misuri la lunghezza della rampa.

Le due lunghezze, della rampa, e della sezione retta del suo intradosso si moltiplichino tra loro.

Avvertimento—Per si misurare per quanto meglio si può la lunghezza della sezione retta dell'intradosso, si proceda come siegue.

Sulla retta che segna la nascita della rampa sul muro cui è addossata e secondo il suo pendio si applichi uno dei due lati dello squadro, ed in modo che l'altro lato dello squadro medesimo, od il suo prolungamento passi pel canto della rampa che ne limita l'intradosso parallelamente alla sua imposta; e fissata con una cordella ben tesa o con qualunque altro mezzo la posizione di questo secondo lato dello squadro, si muova esso in modo che mentre con un suo lato si appoggia continuamente alla detta cordella, coll'altro si mantenga sempre sulla superficie della rampa; e si segnino i varii punti di questa, pei quali passa il vertice dello squadro. Si applichi per quanto è possibile tenendone fisso l'estremo sulla imposta della rampa il nastro graduato sui detti

punti, e vedesi la lunghezza della porzione di nastro applicata: una tal lunghezza sarà quella della sezione retta dell'intradosso della rampa (*).

Esempio.

Leggasi il secondo esempio della regola precedente (*pag. 388, fig. 3 tav. 10*). Quindi come ivi è detto sotto il numero 8°, quanto alle due rampe che sostengono i gradini della terza e quarta tesa, si proceda come in questa regola è detto, e che per la quarta è come qui appresso.

Nel modo detto nell'avvertimento precedente col nastro graduato e collo squadro misuro la lunghezza della sezione retta della superficie intradosso della rampa; e risulti di pal. 9,84; misuro la lungh. *gi* della rampa medesima, e sia di pal. 27. E ad un tempo scrivo. — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della superficie concava della rampa a botte incompleta, avente per centina un arco di circolo minore del quadrante; lunga pal. 27, e colla sezione retta di lungh. pal. 9,84.

Coi quali dati presi sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

lungh. sez. retta	9,84
lung. rampa	27
prod.	265,68

Dunque il rivestimento della superficie concava della rampa a botte incompleta che sostiene li scalini della quarta tesa della data scala è di misura pal. quadrati 265,68.

3.

Rampa a botte incompleta, avente per centina un quadrante ellittico.

REGOLA.

Si misuri la base del pendio della rampa, la sua lunghezza, lo sporto suo sul muro laterale, e l'altezza della centina.

La base del pendio si moltiplichi per l'altezza della centina, e la

(*) Potrebbesi ottenere la misura di che si tratta senza misurarsi in atto la lunghezza della sezione retta dell'intradosso della rampa; ma i calcoli che sarebbono necessarii farsi richiederebbero conoscenze che noi non supponiamo avere il lettore, (*proemio pag. 7*), o per lo meno ci avrebbono obbligati a calcolare (e per questo sol caso) altre tavole numeriche oltre quelle che presentiamo. Epperò abbiamo stimato conveniente dare il metodo di sopra, mediante il quale si può ottenere con sufficiente esattezza la misura della superficie di che si tratta, avuto riguardo al non alto prezzo dei lavori superficiali. Che quando si volesse maggiore esattezza, è noto doversi aver ricorso alle tavole che danno le *funzioni ellittiche incomplete*.

lunghezza per lo sporto; i due prodotti si sottraggano e si sommino, la somma si moltiplichi per la differenza, e dal prodotto si estragga la radice quadrata, che si divida pel già ottenuto prodotto della lunghezza nello sporto. Considerandò il quoziente come una delle quantità date della *Tav.* (*B*) si trovi (*V. art. prelimin.* §. *6*, *pag.* 22) il risultamento che vi corrisponde, il quale si moltiplichi per la lunghezza della rampa, e pel suo sporto sul muro laterale.

Esempio.

Abbiasi la scala rappresentata dalla fig. 4 della *tav. 10*, in pianta e nei due suoi spaccati secondo *LM*, *PQ*; e le parti di muramento di una tale scala sieno rivestite di stucco. Vogliasi la misura di tutto un tale rivestimento.

I tre muri eretti su i tre lati *AB*, *BC*, *CD* del rettangolo *ABCD* costituiscono la gabbia o camera della scala. Quattro volte a botte con fronti ad intradosso semiellittico estradossate piane costituiscono i riposi *cc*, *e'c'*; *df*, *d'f'*; *hi*, *h'i'*; *lm*, *l'm'*, ai quali terminano le quattro tese della scala; i di cui scalini per la prima sono addossati ad un masso di murazione (che nel disegno si suppone rimosso) per le altre tre sono addossati a tre rampe a botte incompleta avente per centina un quadrante ellittico: ed ogni una delle quali è tanta larga da occuparne due tutta la larghezza *BC*; per modo che non resta spazio libero nel mezzo di esse, e dove in *e'* termina il confine *R'e'* della prima rampa, quivi comincia l'altro *e'f'* della seconda *rf'*: essendo così il quadrante ellittico *s'r* ad un tempo metà del profilo dell'intradosso della volta del primo riposo e centina della rampa che sostiene i gradini della seconda tesa. Tutta la scala è coverta da una volta a botte con fronti ad intradosso semiellittico come la volta che costituisce i riposi.

A volere la misura di tutto il rivestimento di che si tratta misurasi quello di ciascuna parte costituente la data scala, per le cose dette nelle regole precedenti; cioè

1.° Pei tre muri costituenti la gabbia: capo 1, art. 1, reg. 1, *pag. 283.*

2.° Si dedurranno dai muri laterali i vani d'ingresso negli appartamenti, che sono due da ogni parte: per ogni uno capo 1, art. 2, reg. 1, *pag. 295.*

3.° E pei vani medesimi si aggiungerà il rivestimento dei suoi fianchi (come è detto nel prologo all'art. 2 a *pag. 195*) capo 1, art. 2, reg. 3, *pag. 52.* Il loro succielo non misurasi essendo munito di arcotrave.

4.° Per le volte dei quattro riposi: capo 2, art. 1, reg. 3, *pag. 329.*

5.° Per la volta a botte che covre tutta la scala: capo 2, art. 1, reg. 3, *pag. 329.*

6.° Pel tamburo o tompagno che nel muro di fronte giace al di sotto di essa volta: capo 1, art. 3, reg. 5, *pag. 313.*

7.° Il rivestimento del poco di muramento detto scannello, e che è sottoposto al fronte di ciascuno scalino si misurerà moltiplicandone l'ampiezza per l'altezza.

8.° Il rivestimento della parete del muramento cui sono addossati

li scalini della prima tesa, si misurerà moltiplicandone la metà della sua base per la sua altezza, essendo essa triangolare.

9.° Il rivestimento del fianco delle altre rampe si misurerà moltiplicandone la grossezza verticale pella base della rampa.

10.° Il rivestimento della superficie concava di ciascuna rampa, si misurerà colla regola che quest' esempio accompagna. Così per la misura della rampa della seconda tesa.

Misuro la base $\alpha\beta$ del pendio $\beta\gamma$ della rampa, la sua lungh. $\beta\gamma$, lo sporto suo $s't$ sul muro laterale $s'l'$, e l' alt. tr ossia γs della centina $s'r$; e sia $\alpha\beta$ pal. 24, $\beta\gamma$ pal. 27, $s't$ pal. 9, e tr pal. 5. E ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco (o direbbesi qual altro lavoro superficiale vi fosse) della rampa a botte incompleta, con pendio di base pal. 24, lunga pal. 27, ed avente per centina un quadrante ellittico di sporto pal. 9, ed alto pal. 5.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

```
                       lungh.   27
base      24  sporto cent.       9
                               ----
alt.cent.  5   ●  prod.  243 ......   243
          ---
prod.    120 ..........  120 ......   120
                         ---         -----
                             somma    363
                 diff.   123 ......   123
                         ---         -----
                              prod. 44649
                           sua rad. 211,30309 div. prod. ● { 243
                                                           -----------
                                                     quoz. ◊ { 0,86956
                                                           -----------

           quoz. ◊       0,86956
  n. min. tav. (B)       0,86603  risult.corrisp.   1,21106
                         -------
              diff.      0,00353
        rapp. diff.      1,11
                         -------
              prod.      0,00392 ................   0,00392
                         -------                   ---------
                                  risult. n.dato    1,20714
                                          lungh.   27
                                                   ---------
                                           prod.   32,59278
                                          sporto    9
                                                   ---------
                                           prod.  293,33502
                                                   =========
```

Dunque il rivestimento del paramento concavo della rampa a botte incompleta, avente per centina un quadrante ellittico, e che è quella cui sono addossati li scalini della seconda tesa della data scala è di misura pal. quadrati 293,34.

4.

Rampa a botte incompleta avente per centina un arco parabolico (*).

REGOLA.

Coll'ajuto del nastro graduato e dello squadro si misuri la lunghezza della sezione retta dell'intradosso della rampa, e si misuri la lunghezza sua.

Le due lunghezze della rampa e della sezione retta del suo intradosso si moltiplichino tra loro.

AVVERTIMENTO — Se non ci fossimo imposto il dovere di non aver ricorso neppure alla trigonometria ed ai logaritmi (*Proemio pag.* 7), potremmo aver la misura della superficie della rampa di che si tratta senza misurare meccanicamente la lunghezza dell'arco che è sezione retta della superficie concava della rampa: la qual cosa vuole la regola, comunque non si possa fare commodamente. Epperò giova l'avvertire come possa procedersi per quanto meglio si può ad una tale misurazione. Sulla retta secondo la quale nasce la superficie concava della rampa dal muro cui è addossata si applichi uno dei due lati dello squadro, ed in modo che l'altro lato dello squadro medesimo, od il suo prolungamento passi pel canto della rampa che ne limita la superficie concava parallelamente alla sua nascita; e fissata con una cordellina ben tesa o con qualunque altro mezzo la posizione di questo lato dello squadro, si muova questi in maniera che mentre con un suo lato si appoggia continuamente alla detta cordella, coll'altro si mantenga sempre sulla superficie della rampa; e si segnino i varii punti di questa pei quali passa il vertice dello squadro. Si applichi per quanto meglio si può il nastro graduato sui detti punti tenendone l'estremo fisso su quel punto che giace nella linea di nascita, e si veda la lunghezza della porzione applicata del nastro: una tal lunghezza sarà quella della sezione retta dell'intradosso della rampa.

ESEMPIO.

Abbiasi la scala indicata in pianta e nei due suoi spaccati secondo *LM*, *NO* nella fig. 2, della *tav. 11*. Sia tutta una tale scala rivestita di stucco; vogliasi la misura di un tale rivestimento.

Per essa si ascende a due appartamenti: in uno dei quali si ha l'ingresso per la porta x, nell'altro superiore per la porta y scolpita nel muro *RC*. Per la prima tesa di scalini che sono addossati ad un masso di murazione si arriva ad un pianerottolo angolare conico *CE*, *ce*. Al quale è appoggiato col suo estremo inferiore una rampa a botte incompleta, poggiata dall'altro capo ad un altro pianerottolo angolare conico *BFK*, *bf*, che precede l'ingresso x, ed è lateralmente addossata al muro eretto sopra *BC*: rampa che sostiene i scalini della seconda tesa. Similmente un'altra rampa

(*) Tali rampe sono in buona architettura terminate a due pianerottoli angolari conici: e così è nell'esempio che segue.

a botte incompleta è terminata da sotto al pianerottolo *bf*, e da sopra all'altro *AGI*; il quale ad un tempo è termine inferiore della rampa dell'ultima tesa, come il pianerottolo *DH*, *dh*, che precede l'ingresso al piano superiore, la termina di sopra. È manifesto l'uffizio di ciascuna rampa la centina delle quali è un arco parabolico identico a quello che contorna l'intradosso di ciascun pianerottolo nel suo attacco colle rampe contigue. I muri eretti sui lati *AB*, *BC*, *CD*, *DA* del rettangolo *ABCD*, ai quali sono affidati i quattro pianerottoli, e le quattro rampe da un lato, costituiscono insieme la camera o gabbia della scala, la quale tutta intera è coverta da una volta a gavetta sostenuta dai quattro muri medesimi. Le due porte che al pianterreno sono scolpite nei muri *AB*, *CD* sono d'ingresso nella scala, il vano scolpito nel muro *BC* è un finestrone che la illumina tutta.

Li scalini non sono rivestiti di stucco, essendo essi di nuda pietra: bensì lo sono i fronti delli scannelli che giacciono di sotto ad ogni scalino. Per misurare adunque il rivestimento di stucco della data scala si procederà come segue: cioè

1.° Per li muri *AB*, *BC*, *CD*, *DA* costituenti la camera della scala: capo 1, art. 1, reg. 1, *pag. 283*.

2.° Dai muri *AB*, *CD* si dedurranno i vani d'ingresso negli appartamenti capo 1, art. 2, reg. 6, *pag. 301* e quelli d'ingresso nella scala, e vi si aggiungerà il rivestimento dei fianchi (come è detto nel prologo all'art. 2, *pag. 295*) per la reg. 35, art. 2, capo 1, *pag. 82*, ed il rivestimento nell'archivolto dei vani stessi art. 1, capo 2, *pag. 327*.

3.° Dal muro *BC* si dedurrà il vano di finestrone, capo 1, art. 2, reg. 6, *pag. 301* e vi si aggiungerà il rivestimento delli squarci art. 2, capo 1, reg. 44, *pag. 90* e quelli pel rivestimento dello squarcio superiore.

4.° Per la volta che covre tutta la scala, capo 2, art. 4, reg. 1, *pag. 340*.

5.° Per li quattro pianerottoli angolari conici, ai quali mettono capo le quattro tese, e che formano i riposi della scala: capo 2, art. 12, reg. 2, *pag. 377*.

6.° Per la prima tesa si misurerà la base e l'altezza del fianco del masso di murazione cui sono addossati li scalini, e la base si moltiplicherà per la metà dell'altezza.

7.° Facilissima sarà la misura del rivestimento del fronte di ciascuno scannello sottoposto al suo scalino, essendo quel fronte un rettangolo: perciò se ne misurerà la base e l'alt. che si moltiplicheranno.

8.° Similmente facilissima è la misura del rivestimento del fianco *εsb* di ciascuna rampa, potendosi ridurre a quella di un rettangolo avente per base la base *αβ* della rampa, e per altezza la grossezza della volta della rampa alla sua cima *sb* che perciò uguaglia il prodotto di quella base della rampa per la grossezza sua *se* alla sommità.

9.° Per le rampe che sostengono li scalini delle altre tre tese si procederà come è detto nella regola di sopra. Così per la rampa *GIKF*.

Misuro nel modo detto nell'avvertimento la lungh. della sua sezione retta che sia di pal. 17 e misuro la lungh. *βγ* della rampa che sia di pal. 43. E ad un tempo scrivo—Rivestimento di stucco della superficie

concava della rampa a botte incompleta avente per centina un arco parabolico, che sostiene i gradini della terza tesa di scala; e la quale è lunga pal. 43, ed ha la sezione retta del suo intradosso lunga pal. 17.
Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

lungh. rampa	43
sua sez. retta	17
prod.	731

Dunque il rivestimento della superficie concava della data rampa è di misura pal. quadrati 731.

ARTICOLO III.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE SCALE CON RAMPE A SAGOMA RAMPANTE.

Cotali rampe più che quelle a botte incompleta, hanno oltre alla superficie concava inferiore che è d'intradosso, due superficie piane laterali terminate dalla linea retta di sublimità, dalla sagoma della rampa, e dalle rette tangenti ai punti di nascita di essa. Le quali superficie laterali essendo così terminate, non è molto facil cosa il misurarle, come è per la superficie laterale di una rampa a botte incompleta, ove essa è un parallelogrammo. Epperò nelle sole due regole che in questo articolo daremo (per le cose dette nel prologo all'analogo art. 3, nella prima parte, *pag.* 276) distingueremo due parti: l'una che impara a misurare ciascuna delle dette superficie laterali, l'altra che ne impara a misurare la superficie concava (*).

1.

Rampa a sagoma rampante ellittica.

REGOLA.

Per una delle superficie laterali. — Si misuri la base della linea di pendio, la distanza del punto medio di questa dal punto della sagoma che trovasi sulla verticale che passa per esso punto medio, e la distanza del punto medio stesso dal punto dell'estradosso che trovasi sulla medesima verticale.

La distanza del punto medio della linea di pendio dal punto della sagoma sulla stessa verticale si moltiplichi pel numero costante 0,7854 ed il prodotto si sottragga dalla distanza del punto medio della linea di pendio dal punto dell'estradosso che è sulla verticale medesima; la differenza si moltiplichi per la base del pendio.

Per la superficie concava—Si misuri la lunghezza della linea di pendio della rampa, e la sua base, la distanza del punto medio di quella dal punto della sagoma che trovasi sulla verticale che passa per esso punto medio, e la larghezza della rampa.

Si facciano i quadrati della metà della linea di pendio e della distanza del punto medio di questa dal punto della sagoma sulla stessa verticale, e si addizionino. La distanza del punto medio della linea di pendio dal punto della sagoma sulla stessa verticale si moltiplichi per la base della stessa linea di pendio, ed il prodotto separatamente alla otte-

(*) Non sempre è necessario misurare entrambe tali superficie laterali; ed è perciò che la regola porge la misura della superficie di ciascuna di esse: che se si dovessero misurare insieme basta raddoppiare il risultamento che la regola dà.

nuta somma dei due quadrati si aggiunga, e da essa somma si sottragga; e di ciascun risultamento si estragga la radice quadrata. Del prodotto delle due radici pure si estragga la radice quadrata che si raddoppii, e poi il doppio si divida per la somma delle due prime radici; e considerandone il quoziente come una delle quantità date della *Tav.* (*B*) si trovi il risultamento che vi corrisponde, il quale si moltiplichi per la già ottenuta somma delle due prime radici, e per la larghezza della rampa.

Esempio.

Abbiasi la scala rappresentata in pianta, in elevato e nei suoi spaccati secondo *LM*, *PQ*, nella fig. 1, *tav.* 12; e sia tutta rivestita di stucco. Vogliasi la misura di un tale rivestimento.

I tre muri *AB*, *BC*, *CD* eretti sui lati del rettangolo *ABCD* costituiscono la camera o gabbia della scala, la quale è aperta a giorno nel lato *AD*. Sul piano verticale *AD* sono i fronti di due portici soprapposti l'uno all'altro come vedesi nella metà del prospetto, l'uno al pianterreno e l'altro al primo piano, ed ogni uno composto da una volta a botte addossata ai quattro pilastri *E*, *E'*, *F*, *F'*, e da due volte a padiglione di sesto rialzato che tengono immezzo la volta a botte, l'una addossata al muro *AB* ed ai pilastri *E*, *E'*, l'altra al muro *CD* ed ai pilastri *F*, *F'*; e tutte estradossate piane ad egual livello.

Simiglianti volte sono erette col fronte posteriore sul paramento *CB* del muro di fronte della gabbia, su i muri ed i pilastri *E''*, *F''* alti quanto li *E*, *E'*, *F*, *F'*, ma piantati sul pavimento *lg*, del primo riposo *G''F''E'H'BC* della scala, per modo che, come vedesi nel prospetto e nella sezione secondo *PQ*, l'estradosso di esse volte è in *ss*. Su un muramento prismatico piantato su *F'F''G''G'*, ed indicato a puntini projettato in *fbd* sono addossati li scalini costituenti la prima tesa di scala, per la quale si ascende dal pianterreno sul primo riposo *lg*. Secondo il senso dei muri *AB*, *CD* sono alle volte a spicchi contigue col muro *AB* addossate due volte a sagoma rampante continua, ossia ellittica *aeb*, *a'e'b'*, e che hanno uno dei fronti sul paramento interno del muro laterale sinistro *AB*; ed alle due volte a spicchi contigue al muro *DC*, è addossata un altra volta o rampa a sagoma rampante continua, che ha uno dei due suoi fronti sul paramento interno dell'altro muro laterale *CD*: sull' estradosso delle quali volte sono addossati li scalini della seconda, terza e quarta tesa della scala. Asceso dal pianterreno sul primo riposo *lg*, per la seconda rampa ascendesi secondo *lk* al secondo riposo *kh*; da quivi per la terza rampa secondo *kl'* al terzo riposo *l'g'*, e per l'ultima rampa secondo *l'k'* si passa dal riposo *l'g'* all'ultimo *h'k'*. Dal secondo e dall'ultimo riposo si entra negli appartamenti pei vani d'ingresso *R*, *S*. Tutta la scala è coverta da una gran volta a botte di sesto ribassato ad intradosso semiellittico.

A volere la misura del rivestimento di stucco di tutta una tale scala è uopo misurarne la superficie delle sue singole parti, ad eccezione delli scalini che non mai si rivestono di stucco, ma sogliono farsi di nuda pietra. Onde si farà secondo che è detto nelle relative regole precedenti. Così:

1.° Pei tre muri costituenti la gabbia, capo 1, art. 1, reg. 1, *pag.* 283.

2.° Pei vani d'ingresso *R*, *S*, da dedursi dal muro *AB*, e pegli opposti da dedursi dal muro *CD*: capo 1, art. 2, reg. 1, *pag.* 295.

3.° E pei vani medesimi si aggiungerà il rivestimento dei suoi fianchi (come è detto nel prologo all'art. 2) capo 1, art. 2, reg. 3, *pag.* 52. Il succielo non misurasi essendo guernito di arcotrave.

4.° Pel rivestimento dei pilastri *E*, *E'*, *F*, *F'*, pei sopraposti e pei due *E''*, *F''*: capo 1, art. 3, reg. 2, *pag.* 311.

5.° Pel rivestimento del masso prismatico accennato in *fbd*, è chiaro doversi misurare l'area del triangolo *fbd*; ossia misurarsi la sua base ed altezza, e quindi moltiplicare la prima per la metà della seconda.

6.° Pel rivestimento del muro *bxd* che forma da un lato piedritto della volta a botte il di cui estradosso forma primo riposo: capo 1, reg. 1, art. 1, *pag.* 283; ed è mestieri per la faccia esteriore prendere per altezza tutta l'alt. *bl*, e per la faccia opposta anteriore prendere per alt. *bx* sino alla imposta della volta a botte da esso muro sorretta.

7.° Per la volta a botte di tutto sesto che forma riposo, capo 2, art. 1, *pag* 327.

8.° Per le sei volte a padiglione di sesto rialzato projettate in pianta in *DFF'G'*, *CG''F''K*, *IE'H'B*, *EE'A*; capo 2, art. 2, reg. 3, *pag.* 336.

7.° Le tre volte a botte di tutto sesto, che sono ciascuna immezzo a due volte a padiglione: capo 2, art. 1, reg. 1, *pag.* 327.

10.° Pel muramento del prospetto della scala messo al di sopra dell'ultimo riposo: i pilastri capo 1, art. 3, reg. 2, *pag.* 311: ed il rimanente per la faccia verso l'interno della scala capo 1, art. 3, reg. 5, *pag.* 313; e capo 1, art. 2, reg. 2, *pag.* 296, sottraendo il risultamento che si otterrà per quest'ultima regola all'altro che si ottiene per la precedente: e per la faccia verso l'esterno capo 1, reg. 1, *pag.* 283, e capo 1, reg. 2, *pag.* 296, sottraendo pure dal risultamento che si ottiene per la prima regola quello che porge la seconda.

11.° Per la volta che covre tutta la scala, capo 2, art. 1, reg. 3, *pag.* 329.

12.° Per le tre rampe a sagoma rampante continua, ossia ellitica, si procederà come è prescritto nella regola cui quest'esempio serve di chiarimento; e che applicata alla seconda rampa è come segue.

Per la superficie piana laterale. — Misuro la base *bf* della linea di pendio *ab*; ed applicando al punto *a* l'estremo del nastro graduato lo svolgo, e tenendolo teso per quanto è possibile lo applico al punto *b*, accomodandolo così secondo la linea di pendio *ab*. Fissato il punto *i* medio di *ab*, che sarà ove è la numerazione metà della numerazione che cade in *b*, fo passare per un tal punto *i* il filo a piombo appoggiandolo sul fronte *aeblka* della volta (*V. art. prelim. pag.* 13); e del filo a piombo misuro la parte *ie* intercetta tra la linea di pendio *ab* e la curva o sagoma *aeb*, e l'altra *io* intercetta tra la linea di pendio medesima *ab* e la retta *kl* estradosso della volta, che debb'essere ordinariamente parallela alla linea di sublimità *cd*: sarà *ie* la distanza del punto medio della linea di pendio dal punto della sagoma che trovasi sulla

verticale che passa per esso, ed *io* la distanza del punto medio stesso dal punto dell' estradosso che trovasi sulla verticale medesima. E così misurate le cose risulti *bf* pal. 31, *ie* pal. 9, *io* pal. 11; facendo la quale misurazione scrivo — Rivestimento di stucco della superficie piana laterale della rampa a sagoma rampante continua, ossia ellittica, su cui sono addossati li scalini della seconda tesa, colla base della sua linea di pendio di pal. 31, il di cui punto medio è distante dal punto della sagoma il quale è sulla stessa verticale per pal. 9 e distante dal punto dell' estradosso che è sulla verticale stessa per pal. 11.

Fatte le quali cose sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

n. cost. 0,7854
dist. sagom. 9 — dist. estradoss. 11
prod. 7,0686 — 7,0686
diff. 3,9314
base pend. 31
prod. 121,8734

Dunque il rivestimento di una delle superficie piane laterali della data rampa è di pal. quadrati 121,87.

Per la superficie concava. — Misuro la lungh. *ab* del pendio *ab* della rampa che sia di pal. 34, e quindi nel modo detto di sopra misuro la base *bf* del pendio, e determinato il punto medio *i* della *ab* e la distanza *ie*, del punto *i* dal punto *e* della sagoma *aeb* che è sulla stessa verticale che passa per *i*, e misuro la largh. *E'H'* della rampa. Facendo la quale misurazione ad un tempo scrivo — Rivestimento di stucco della superficie concava della rampa a sagoma rampante ellittica larga pal. 10,5 col pendio lungo pal. 34, e di base pal. 31, il punto medio della quale linea di pendio è distante dal punto della sagoma il quale è sulla stessa verticale pal. 9.

Fatte le quali cose sul luogo fo poi il seguente

CALCOLO.

quadr. semipend. 289
quadr. dist. sag. 81
somma 370 370
base pend. 31
dist. sag. 9
prod. 279 .. 279 279
somma 649 s. rad. 25,47
diff. 91 s. rad. 9,54 9,54
prod. 242,9838 sua rad. 15,58797
div. somma rad. 35,01
◇ quoz. 0,44524

quoz. ◊	0,44524		
n. *tav. (B)* pr. min.	0,43837	risult. corrisp.	1,49237
diff.	0,00687		
rapp. diff.	0,38		
prod.	0,00261	....	0,00261
		risult. rich.	1,48976
		somma radici	35,01
		prod.	25,15650
		largh. rampa	10,5
		prod.	547,64325

Dunque la superficie concava della data rampa è di misura palmi quadrati 547,64.

2.

Rampa a sagoma rampante discontinua, composta di due archi circolari.

REGOLA.

Per una delle superficie piane laterali. — Si determini il punto di sommità della sagoma, ed il punto dell' estradosso che è sulla stessa verticale, e si misuri la parte di essa verticale intercetta tra i detti punti, le due parti inferiore e superiore della retta di estradosso in cui la verticale medesima la divide, le corde e le frecce degli archi inferiore e superiore in cui la sagoma è pure da essa divisa, e la base del pendio della rampa.

Si calcolino le lunghezze degli archi corrispondenti alle dette corde e frecce degli archi inferiore e superiore della sagoma (*V. art. prelim. pag. 18*). E l'arco corrispondente alla corda inferiore si sottragga dal doppio della parte inferiore della retta di estradosso; e la differenza si moltiplichi pel già trovato quoziente della somma dei quadrati della semicorda e freccia dell' arco inferiore per la doppia sua freccia. Similmente l'arco corrisponde alla corda superiore si sottragga dal doppio della parte superiore della retta di estradosso; la differenza si moltiplichi pel già trovato quoziente della somma dei quadrati della semicorda e freccia dell' arco superiore per la doppia sua freccia. I due prodotti si sommino; ed alla somma si aggiunga il prodotto della base del pendio per la distanza dei determinati punti della sagoma e dell'estradosso.

Per la superficie concava. — Si determini il punto di sommità della sagoma, e si misurino le corde e le freccie degli archi inferiore e superiore ad un tal punto, e si misuri la larghezza della rampa.

Si calcolino le lunghezze degli archi corrispondenti alle dette corde e frecce degli archi inferiore e superiore della sagoma (*V. art. prelim. pag. 18*), le ottenute lunghezze si sommino, e la somma si moltiplichi per la lunghezza della rampa.

Esempio.

Da un edifizio (fig. 2 *tav.* 12) *A* si passi all' altro *B* per mezzo della scalinata *kl* addossata ad una rampa a sagoma rampante *aeb* costituita dai due archi circolari *axe*, *esb*. Una tale rampa sia rivestita di stucco, sia rivestita di stucco cioè così la superficie concava inferiore, come le due sue superficie laterali. Vogliasi la misura di un tale rivestimento.

Per le superficie piane laterali. — Comincio dal determinare il punto di sommità *e* della sagoma *axesb*, che in una stessa verticale è il più alto su i punti della linea di pendio *ab*: per fare la qual cosa applico un'asta rettilinea qualunque, od una funicella sottile e ben tesa ai punti *a*, *b*, e quindi fo strisciare sul fronte della rampa il nastro graduato per modo, che mantenendosi sempre verticale il suo estremo si muova per *ab*: il punto *e* della sagoma corrispondente alla più alta numerazione del nastro graduato di tutte quelle che successivamente si trovano sulla sagoma *axesb*, sarà il suo punto di sommità. Misuro quindi la parte *eo* della verticale *iox*, che passa pel punto di sommità *e*, intercetta tra la sagoma e la retta di estradosso *kl*, la parte inferiore *ol* e superiore *ok* della retta *kl* di estradosso nelle quali dalla verticale medesima *ix* è divisa, misuro la corda e la freccia, *ae*, *aβ* dell'arco inferiore *axe*, e *be*, *sγ* del superiore *bse*, nei quali la centina *axesb* da essa verticale *ix* è divisa; e misuro la base *af* del pendio *ab* della rampa: e sia *eo* pal. 2, *ol* pal. 19,5 *ok* pal. 13,5, *ae* pal. 32, *aβ* pal. 5, *eb* pal. 16, *sγ* pal. 4, *af* pal. 31,5. Facendo la quale misurazione scrivo — Rivestimento delle facce piane laterali della rampa a sagoma rampante discontinua grossa al punto di sommità pal. 2, il quale è situato in modo che la verticale che passa per esso divide la retta di estradosso in due parti, la inferiore di pal. 19,50, e la superiore di pal. 13,5; e la sagoma della rampa nei due archi circolari che la compongono, l'inferiore di corda pal. 32 e freccia pal. 5, ed il superiore di corda pal. 16, e freccia pal. 4; essendone il pendio di base pal. 31,5.

Con questi dati fo poi il seguente

CALCOLO.

(determinaz. lungh. arc. inferiore.)

semic.	16	suo quadr.	256		
frec.	5	suo quadr.	25		
		somma	281	div. per dopp. fr.	10
				◇ 1. quoz.	28,1

mille vol. cor. 32000 div. per 1. quoz. ◇ { 28,1
cor. tav. { 1139
cor. min. 1138 arc. corrisp. { 1204,28
{ 5,82

diff. 1 arc. corrisp. 0,87
arc. corrisp. alla cor. 1210,97
1. quoz. 28,10
prod. 34028,26
div. mille 34,03

(*determinaz. lungh. arc. superiore.*)

semic. 8 suo quadr. 64
frec. 4 suo quadr. 16
somma 80 div. per dopp. fr. { 8
● 1. quoz. { 10

mille vol. cor. 16000 div. per 1. quoz. { 10
cor. tav. { 1600
cor. min. 1599 arc. corrisp. { 1850,05
{ 2,91

diff. 1 arc. corrisp. 0,87
arc. corrisp. alla cor. 1853,83
1. quoz. 10
prod. 18538,30
div. mille 18,54

dopp. par. infer. estr. 39
lungh. arc. infer. 34,03
diff. 4,97
1. quoz. ◇ 28,1
prod. 139,657 139,657
dopp. part. super. estr. 27
lungh. arc. super. 18,54
diff. 8,46
1. quoz. ● 10
prod. 84,60 84,60
base pendio 31,50
gross. sommità 2
prod. 63,00 63,00
somma 287,257

Dunque il rivestimento di una delle superficie piane laterali della data rampa è di misura di pal. quadrati 287,257, e quindi entrambe di pal. 574,51.

Per la superficie concava. — Determino come ho detto di sopra il punto di sommità *e* della sagoma della rampa, e quindi misuro le corde e le frecce, *ae*, *αβ* dell'arco inferiore *nxe*, *be*, *εγ* del superiore *bse*, nei quali la centina è divisa nel determinato punto di sommità *e*; e misuro la larghezza della rampa: e sia *ae* pal. 32, *αβ* pal. 5, *eb* pal. 16, *εγ* pal. 4, e la largh. sia di pal. 11. Facendo la quale misurazione scrivo — Rivestimento di stucco della superficie concava della rampa a sagoma rampante discontinua col punto di sommità situato in guisa da dividere la sagoma della rampa nei due archi circolari che la compongono, l'inferiore di corda pal. 32 e freccia pal. 5, ed il superiore di corda pal. 15 e freccia pal. 4; essendo larga pal. 11.
Coi quali dati fo poi il seguente

CALCOLO.

(*determinaz. lungh. arc. inferiore.*)

Come sopra, che abbiasi come quì trascritto: onde si ottiene lungh. dell'arco inferiore di pal. 34,03.

(*determinaz. lungh. arc. superiore.*)

Come sopra, la quale operazione abbiasi come quì trascritta: onde si ottiene la lungh. dell' arco superiore di pal. 18,54.

lungh. arc. infer.	34,03
lungh. arc. super.	18,54
somma	52,57
largh.	11
prod.	578,27

Dunque la misura del rivestimento di stucco della superficie concava della data rampa è di misura pal. quadrati 578,27.

FINE.

TAVOLA

DELLE MATERIE.

PARTE PRIMA

MISURA DEI VOLUMI.

CAPO PRIMO.

DELLA MISURA DEI MURI.

ARTICOLO I.

DELLA MISURA DEI MURI PIENI.

ARTICOLO II.

DELLA MISURA DEI MURI TRAFORATI.

ARTICOLO III.

DELLA MISURA DI ALCUNI ALTRI SOLIDI DI FABBRICA, CHE PER L'UFFIZIO CUI SONO DESTINATI, POSSONO PURE ANDAR COMPRESI NELLA CLASSE DEI MURI.

CAPO SECONDO.

DELLA MISURA DELLE VOLTE PROPRIAMENTE DETTE.

ARTICOLO I.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A BOTTE.

ARTICOLO II.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A SPICCHI, DETTE ANCHE A PADIGLIONE.

ARTICOLO III.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A BOTTE LUNULLATE A SPICCHI.

ARTICOLO IV.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A GAVETTA, DETTE ANCHE A CONCA.

ARTICOLO V.

DELLA DEDUZIONE DEI VANI CHE LASCIANO LE LUNETTE NELLE VOLTE CONSIDERATE NEI QUATTRO ARTICOLI PRECEDENTI.

ARTICOLO VI.

DELLA MISURA DELLE VOLTE EMISFERICHE.

ARTICOLO VII.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A SCUDELLA.

ARTICOLO VIII.

DELLA MISURA DELLE VOLTE SFEROIDICHE.

ARTICOLO IX.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A VELA.

ARTICOLO X.

DELLA MISURA DELLE VOLTE A CROCIERA.

ARTICOLO XI.

DELLA MISURA DEI PEDUCCI, DETTI ANCHE PENNACCHI.

ARTICOLO XII.

DELLA MISURA DEI PIANEROTTOLI ANGOLARI.

ARTICOLO XIII.

DELLA MISURA DEI PASSETTI PENSILI.

CAPO TERZO.

DELLA MISURA DELLE SCALE.

ARTICOLO I.

DELLA MISURA DELLE SCALE A BOTTE COMPLETA.

ARTICOLO II.

DELLA MISURA DELLE SCALE CON RAMPE A BOTTE INCOMPLETA.

ARTICOLO III.

DELLA MISURA DELLE SCALE CON RAMPE A SAGOMA RAMPANTE.

PARTE SECONDA.

DELLA MISURA DELLE SUPERFICIE.

CAPO PRIMO.

DELLA SUPERFICIE DEI MURI E DEI PAVIMENTI.

ARTICOLO I.

DELLA SUPERFICIE DEI MURI PIENI.

ARTICOLO II.

DELLA SUPERFICIE DEI MURI TRAFORATI.

ARTICOLO III.

DELLA SUPERFICIE DI ALCUNI ALTRI SOLIDI DI FABBRICA, CHE PER L'UFFIZIO CUI SONO DESTINATI, POSSONO PURE ANDAR COMPRESI NELLA CLASSE DEI MURI.

ARTICOLO IV.

DELLA SUPERFICIE DEI PAVIMENTI.

CAPO SECONDO

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE PROPRIAMENTE DETTE.

ARTICOLO I.

DELLA MISURA DELLE SUPERFICIE DELLE VOLTE A BOTTE.

ARTICOLO II.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE A SPICCHI, DETTE ANCHE A PADIGLIONE.

ARTICOLO III.

DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE A BOTTE LUNULLATE A SPICCHI.

ARTICOLO IV.

DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE A GAVETTA, DETTE ANCHE A CONCA.

ARTICOLO V.

DELLA DEDUZIONE DELLA PARTE DI SUPERFICIE CHE LE LUNETTE PORTAN VIA DALLE VOLTE CONSIDERATE NEI QUATTRO ARTICOLI PRECEDENTI, E DELLA SUPERFICIE DELLE LUNETTE MEDESIME.

ARTICOLO VI.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE EMISFERICHE.

ARTICOLO VII.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE A SCUDELLA.

ARTICOLO VIII.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE SFEROIDICHE.

ARTICOLO IX.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE A VELA.

ARTICOLO X.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE VOLTE A CROCIERA.

ARTICOLO XI.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DEI PEDUCCI, DETTI ANCHE PENNACCHI

ARTICOLO XII.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DEI PIANEROTTOLI ANGOLARI.

ARTICOLO XIII.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DEI PASSETTI PENSILI.

CAPO TERZO

DELLA MISURA DELLE SUPERFICIE DELLE SCALE.

ARTICOLO I.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE SCALE CON RAMPE A BOTTE COMPLETA.

ARTICOLO II.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE SCALE CON RAMPE A BOTTE INCOMPLETA

ARTICOLO III.

DELLA MISURA DELLA SUPERFICIE DELLE SCALE CON RAMPE A SAGOMA RAMPANTE.

ARCHI.	0,00	2,91	5,82	8,73	11,64	14,54
	CORDE.	CORDE.	CORDE.	CORDE.	CORDE.	CORDE.
0,00	0,00	2, 91	5,82	8,73	11,64	14,54
17,45	17,45	20,36	23,27	26,18	29,09	31,99
34,91	34,90	37,81	40,72	43,63	46,54	49,45
52,36	52,35	55,26	58,17	61,08	65,98	66,89
69,81	69,79	72,71	75,61	78,52	81,42	84,33
87,27	87	90	93	96	99	102
104,72	104	107	111	113	116	119
122,17	122	125	128	131	134	137
139,63	139	142	145	148	151	154
157,08	157	160	163	166	169	171
174,53	174	177	180	183	186	189
191,99	192	195	198	200	203	206
209,44	209	212	215	218	221	224
226,89	226	229	232	235	238	241
244,35	244	247	250	252	255	258
261,80	261	264	267	270	273	275
279,25	278	281	284	[illegible]	[illegible]	[illegible]

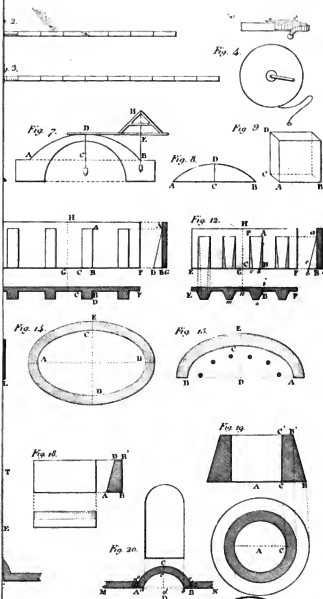
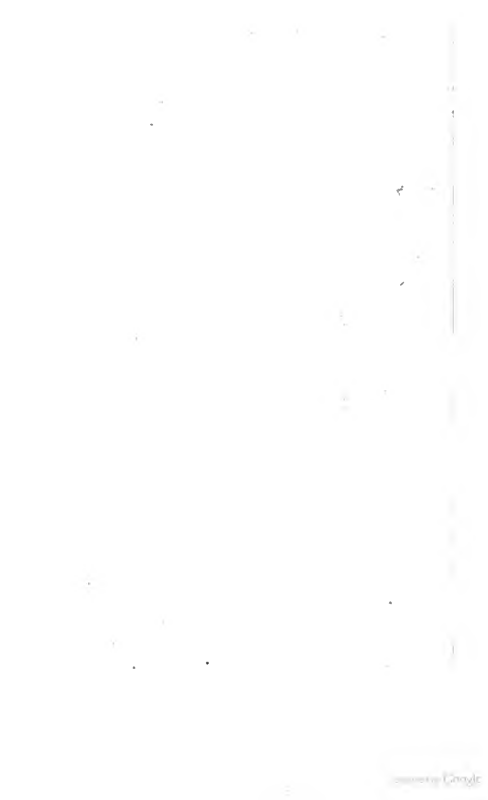
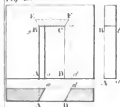
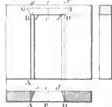
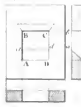
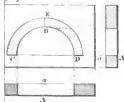
risponde l'arco 0,291

p.29

2,91	5,82	8,73	11,64	14,54
CORDE.	CORDE.	CORDE.	CORDE.	CORDE.
1849	1850	1851	1852	1853
1855	1857	1858	1859	1860
1862	1863	1864	1865	1866
1868	1869	1870	1871	1872
1874	1875	1876	1877	1878
1880	1881	1882	1883	1884
1886	1887	1888	1889	1890
1892	1893	1894	1895	1896
1898	1898	1899	1900	1901
1903	1904	1905	1906	1907
1908	1909	1910	1911	1912
913,4	1914	1915	1916	1917
918,5	1919	1920	1921	1922
923,3	1924	1925	1926	1926,5
928,0	1929	1930	1930.2	1931

TAVOLA (*B*).

QUANTITA' date.	RISULTAMENTI.	RAPPORTI diff.	QUANTITA' date.	RISULTAMENTI.	RAPPORTI. diff.
0,00000	1,57080	0,01	0,70711	1,35064	0,72
0,01745	1,57068	0,02	0,71934	1,34181	0,74
0,03490	1,57032	0,03	0,73135	1,33287	0,77
0,05234	1,56972	0,05	0,74315	1,32384	0,79
0,06976	1,56888	0,06	0,75471	1,31473	0,81
0,08716	1,56781	0,08	0,76604	1,30554	0,83
0,10453	1,56650	0,09	0,77715	1,29628	0,86
0,12187	1,56495	0,10	0,78801	1,28695	0,88
0,13917	1,56316	0,12	0,79864	1,27757	0,91
0,15643	1,56114	0,13	0,80902	1,26815	0,93
0,17365	1,55889	0,14	0,81915	1,25868	0,96
0,19081	1,55640	0,16	0,82904	1,24918	0,99
0,20791	1,55368	0,17	0,83867	1,23966	1,02
0,22495	1,55073	0,19	0,84805	1,23013	1,05
0,24192	1,54755	0,20	0,85717	1,22059	1,08
0,25882	1,54415	0,22	0,86603	1,21106	1,11
0,27564	1,54052	0,23	0,87462	1,20154	1,14
0,29237	1,53667	0,24	0,88295	1,19205	1,17
0,30902	1,53260	0,26	0,89101	1,18259	1,21
0,32557	1,52831	0,27	0,89879	1,17318	1,24
0,34202	1,52380	0,29	0,90631	1,16383	1,28
0,35837	1,51908	0,30	0,91355	1,15455	1,32
0,37461	1,51415	0,32	0,92051	1,14535	1,36
0,39073	1,50901	0,33	0,92718	1,13624	1,41
0,40674	1,50366	0,35	0,93358	1,12725	1,45
0,42262	1,49811	0,37	0,93969	1,11838	1,50
0,43837	1,49237	0,38	0,94552	1,10964	1,55
0,45399	1,48643	0,40	0,95106	1,10106	1,60
0,46947	1,48029	0,41	0,95631	1,09265	1,66
0,48481	1,47397	0,43	0,96126	1,08443	1,72
0,50000	1,46746	0,44	0,96593	1,07641	1,78
0,51504	1,46077	0,46	0,97030	1,06861	1,85
0,52992	1,45391	0,48	0,97437	1,06106	1,93
0,54464	1,44687	0,50	0,97815	1,05378	2,01
0,55919	1,43966	0,51	0,98163	1,04679	2,10
0,57358	1,43229	0,53	0,98481	1,04011	2,20
0,58779	1,42476	0,55	0,98769	1,03379	2,30
0,60182	1,41707	0,57	0,99027	1,02784	2,43
0,61566	1,40924	0,58	0,99255	1,02231	2,57
0,62932	1,40126	0,60	0,99452	1,01724	2,73
0,64279	1,39314	0,62	0,99620	1,01266	2,93
0,65606	1,38489	0,64	0,99756	1,00865	3,18
0,66913	1,37650	0,66	0,99863	1,00526	3,51
0,68200	1,36800	0,68	0,99939	1,00258	4,01
0,69466	1,35938	0,70	0,99985	1,00075	4,94
0,70711	1,35064		1,00000	1,00000	

Fig. 4.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig 9
Fig. 12.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.

Tav.
Fig. 22
Fig. 23
Fig. 24
Fig. 25
Fig. 27
Fig. 28
Fig. 29
Fig. 31
Fig. 32
Fig. 34
Fig. 35.

Tav. 5
Fig. 12
NAPOLI

Tav. 4
NAPOLI
BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III"

Tav. 6

G. de Caro inc.

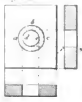
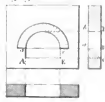
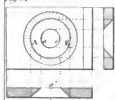
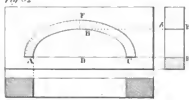
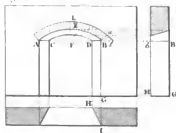
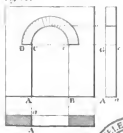
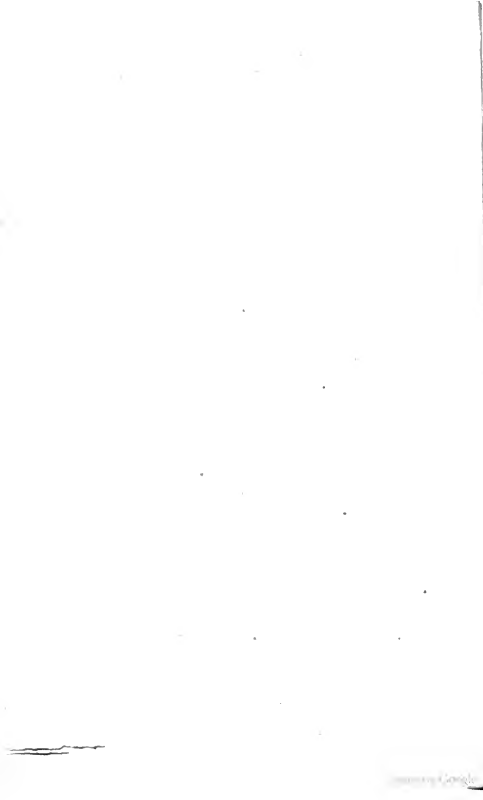
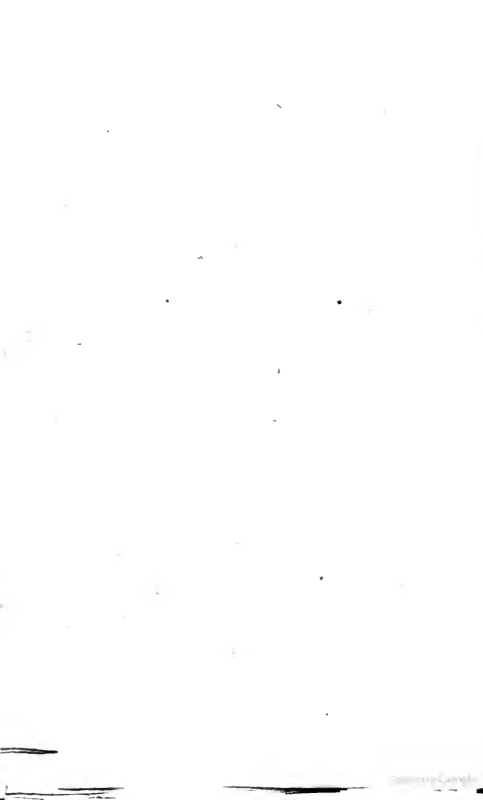
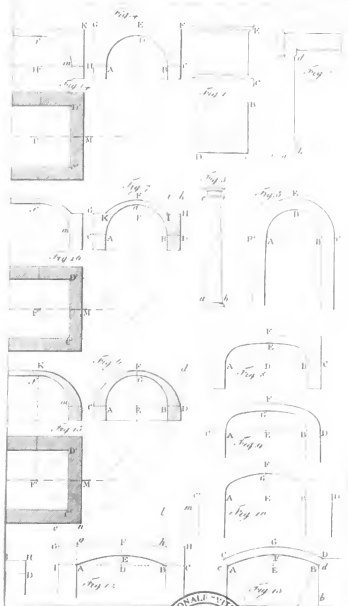
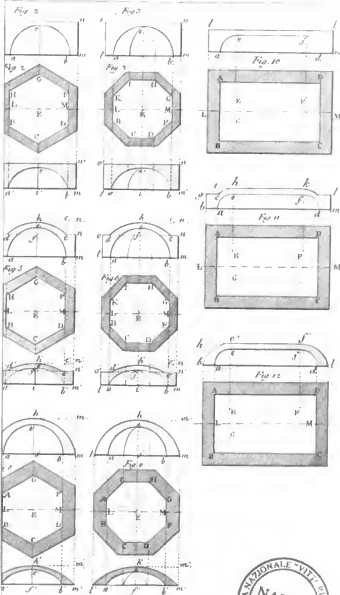
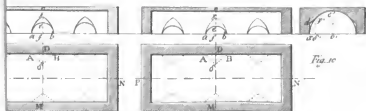
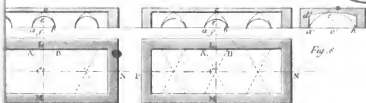
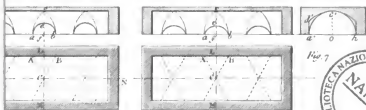
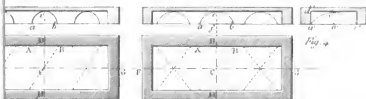
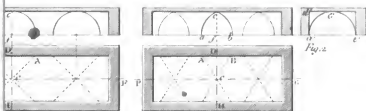
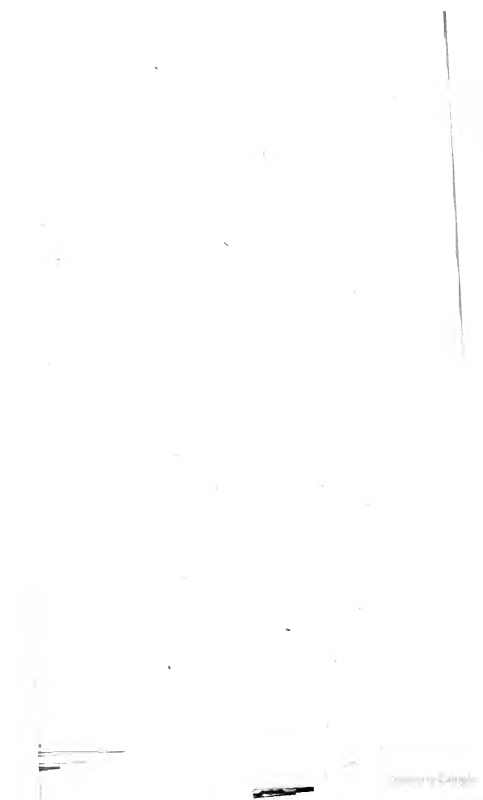
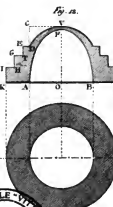
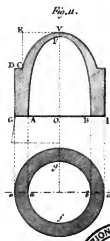
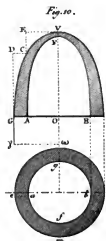
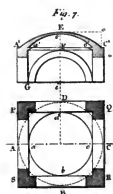
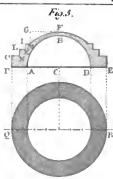
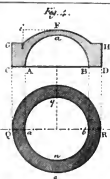
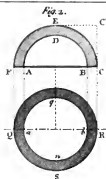
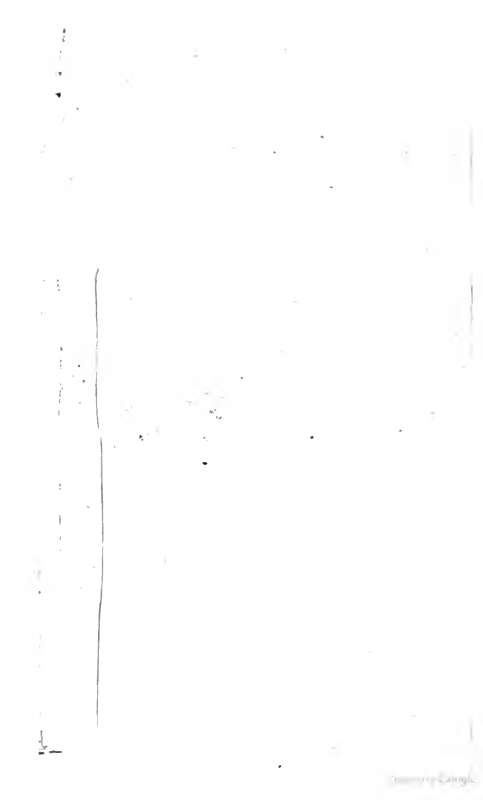
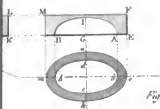



Fig. 4.

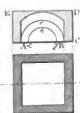
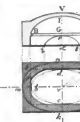
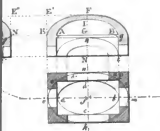
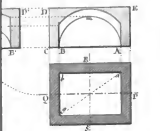
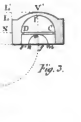



Fig. 5.

Fig. 3.

Fig. 7.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 12.

G. de Caro inc.

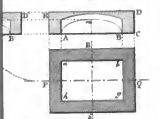
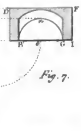
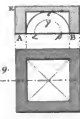
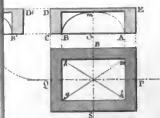
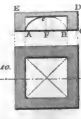
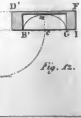
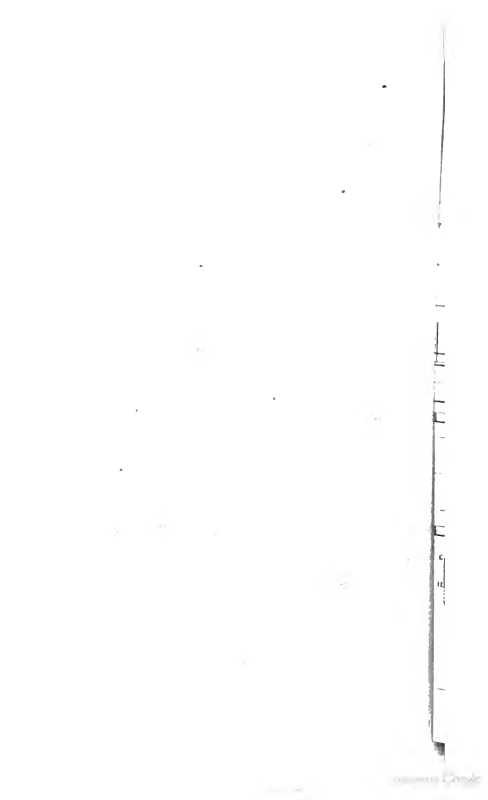



Fig. 2
Fig. 3
Fig. 5.
Fig. 6
Fig. 7.
Fig. 9.
Fig. 10
Fig. 11.
Fig. 12.

Tav. 10
Fig. 2
Fig. 4.
Gio. de Caro inc.

Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Gio. de Caro inc.

Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.